

MATRICES Y DETERMINANTES

1.- Halla la matriz X que satisface la ecuación $A \cdot X \cdot B + C = D$,

$$\text{siendo } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix} \text{ y } D = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} x & y & 0 & 0 \\ 0 & x & y & 0 \\ 0 & 0 & x & y \\ y & 0 & 0 & x \end{pmatrix}$, Deduce cuándo A no tiene inversa.

3.- Sabiendo que

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ 3 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1; \quad \text{Calcula el valor de } |A^2|, |2AA^t|, |(A^t)^{-1}| \text{ y } \begin{pmatrix} a & 1 & 3 \\ 3b & 3 & 0 \\ a+c & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

4.- Sea

$$A = I - \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1/4 & 3/2 \end{pmatrix}, \quad \text{Donde } I \text{ es la matriz unidad. Comprueba que } A^2 \text{ es proporcional a } A$$

y deduce la expresión general de A^n .

5.-

Calcula los valores del parámetro λ para los que las matrices A.B y B.A son invertibles, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ \lambda & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}. \quad \text{Calcula la inversa de las matrices en función de } \lambda$$

6.- Probar, aplicando las propiedades de determinantes, la siguiente igualdad:

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-a-c & 2b \\ 2c & 2c & c-b-a \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

7.- Sea A una matriz cuadrada que verifica $A^2 = I - 2A$ donde I es la matriz identidad.

Probar que $\det(A)$ es distinto de cero y encontrar A^{-1}

Calcular dos números p y q tales que $A^4 = pI + qA$

Si $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & k \end{pmatrix}$ cumple la relación de partida, calcular el valor de K

8.- Hallar una matriz X tal que $A.X.A^t=B$, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

9.- Sabiendo que $\begin{vmatrix} 2 & b & 3 \\ a & 0 & 1 \\ 1 & 5 & c \end{vmatrix} = 5$. Calcula, sin desarrollar, los siguientes determinantes

$$\begin{vmatrix} b & 5 & 0 \\ 4 & c+2 & 2 \\ a+2 & 2a+1 & 2a \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2-3a & b & 0 \\ 2 & b & 3 \\ 5 & 2b+5 & c+6 \end{vmatrix}$$

10.- Sea A una matriz 3x3 tal que $\det A=3$, calcula, justificando la respuesta

$$|5A|; \quad |2(A^2)^{-1}|; \quad |M.A.M^{-1}|; \quad |\text{Adj}(A)|$$

11.- Si A es cualquier matriz con n filas y n columnas tal que $A^3 + A - I = 0$, probar que $\det(a)$ es distinto de cero. Suponiendo que $\det(A^2)=9$, calcular $\det(A^2+I)$.

12.- Determinar todos los valores de m para los que el siguiente sistema no tiene solución

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} mx+1 \\ mx-1 \end{pmatrix}$$

13.- Resolver la ecuación matricial $A.(X+C).B^t=D$ siendo

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -4 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$