

Polinomios y Fracciones Algebraicas

1 Dados los polinomios

$$P(x) = x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12 \text{ y } Q(x) = x^2 - 6x + 8$$

descomponga ambos polinomios en factores y simplifique la fracción P/Q .

2 Calcule m para que el polinomio

$$P(x) = x^3 - mx^2 + 5x - 2$$

sea divisible por $x + 1$.

3 Razone si $\sqrt{2}$ es raíz o no del polinomio $x^5 - 2x^4 - 3x^3 + 6x^2 + 2x - 5$.

4 Busque los ceros (o raíces) y descomponga en factores el polinomio:

$$Q(x) = 2x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$$

5 Busque los ceros (o raíces) y descomponga en factores el polinomio:

$$3x^3 - 10x^2 - 8x$$

6 ¿Cuánto ha de valer a para que el polinomio $Q(x) = 3x^3 - 11x^2 + 8x + a$ sea divisible por $x - 2$?

7 Halle el valor de a para que el polinomio $P(x) = x^4 - 3x^3 - ax^2 + 12x$ tenga por raíz el número 3. Para el valor de a obtenido calcule las restantes raíces y factorice el polinomio.

8 Efectúe la división:

$$(3x^6 - x^4 + 2x^3 + 1) : (3x^2 + 2)$$

9 Factorice el polinomio

$$4x^4 - 8x^3 + x^2 + 3x$$

10 Efectúe

- a. $(a + 5b)^2$
- b. $(x^2 - 3)^2$
- c. $(x^3 - 1)(x^3 + 1)$
- d. $(x^3 - 1)(1 - x^3)$
- e. $(x^2 + y)^3$
- f. $(3a^2 - b)^3$

11 Enuncie el Teorema del Resto.

Calcule, como aplicación, el valor del resto de la división de $x^4 - 3x^3 + \frac{1}{2}x^2$ entre $x + 1$. (Sin efectuar la división ni aplicar la regla de Ruffini).

12 Halle las raíces del polinomio $x^4 - 5x^2 + 4$

13 Efectúe, simplificando siempre que ello sea posible.

$$\frac{x^2-x-2}{x+3} \cdot \frac{x^2+2x-3}{(x-2)^3} \cdot \frac{(x-2)^2}{x^2-1}$$

14 Efectúe, simplificando siempre que ello sea posible.

$$\left(\frac{x}{y^3} - \frac{1}{y^2}\right) \left(\frac{x-y}{y} + \frac{2x}{x-y} - \frac{x^2}{xy-y^2}\right)$$

15 Efectúe, simplificando siempre que ello sea posible.

$$\left[\left(\frac{x}{y} - y\right) \left(\frac{x}{y} + y\right)\right] \cdot \left(\frac{x}{x^2-y^4} - \frac{1}{x-y^2}\right)$$

16 Efectúe, reduciendo previamente a mínimo común denominador:

$$\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x^2-3x+2} + 2$$

17 Opere y simplifique:

$$\left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2}\right) \left(\frac{1}{x} - 1\right)$$

18 Opere y simplifique:

$$\left(\frac{3}{x} - \frac{x}{3}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3}\right)$$

19 Opere y simplifique:

$$\left[\left(x + \frac{1}{x}\right) : \left(x - \frac{1}{x}\right)\right] (x - 1)$$

20 Efectúe, reduciendo previamente a mínimo común denominador, y simplificando, si es ello posible:

$$\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x^2-3x+2}$$

21 Reduzca a mínimo común denominador y sume, simplificando siempre que ello sea posible:

$$\frac{1}{x-1} - \frac{2(x+1)}{x^2+2x-3} + \frac{1}{x+3}$$

22 Efectúe y simplifique:

$$\left(\frac{x}{x-3} - \frac{6}{x^2-2x-3}\right) : \left(\frac{x+3}{x+1} + \frac{x+3}{x^2-2x-3}\right)$$

23 Factorice numerador y denominador, y simplifique la fracción:

$$\frac{3x^4 - 6x^3 + 3x^2}{x^3 - x}$$

24 Opere y simplifique el resultado:

$$\left(1 + \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{x+3}{x+2}\right) : \frac{1}{x+2}$$