

Soluciones de Problemas Métricos

1
9426

a. $\pi: 3x + 2y - z = 0$; $r: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{3}$; $r: (x, y, z) = (2 + \lambda, -1 - 2\lambda, 3\lambda)$

$$P = r \cap \pi$$

$$3(2 + \lambda) + 2(-1 - 2\lambda) - 3\lambda = 0 ; 4 - 4\lambda = 0 ; \lambda = 1 : \boxed{P = (3, -3, 3)}$$

$$\vec{n} = (3, 2, -1) \text{ vector normal del plano } \pi \text{ y de dirección del plano } \pi'$$

$$\vec{u} = (1, -2, 3) \text{ vector de dirección de la recta y también del plano } \pi'$$

$$A(2, -1, 0) \text{ punto de la recta } r \text{ y del plano } \pi'$$

$$\pi': \begin{vmatrix} x-2 & y+1 & z \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = 0 ; \boxed{\pi': 2x - 5y - 4z - 9 = 0}$$

b. $\pi_1: 2x - 5y - 4z - 9 = 0$ y $\pi_2: x = 0$

$$\vec{n}_1 = (2, -5, -4) ; \vec{n}_2 = (1, 0, 0) \text{ vectores normales de los planos.}$$

Sus coordenadas no son, evidentemente, proporcionales, por lo que

son planos que se cortan en una recta

$$\text{La recta intersección es } \begin{cases} 2x - 5y - 4z - 9 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\alpha = \arccos \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \arccos \frac{|(2, -5, -4) \cdot (1, 0, 0)|}{|(2, -5, -4)| |(1, 0, 0)|} = \boxed{\arccos \frac{2}{\sqrt{45}} \approx 72,6539^\circ}$$

2
9422

a. $\pi_1: x + my + z + 2 = 0$ y $\pi_2: mx + y + z + m = 0$

$$\frac{1}{m} = \frac{m}{1} = \frac{1}{1} ; \text{ para } m = 1: \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1} \neq \frac{2}{1}$$

Por tanto $\begin{cases} \text{si } m \neq 1 : \text{ planos secantes en una recta} \\ \text{si } m = 1 : \text{ planos paralelos (y no coincidentes)} \end{cases}$

b. $A(0, k, 1)$, $B(-1, 2, 1)$, $C(8, 1, m)$

$$\vec{AB} = (-1, 2 - k, 0) ; \vec{BC} = (9, -1, m - 1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{-1}{9} &= \frac{2-k}{-1} ; 9(2-k) = 1 ; k = \frac{17}{9} \\ m-1 &= 0 ; m = 1 \end{aligned} \right\} \boxed{\begin{cases} k = 17/9 \\ m = 1 \end{cases}}$$

c. $R(1, 1, 1)$

El vector $\vec{PQ} = (9, -1, 0)$ de dirección de la recta r es también vector normal del plano π buscado, por lo que:

$$\pi: 9(x-1) - 1(y-1) + 0(z-1) = 0 ; \boxed{\pi: 9x - y - 8 = 0}$$

3
9410

a. $\pi_1: mx - y + 2 = 0$, $\pi_2: 2x + 3y = 0$

$$\frac{m}{2} = \frac{-1}{3} ; m = -\frac{2}{3}$$

Cuando $m = -\frac{2}{3}$ los planos son paralelos

Cuando $m \neq -\frac{2}{3}$ los planos se cortan en una recta

Nunca pueden ser coincidentes, pues el primero no pasa nunca por $O(0, 0, 0)$ y el segundo lo hace siempre.

b. $A(0,0,0)$, $B(1,0,1)$, $C(0,1,0)$

$$\overrightarrow{AB} = (1,0,1) ; \overrightarrow{AC} = (0,1,0)$$

$$\pi: \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 ; \boxed{\pi: x - z = 0}$$

c. $P(1,2,3)$; $\pi: x - z = 0$

$\vec{n} = (1,0,-1)$ vector normal del plano y de dirección de cualquier perpendicular.

t : recta perpendicular al plano π por el punto P

$$t: (x,y,z) = (1,2,3) + \lambda(1,0,-1) = (1+\lambda, 2, 3-\lambda)$$

$$Q = t \cap \pi ; Q = (1+\lambda, 2, 3-\lambda)$$

$$x - z = 0 ; 1 + \lambda - (3 - \lambda) = 0 ; \lambda = 1 : Q = (2,2,2)$$

P' : punto simétrico del punto P respecto del plano π

Q es el punto medio del segmento $\overline{PP'}$, por lo que:

$$P' = \overrightarrow{OP'} = 2\overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} = 2(2,2,2) - (1,2,3) = \boxed{(3,2,1)}$$

