Ejercicio 1

Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} m+2 & 0 & m+1 \\ 0 & m+1 & 0 \\ -1 & 0 & m+1 \end{pmatrix}$

a) *Determina los valores de m para los cuales M no es invertible.*

b) *Encuentra los valores de m para los cuales M es una matriz simétrica.*

c) *Para $m = -2$, calcula la matriz X que verifica la ecuación matricial:*

$$M^2 \cdot X \cdot M^{-1} + I = M + M^t$$

d) *Para $m = 1$, calcular $|2 \cdot M^{14}|$ (dejar indicado el resultado en forma de potencia de base 2)*

Ejercicio 2

Dado el sistema $\begin{cases} mx + my + m^2z = m \\ x + m^2y + m^2z = 3 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$ *, discutirlo según los valores de m, y resolverlo cuando sea compatible (expresar la solución en función de m cuando sea compatible determinado)*

Ejercicio 3

a) *Calcula* $\lim\limits_{x\to\pi} (1-\cos(2x))^{\operatorname{sen} x}$

b) *Sabiendo que el siguiente límite existe y es un número real, calcula el valor del parámetro k, y el del límite:*

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos(3x) - e^x + kx}{x \operatorname{sen}(x)}$$

Ejercicio 4

Dada la función $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2} + e^{-x^2+x} & si \quad x < 1 \\ x^3 + ax^2 + b & si \quad 1 \le x \le 2 \end{cases}$

a) *Demostrar, utilizando los teoremas adecuados, que en el intervalo abierto $(-1, 0)$ la gráfica $y = f(x)$ corta al eje OX en un un único punto.*

b) *Determinar los valores de a y b para que f sea derivable en todo su dominio.*

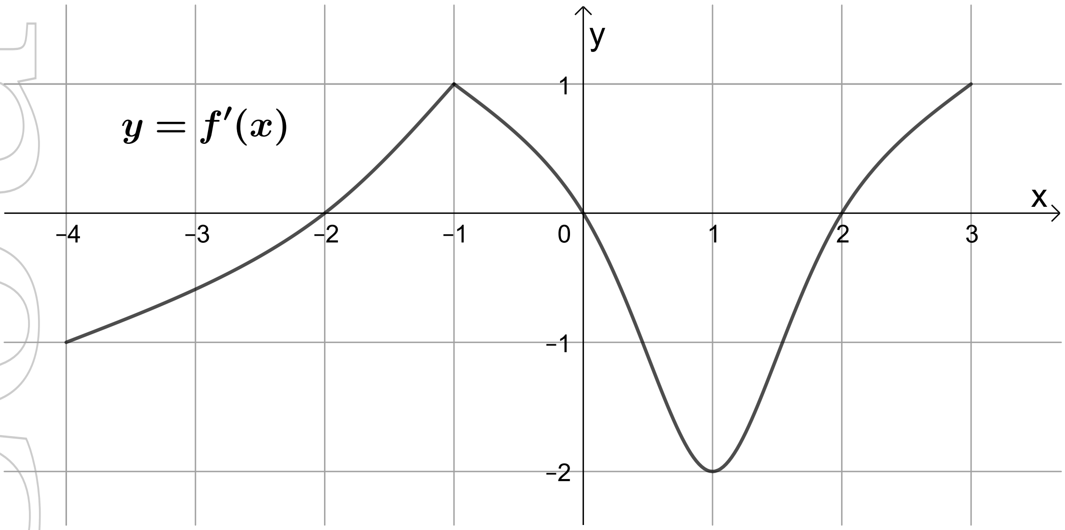
c) *Enuncia el Teorema de Lagrange o del Valor Medio del Cálculo Diferencial.*

d) *Para los valores $a = -2$ y $b = \dfrac{3}{2}$, ¿existe algún punto en el intervalo abierto $(1, 2)$ en el cual la recta tangente a la curva $y = f(x)$ sea paralela a la recta que pasa por $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ y $\left(2, \frac{3}{2}\right)$?. Justifica (mediante razonamientos teóricos) la respuesta, y en caso afirmativo, determina la ecuación dicha recta tangente.*

e) *Para los valores $a = -2$ y $b = \frac{3}{2}$, estudiar la monotonía, la curvatura, los extremos relativos, y los puntos de inflexión.*

Ejercicio 5 *Se desea construir un rectángulo con los vértices de la base sobre el eje OX, comprendidos entre los puntos $(-2,0)$ y $(2,0)$, y los otros dos vértices sobre la parábola $y=-x^2+4$. Calcula los vértices de dicho rectángulo para que su área sea máxima.*

Ejercicio 6 *De una función $f:[-4,3]\subset\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ se sabe que $f(-1)=0$, y que la gráfica de su función derivada es la que aparece en el siguiente dibujo:*



a) *Escribir la ecuación de la recta tangente a $y=f(x)$ en $x=-1$*

b) *Estudiar la monotonía y la existencia de extremos relativos de f.*

c) *Estudiar la curvatura y la existencia de puntos de inflexión de f.*