IES O COUTO. DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
Matemáticas II
Fecha: 25-10-2019. Tiempo estimado: 90 minutos

ALUMNO/A:

Ejercicio 1 *Responde razonadamente a las siguientes cuestiones:*

a) *Si* $A \cdot B \cdot C \in \mathcal{M}_{2\times 3}(\mathbb{R})$*, y puede calcularse el producto* $A \cdot C^t$ *dando como resultado una matriz de dimensión* 2×4*, calcula las dimensiones de* A*,* B *y* C*.* (0.25 *puntos*)

b) *Si* $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ *con* $|A| = 3$ *y* $|2A| = 48$*, determina el orden de* A*.* (0.25 *puntos*)

c) *Si las filas primera, segunda, y tercera de* $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ *son respectivamente* F_1*,* F_2*, y* F_3*, y* $|A| = -2$*, obtén el determinante* $det(F_2 + 3F_3, F_1 + 2F_2, 5F_1)$ (0.75 *puntos*)

d) *Si* A *y* B *son matrices cuadradas, con* $|A| = 3$ *y* $|B| = 0$*, la matriz* AB *¿es regular o es singular? (Una matriz se dice regular si tiene inversa, y se dice singular en caso contrario)* (0.25 *puntos*)

e) *Sea* $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ *una matriz simétrica, con* $|A| = -1$*. ¿Cuál es el determinante de la matriz* $A + A^t$*?* (0.5 *puntos*)

f) *Si* $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$*, con* $|A| = 2$ *y verificando* $A^3 + A + I = 0$*, calcula:*

- $|Adj(A)|$ (0.5 *puntos*)
- $\left|2 \cdot (A^{-1} \cdot A^t)^{10} \cdot (A + I)\right|$ (0.5 *puntos*)

g) *Enuncia el Teorema de Rouché.*

Si un sistema homogéneo tiene dos ecuaciones y tres incógnitas, ¿qué podemos decir de su solución? (0.75 *puntos*)

Ejercicio 2 *Hallar todas las matrices que conmutan con* $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ (0.75 *puntos*)

Ejercicio 3 *Si* I *es la matriz identidad de orden* 3*, y* $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$*:*

a) *Determina si son regulares (invertibles) las matrices* A*, y* $B = A + I$ (0.5 *puntos*)

b) *Calcula* B^{20} (1 *punto*)

c) *Resuelve la ecuación matricial* $XA = 3BA^t - X$ (1 *punto*)

Ejercicio 4 *Resuelve la ecuación* $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x-1 & 0 \\ 1 & 0 & x & -1 \\ 0 & x & 1 & 1 \end{vmatrix} = -1$ (0.75 *puntos*)

Ejercicio 5 *Dado el sistema* $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & my & - & z & = & m \\ mx & - & y & + & z & = & m \\ (m+1)x & + & y & & & = & 1 \end{array}\right.$

a) *Discute la existencia y unicidad de solución en función de los valores de* m. (1 *punto*)

b) *Resuélvelo, si es posible, para los valores* $m = -1$ *y* $m = 3$. (1.25 *puntos*)