4

9406

a. $\vec{u} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$ y $\vec{v} = \left(-\frac{1}{2}, \frac{-1+\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{4\sqrt{2}}\right)$

$$\alpha = \arccos \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}, \frac{-1+\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{4\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{-1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} + 0 = \frac{1}{2}$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 0} = 1$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-1+\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3-2\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{4-2\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2}} = 1$$

$$\alpha = \arccos \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|} = \arccos \frac{1/2}{1} = \boxed{\frac{\pi}{3} = 60^\circ}$$

b. $P(1,-3,0)$

$$\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ y - z = 0 \end{cases}$$

$\vec{n} = (1,-1,2) \times (0,1,-1) = (-1,1,1)$ vector de dirección de la recta y normal del plano.

$$\pi: -1(x-1) + 1(y-(-3)) + 1(z-0) = 0 ; \boxed{\pi: -x + y + z + 4 = 0}$$

c. $Q(1,1,1)$; $\pi: -x + y + z + 4 = 0$

$$d(Q, \pi) = \frac{|-1+1+1+4|}{\sqrt{(-1)^2+1^2+1^2}} = \boxed{\frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}}$$

t : recta perpendicular a π por el punto $Q(1,1,1)$

$\vec{n} = (-1,1,1)$ es vector de dirección de la recta t

$$t: (x, y, z) = (1,1,1) + \lambda(-1,1,1) = (1-\lambda, 1+\lambda, 1+\lambda)$$

$$M = t \cap \pi:$$

$$-x + y + z + 4 = 0 ; M = (1-\lambda, 1+\lambda, 1+\lambda)$$

$$-(1-\lambda) + 1 + \lambda + 1 + \lambda + 4 = 0 ; 3\lambda + 5 = 0$$

$$\lambda = -\frac{5}{3} ; M = \left(1 - \left(-\frac{5}{3}\right), 1 + \left(-\frac{5}{3}\right), 1 + \left(-\frac{5}{3}\right)\right) = \left(\frac{8}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right)$$

Q' : punto simétrico de Q respecto del plano π .

M es el punto medio del segmento $\overline{QQ'}$, por lo que:

$$Q' = \overrightarrow{OQ'} = 2\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OQ} = 2\left(\frac{8}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right) - (1,1,1) = \boxed{\left(\frac{13}{3}, -\frac{7}{3}, -\frac{7}{3}\right)}$$

5
9389

$$r: \begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 2 \end{cases} ; s: \begin{cases} (1,1,0) \\ (0,1,1) \end{cases} ; o(0,0,0)$$

$\vec{u} = (1,1,0) \times (0,1,1) = (1, -1, 1)$ vector de dirección de r y del plano π buscado.

$\vec{v} = (1,1,0) - (0,1,1) = (1,0, -1)$ vector de dirección de s y del plano π buscado.

El plano pasa por $o(0,0,0)$ por lo que:

$$\pi: \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 0 ; \boxed{\pi: x + 2y + z = 0}$$

6
9316

a. $r: \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x - z + 3 = 0 \end{cases} ; s: x = y + 1 = \frac{z-2}{2}$

$\vec{u} = (1, -1, 0) \times (2, 0, -1) = (1, 1, 2)$ vector de dirección de r

$$s: \begin{cases} A = (0, -1, 2) \\ \vec{v} = (1, 1, 2) \end{cases}$$

Las coordenadas del punto A no satisfacen las ecuaciones de r . Las rectas, que tienen el mismo vector de dirección, son paralelas. Es preciso obtener un punto de la recta r .

