

Repaso para el examen global de la 2ª Evaluación

Ejercicio 1 *Calcula los siguientes límites, justificando el resultado obtenido.*

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+2}{x^2+x+2} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - 3}{x^2 - 2x - 3}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} \right)^x$$

Ejercicio 2 *Dadas las funciones $f(x) = e^{2x+3}$, y $g(x) = \ln(x-1)$, obtener:*

a) *La expresión de $f^{-1}(x)$*

b) *La expresión de $(f \circ g)(x)$*

c) *La expresión del valor exacto de $(f \circ g)(4)$, sin utilizar la calculadora. (Se obtendrá una expresión del tipo Ae^k)*

Ejercicio 3 *Para las siguientes funciones, estudia el dominio y la existencia de asíntotas horizontales y verticales (si hay asíntotas, determina su ecuación).*

$$a) f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$$

$$c) g(x) = \frac{4x - 1}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

$$b) f(x) = \ln \left(\frac{x-1}{x+4} \right)$$

$$d) h(x) = e^{-x+2}$$

Ejercicio 4 *Utilizando la definición de derivada de una función en un punto, obtén el valor de $f'(2)$ para la función $f(x) = x^2 + 4x - 6$*

Ejercicio 5 *Utilizando las reglas de derivación, obtén la función derivada de las siguientes:*

$$a) f(x) = \ln \left(\frac{x+3}{5x-2} \right)$$

$$d) f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^3-2x}}$$

$$b) f(x) = 2^{x^2-5x}$$

$$e) f(x) = \cos(x^2) \operatorname{tg}(1-x)$$

$$c) f(x) = \operatorname{sen}(e^{x^2-x} + x)$$

$$f) f(x) = (2x-1)^x$$

Ejercicio 6 *Estudia la continuidad de las siguientes funciones. Si encuentras discontinuidades, clasifícalas.*

$$a) f(x) = \frac{x^2 - 25}{x + 5}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{si } x < 1 \\ -2x + 3 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{x-3} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Ejercicio 7 Estudia la derivabilidad en $x = 1$ y en $x = 2$ de la función del ejercicio 6b

Ejercicio 8 Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 + bx + 3 & \text{si } x < -1 \\ ax - \frac{1}{x+2} & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ 3 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) Encuentra el valor de los parámetros a y b para que sea derivable en $x = -1$.
- b) Para los valores de a y b encontrados, estudiar la derivabilidad de f , y obtener la expresión de la función derivada.
- c) Escribe la ecuación de la recta tangente a $y = f(x)$ en $x = -2$.

Ejercicio 9 Estudia la monotonía y la existencia de extremos de las siguientes funciones

a) $f(x) = \frac{x^7}{14} - \frac{x^5}{5} + 1$

c) $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+2}\right)$

b) $f(x) = e^{-x^2+4x}$

d) $f(x) = |-x^2 + 6x|$

Ejercicio 10 Se quiere construir una caja sin tapa a partir de una hoja de cartón de 20×10 cm. Para ello, se corta un cuadrado de lado L en cada esquina y se dobla la hoja levantando los cuatro laterales de la caja. Determinar las dimensiones de la caja para que su volumen sea máximo si el lado L debe medir entre 2 y 3 cm.

Ejercicio 11 Se inscribe un rectángulo en una circunferencia de radio 6 cm. Calcular las dimensiones del rectángulo para que su área sea máxima.

Ejercicio 12 Encontrar dos números tales que la suma de uno de ellos con el cubo del otro sea 108 y que su producto sea lo más grande posible.

Ejercicio 13 De entre todos los rectángulos con igual perímetro, ¿cuál es el de mayor área?

Ejercicio 14 Calcula la altura y el radio que debe tener un bote cilíndrico cuya área total (incluyendo las dos tapas) es de 150 cm^2 , para que su volumen sea máximo.