IES CASTELAO
Rúa Aragón 22, 36206 Vigo
886 111111 fax 886 111117
www.edu.xunta.gal/centros/iescastelaovigo

XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA

Examen: Práctica 3

DEPARTAMENTO *Fecha*: *Curso / Grupo*: 2ºBach -

MATEMÁTICAS *APELLIDOS:*..

NOMBRE:..

CORRECTOR DEL EXAMEN:

1.

a) Sexan A e B dous sucesos dun mesmo espazo mostral. Calcule $P(A)$ sabendo que $P(B) = 2P(A)$, $P(A \cap B) = 0.1$ e $P(A \cup B) = 0.8$.
b) Diga se os sucesos A e B son ou non independentes, se se sabe que

$$P(A) = 0.6, \quad P(B) = 0.3 \quad \text{e} \quad P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0.82.$$

7.a) $P(B) = 2P(A)$, $P(A \cap B) = 0.1$ e $P(A \cup B) = 0.8$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B),$$

$$0.8 = P(A) + 2P(A) - 0.1 \Leftrightarrow 0.8 = 3P(A) - 0.1 \Leftrightarrow 3P(A) = 0.9 \Leftrightarrow \boldsymbol{P(A) = 0.3}.$$

7.b) $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.3$ e $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0.82$.

$$0.82 = P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 1 - 0.82 = 0.18.$$

Como $P(A)P(B) = 0.6 \cdot 0.3 = 0.18 = P(A \cap B)$, **os sucesos A e B son independentes**.

2.

O portador dunha certa enfermidade ten un 10% de probabilidades de contaxiala a quen non estivo exposto a ela. Se entra en contacto con 8 persoas que non estiveron expostas, calcule:
a) A probabilidade de que contaxie a un máximo de 2 persoas.
b) A probabilidade de que contaxie a 2 persoas polo menos.

8. $X =$ "n.º de persoas contaxiadas, de entre as 8".

$X \to B(n, p)$, con $n = 8$ e $p = 0.1$ (logo $q = 1 - p = 0.9$).

8.a)

$$\boldsymbol{P(X \leq 2)} = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$$

$$\binom{8}{0}(0.1)^0(0.9)^8 + \binom{8}{1}(0.1)^1(0.9)^7 + \binom{8}{2}(0.1)^2(0.9)^6 =$$

$$(0.9)^8 + 8(0.1)(0.9)^7 + 28(0.1)^2(0.9)^6 = \boldsymbol{0.9619}.$$

8.b)

$$\boldsymbol{P(X \geq 2)} = 1 - P(X < 2) = 1 - \{P(X = 0) + P(X = 1)\} = 1 - (0.9)^8 - 8(0.1)(0.9)^7$$
$$= \boldsymbol{0.1869}.$$

3.

a) Halle los valores de k y de m que hacen que los puntos $A(k,3,m)$, $B(2,0,2)$ y $C(k,2,0)$ estén alineados.

b) Estudie la posición relativa de las rectas $r: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-2}{2}$ y $s: \dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z+1}{3}$. Si se cortan, calcule el punto de corte.

a) Para que tres puntos estén alineados debe cumplirse que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ indiquen la misma dirección, es decir, tengan coordenadas proporcionales.

Obtenemos las coordenadas de los dos vectores.

$$\left.\begin{array}{l} A(k,3,m) \\ B(2,0,2) \end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2,0,2) - (k,3,m) = (2-k,-3,2-m)$$

$$\left.\begin{array}{l} A(k,3,m) \\ C(k,2,0) \end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{AC} = (k,2,0) - (k,3,m) = (0,-1,-m)$$

Sus coordenadas deben ser proporcionales.

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{AB} = (2-k,-3,2-m) \\ \overrightarrow{AC} = (0,-1,-m) \\ \overrightarrow{AB} // \overrightarrow{AC} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{2-k}{0} = \frac{-3}{-1} = \frac{2-m}{-m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{2-k}{0} = \dfrac{-3}{-1} \Rightarrow -2+k=0 \Rightarrow \boxed{k=2} \\ \dfrac{-3}{-1} = \dfrac{2-m}{-m} \Rightarrow 3m = -2+m \Rightarrow 2m=-2 \Rightarrow \boxed{m=-1} \end{cases}$$

Los valores buscados son $k = 2$ y $m = -1$.

b) Obtengamos un vector director y un punto de cada una de ellas.

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2} \Rightarrow r: \begin{cases} P_r(1,-1,2) \\ \overrightarrow{u_r} = (2,3,2) \end{cases}$$

$$s: \frac{x+2}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{3} \Rightarrow s: \begin{cases} Q_s(-2,-3,-1) \\ \overrightarrow{v_s} = (3,2,3) \end{cases}$$

Comprobamos primero si son paralelas o coincidentes viendo si las coordenadas de sus vectores directores son proporcionales.

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{u_r} = (2,3,2) \\ \overrightarrow{v_s} = (3,2,3) \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{2}{3} \neq \frac{3}{2} \neq \frac{2}{3}$$

Las rectas no son ni paralelas ni coincidentes. Las rectas tienen distinta dirección y se cortan o cruzan. Averiguamos en cual de las dos situaciones estamos comprobando si es nulo o no el producto mixto de los vectores $\vec{u_r}$, $\vec{v_s}$ y $\overrightarrow{P_rQ_s}$.

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{P_rQ_s}=(1,-1,2)-(-2,-3,-1)=(3,2,3)\\ \vec{u_r}=(2,3,2)\\ \vec{v_s}=(3,2,3)\end{array}\right\}\Rightarrow\left[\vec{u_r},\vec{v_s},\overrightarrow{P_rQ_s}\right]=\begin{vmatrix}2&3&2\\3&2&3\\3&2&3\end{vmatrix}=0$$

Por lo que los vectores son dependientes y las rectas se cortan.

Averiguamos el punto de corte resolviendo el sistema formado por sus ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l}r:\begin{cases}P_r(1,-1,2)\\ \vec{u_r}=(2,3,2)\end{cases}\Rightarrow r:\begin{cases}x=1+2\lambda\\ y=-1+3\lambda\\ z=2+2\lambda\end{cases}\\ s:\begin{cases}Q_s(-2,-3,-1)\\ \vec{v_s}=(3,2,3)\end{cases}\Rightarrow s:\begin{cases}x=-2+3\alpha\\ y=-3+2\alpha\\ z=-1+3\alpha\end{cases}\end{array}\right\}\Rightarrow\begin{cases}1+2\lambda=-2+3\alpha\\ -1+3\lambda=-3+2\alpha\\ 2+2\lambda=-1+3\alpha\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3+2\lambda=3\alpha\\ 2+3\lambda=2\alpha\\ 3+2\lambda=3\alpha\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}3+2\lambda=3\alpha\\ 2+3\lambda=2\alpha\end{cases}\Rightarrow\begin{array}{l}\begin{cases}9+6\lambda=9\alpha\\ -4-6\lambda=-4\alpha\end{cases}\\ \hline 5\qquad\quad=5\alpha\end{array}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\alpha=1\Rightarrow\begin{cases}x=-2+3=1\\ y=-3+2=-1\\ z=-1+3=2\end{cases}\Rightarrow\boxed{C(1,-1,2)}$$

Las rectas r y s se cortan en el punto $C(1,-1,2)$.