Por tanteo, haciendo $x = 0$: $\begin{cases} 0 - y + 3 = 0 \\ 2 \cdot 0 - z + 3 = 0 \end{cases} ; \begin{cases} y = 3 \\ z = 3 \end{cases}$

$$B = (0, 3, 3) \in r$$

$$\vec{AB} = (0, 4, 1)$$

$$\pi': \begin{vmatrix} x & y+1 & z-2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0 ; \boxed{\pi': 7x + y - 4z + 9 = 0}$$

b. $P = (0, -1, 2)$

El vector de dirección de la recta t pedida se obtiene directamente con el producto vectorial del vector $\vec{u}$ y el vector normal del plano π' :

$$\vec{w} = (1, 1, 2) \times (7, 1, -4) = (-6, 18, -6) = -6(1, -3, 1).$$

Y, por tanto: $t: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{1}$

c. $\pi: x - 2y + az = b$; $\vec{n} = (1, -2, a)$

$$s: \begin{cases} A = (0, -1, 2) \\ \vec{v} = (1, 1, 2) \end{cases}$$

$$\vec{v} \perp \vec{n} \Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{n} = 0 ; (1, 1, 2) \cdot (1, -2, a) = -1 + 2a = 0 ; a = \frac{1}{2}$$

$$A \in \pi: 0 - 2(-1) + \frac{1}{2} \cdot 2 = b ; b = 3$$

En resumen: $a = \frac{1}{2}, b = 3$

7
9300

$$r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3} ; P(1, 2, 5)$$

$$r \equiv \begin{cases} A = (1, 2, 3) \\ \vec{u} = (1, 2, 3) \end{cases}$$

$$\vec{AP} = (0, 0, 2) = 2(0, 0, 1) \text{ vector de dirección del plano}$$

$$\pi \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 ; \pi \equiv 2x - y = 0$$

8
9277

a. $r \equiv \begin{cases} 4x - 3y + 4z = 1 \\ 3x - 2y + z = 0 \end{cases} ; \pi \equiv x - y + Az = 0$

$$\vec{u} = (4, -3, 4) \times (3, -2, 1) = (5, 8, 1) \text{ vector de dirección de la recta } r$$

$$\vec{n} = (1, -1, A) \text{ vector normal del plano } \pi$$

$$\pi \text{ paralelo a } r \Rightarrow \vec{u} \perp \vec{n} ; \vec{u} \cdot \vec{n} = 0$$

$$(5, 8, 1) \cdot (1, -1, A) = -3 + A = 0 ; A = 3$$

b. El plano perpendicular a la recta r por el origen tiene por vector normal $(5, 8, 1)$.

Y debe pasar por $(0, 0, 0)$, por lo que su ecuación es $5x + 8y + z = 0$

9
9267

$$r \equiv \begin{cases} -x + y - z - 1 = 0 \\ 3y - 2z + 3 = 0 \end{cases} ; s \equiv \frac{x-3}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$$

$$P = (1, -2, -1)$$

$$r \equiv \begin{cases} x = -2 - \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 3\lambda \end{cases} ; s \equiv \begin{cases} B = (3, 1, -1) \\ \vec{v} = (0, 1, -1) \end{cases}$$

$$r \equiv \begin{cases} A = (-2, -1, 0) \\ \vec{u} = (-1, 2, 3) \end{cases} ; s \equiv \begin{cases} B = (3, 1, -1) \\ \vec{v} = (0, 1, -1) \end{cases}$$

$$\vec{AP} = (3, -1, -1) ; \vec{BP} = (-2, -3, 0)$$

π_1 : plano que pasa por P y contiene a la recta r

$$\pi_1: \begin{vmatrix} x-1 & y+2 & z+1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0 ; \pi_1: x + 8y - 5z + 10 = 0$$

π_2 : plano que pasa por P y contiene a la recta s

$$\pi_2: \begin{vmatrix} x-1 & y+2 & z+1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -2 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 0 ; \pi_2: 3x - 2y - 2z - 9 = 0$$

La recta t buscada es la intersección de los dos planos:

$$t: \begin{cases} x + 8y - 5z + 10 = 0 \\ 3x - 2y - 2z - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\vec{w} = (1, 8, -5) \times (3, -2, -2) = (-26, -13, -26) = -13(2, 1, 2) \text{ vector de dirección de la recta } t$$

$$t \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{2}$$

10
9249

$$r \equiv \begin{cases} 2x + y - 2z - 1 = 0 \\ y + z + 1 = 0 \end{cases} ; s \equiv \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$$

$$P = (-2, 1, 1) \text{ punto de la recta } s$$

$$\vec{u} = (2, 1, -2) \times (0, 1, 1) = (3, -2, 2) \text{ vector de dirección de la recta } r$$

$$\vec{v} = (1, 2, 2) \text{ vector de dirección de la recta } s$$

El plano π dista 3 unidades de la recta s , por lo que es paralelo a ella.

Así, $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son vectores de dirección del plano π

$$\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = (3, -2, 2) \times (1, 2, 2) = (-8, -4, 8) = -4(2, 1, -2)$$

$(2, 1, -2)$ es entonces vector normal del plano π

$$\pi: 2x + y - 2z + k = 0$$

$$d(\pi, s) = d(\pi, P) = \frac{|2(-2) + 1 - 2 \cdot 1 + k|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = \frac{|k-5|}{3} = 3$$

$$k-5 = \pm 9 ; \begin{cases} k_1 = -4 : \pi_1: 2x + y - 2z - 4 = 0 \\ k_2 = 14 : \pi_1: 2x + y - 2z + 14 = 0 \end{cases}$$

11
9234

- a. $A = (0, -1, 1)$, $B = (1, 1, 1)$, $\pi: 2x - y + z = 1$
 r : recta perpendicular al plano π y que pasa por B
 $\vec{n} = (2, -1, 1)$ vector normal del plano π y de dirección de la recta r
 $r: \begin{cases} B = (1, 1, 1) \\ \vec{n} = (2, -1, 1) \end{cases} ; \boxed{r: (x, y, z) = (1 + 2\lambda, 1 - \lambda, 1 + \lambda)} ; \lambda \in \mathbb{R}$
- b. $C \in r$ por lo que $C = (1 + 2\lambda, 1 - \lambda, 1 + \lambda)$ para algún $\lambda \in \mathbb{R}$
 $\vec{AB} = (1, 2, 0)$
 $\vec{AC} = (1 + 2\lambda, 1 - \lambda, 1 + \lambda) - (0, -1, 1) = (1 + 2\lambda, 2 - \lambda, \lambda)$
 El área del triángulo es la mitad del módulo del producto vectorial.
 $\vec{AB} \times \vec{AC} = (1, 2, 0) \times (1 + 2\lambda, 2 - \lambda, \lambda) = (2\lambda, -\lambda, -5\lambda)$
 $|\vec{AB} \times \vec{AC}| = \sqrt{(2\lambda)^2 + (-\lambda)^2 + (-5\lambda)^2} = \lambda\sqrt{30}$
 $S = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| = \frac{1}{2} \lambda\sqrt{30} = 3\sqrt{30} ; \lambda = 6$
 $C = (1 + 2 \cdot 6, 1 - 6, 1 + 6) ; \boxed{C = (13, -5, 7)}$

12
9230

- a. $r: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{1} ; \pi: x - 2y - z = -1$
 $r: (x, y, z) = (-1 - \lambda, -3 + 2\lambda, \lambda)$
 $r \cap \pi:$
 $-1 - \lambda - 2(-3 + 2\lambda) - \lambda = -1 ; -6\lambda + 5 = -1 ; \lambda = 1$
 Por tanto, $\boxed{\text{la recta y el plano se cortan en un punto}}$
- b. $P = r \cap \pi$
 $\lambda = 1 ; P = (x, y, z) = (-1 - 1, -3 + 2 \cdot 1, 1) ; \boxed{P = (-2, -1, 1)}$
 $\vec{u} = (-1, 2, 1)$ vector de dirección de la recta
 $\vec{n} = (1, -2, -1)$ vector normal del plano
 $\vec{u} = -\vec{n}$ por lo que $r \perp \pi$, y $\boxed{\text{el ángulo que forman es } 90^\circ}$
 También con la fórmula:
 $\text{sen } \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| |\vec{n}|} = \frac{|(-1, 2, 1) \cdot (1, -2, -1)|}{|(-1, 2, 1)| |(1, -2, -1)|} = \frac{6}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = 1 ; \alpha = 90^\circ$

13
9216

- a. $r: \frac{x-5}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+1}{1} ; s: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$
 $r: \begin{cases} A = (5, 6, -1) \\ \vec{u} = (1, 1, 1) \end{cases} ; s: \begin{cases} B = (1, 0, -1) \\ \vec{v} = (1, 1, -1) \end{cases}$
 $\vec{AB} = (-4, -6, 0) = -2(2, 3, 0)$
 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 2 \neq 0 ; \text{rango}\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{AB}\} = 3 \text{ y } \boxed{\text{las rectas se cruzan}}$

b. t : recta perpendicular común

$\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v}$ vector de dirección de la recta t

$$\vec{w} = (1, 1, 1) \times (1, 1, -1) = (-2, 2, 0) = -2(1, -1, 0)$$

π_1 : plano que contiene a r y a t

$$\pi_1: \begin{cases} A = (5, 6, -1) \\ \vec{u} = (1, 1, 1) \\ \vec{w} = -2(1, -1, 0) \end{cases} ; \begin{vmatrix} x-5 & y-6 & z+1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 ; \pi_1: x + y - 2z - 13 = 0$$

π_2 : plano que contiene a s y a t

$$\pi_2: \begin{cases} B = (1, 0, -1) \\ \vec{v} = (1, 1, -1) \\ \vec{w} = -2(1, -1, 0) \end{cases} ; \begin{vmatrix} x-1 & y & z+1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 ; \pi_2: x + y + 2z + 1 = 0$$

La recta buscada es la intersección de los dos planos:

$$t: \begin{cases} x + y - 2z - 13 = 0 \\ x + y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$$

También $t: (x, y, z) = \left(\lambda, 6 - \lambda, -\frac{7}{2} \right)$

a. $\pi \equiv 2x + 3y - z = 4$; $P(1, 2, 3)$

t_1 : recta perpendicular a π por el punto P

$\vec{n} = (2, 3, -1)$ vector normal del plano π y de la recta t_1

$$t_1 \equiv (x, y, z) = (1 + 2\mu, 2 + 3\mu, 3 - \mu)$$

$$Q = t_1 \cap \pi: 2(1 + 2\mu) + 3(2 + 3\mu) - (3 - \mu) = 4 ; 14\mu = -1 ; \mu = -\frac{1}{14}$$

$$Q = \left(1 + 2\left(-\frac{1}{14}\right), 2 + 3\left(-\frac{1}{14}\right), 3 - \left(-\frac{1}{14}\right) \right) = \left(\frac{12}{14}, \frac{25}{14}, \frac{43}{14} \right)$$

P' : punto simétrico de P respecto del plano π .

También lo es respecto del punto Q , por lo que:

$$P' = \overrightarrow{OP'} = 2\overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} = 2\left(\frac{12}{14}, \frac{25}{14}, \frac{43}{14}\right) - (1, 2, 3) = \left(\frac{5}{7}, \frac{11}{7}, \frac{12}{7}\right)$$

b. $r \equiv \begin{cases} x + y - z = 0 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$; $r \equiv (x, y, z) = (1 - \mu, \mu, 1)$

$$R = r \cap s: \begin{cases} 1 + \lambda = 1 - \mu \\ 2 = \mu \\ 3 + \lambda = 1 \end{cases} ; \begin{cases} \lambda = -2 \\ \mu = 2 \end{cases} ; R = (1 - 2, 2, 1) = (-1, 2, 1)$$

t_2 : recta perpendicular a π por el punto R

t_2 es paralela a t_1 por lo que tiene el mismo vector de dirección.

$$t_2 \equiv (x, y, z) = (-1 + 2\mu, 2 + 3\mu, 1 - \mu)$$

c. $\vec{u} = (-1, 1, 0)$ vector de dirección de la recta r

$\vec{v} = (1, 0, 1)$ vector de dirección de la recta s

$$\alpha = \arccos \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| |\vec{v}|} = \arccos \frac{|(-1, 1, 0) \cdot (1, 0, 1)|}{|(-1, 1, 0)| |(1, 0, 1)|} = \arccos \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \arccos \frac{1}{2} ; \alpha = 60^\circ$$

a.

$$r: \begin{cases} x+y+z=0 \\ x+z=0 \end{cases}; \quad r: \begin{cases} x=-\lambda \\ y=0 \\ z=\lambda \end{cases}; \quad r: \begin{cases} O(0,0,0) \\ \vec{u}(-1,0,1) \end{cases}$$

$$A(1,1,1); \quad \vec{OA} = (1,1,1)$$

$\vec{u}$ y $\vec{OA}$ son vectores de dirección de π_2 :

$$\pi_2: \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0; \quad \boxed{\pi_2: x - 2y + z = 0}$$

b. El plano buscado, π'_1 , se encuentra a $\sqrt{3}$ unidades de r y, puesto que $r \subset \pi_1$, el plano

π'_1 también se encuentra a $\sqrt{3}$ unidades de π_1 .

$$\pi_1: x + y + z = 0$$

$P(x, y, z)$: punto genérico de π'_1

$$d(P, \pi_1) = \frac{|x+y+z|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{|x+y+z|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}; \quad x+y+z = \pm 3$$

Hay, así, dos planos solución $\boxed{x+y+z+3=0}$ y $\boxed{x+y+z-3=0}$