

DEPARTAMENTO
MATEMÁTICAS

Fecha: _____
 APELLIDOS:.....
 NOMBRE:.....

Curso / Grupo: 2ºBach -

CORRECTOR DEL EXAMEN:

Cada ejercicio estará valorado con 2 puntos

1. PARA ESTE EJERCICIO VALE 1 PTO CADA UNO DE LOS APARTADOS

a) Si $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ y $P(B) = \frac{1}{4}$, calcule $P(A)$ sabiendo que A y B son sucesos incompatibles.

¿Cuánto valdría $P(A)$ si supusiéramos que A y B son, en lugar de incompatibles, independientes?

b) En una cierta ciudad, el 21% de las personas leen ciencia ficción, el 63% leen novela negra, y el 17% leen tanto ciencia ficción como novela negra. Si se elige al azar una persona de esa ciudad, calcule:

- La probabilidad de que lea novela negra sabiendo que lee ciencia ficción.
- La probabilidad de que no lea ni ciencia ficción ni novela negra.

a) Si los sucesos son incompatibles significa que su intersección es vacía, es decir, $P(A \cap B) = 0$

$$\left. \begin{array}{l} P(A \cup B) = \frac{1}{3} \\ P(B) = \frac{1}{4} \\ P(A \cap B) = 0 \\ P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{3} = P(A) + \frac{1}{4} - 0 \Rightarrow \boxed{P(A) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}}$$

Si fuesen independientes entonces se cumpliría que $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = P(A) \cdot \frac{1}{4}$

$$\left. \begin{array}{l} P(A \cup B) = \frac{1}{3} \\ P(B) = \frac{1}{4} \\ P(A \cap B) = \frac{1}{4} P(A) \\ P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{3} = P(A) + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} P(A) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = P(A) - \frac{1}{4} P(A) \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{3}{4} P(A) \Rightarrow P(A) = \frac{12}{3} = \frac{4}{36} \Rightarrow \boxed{P(A) = \frac{1}{9}}$$

b) Hacemos una tabla de contingencia.

	Leen novela negra	No leen novela negra	
Leen ciencia ficción	17		21
No leen ciencia ficción			
	63		100

Completamos la tabla.

	Leen novela negra	No leen novela negra	
Leen ciencia ficción	17	4	21
No leen ciencia ficción	46	33	79
	63	37	100

$$P(\text{Lea novela negra/Lee ciencia ficción}) = \frac{17}{21} = 0.81$$

$$P(\text{No lee novela negra ni ciencia ficción}) = \frac{33}{100} = 0.33$$

2. PARA ESTE EJERCICIO APARTADO A=0,5 APARTADO B=1,5

- a) Calcule el valor de $P(-2 \leq X \leq 7)$ si X sigue una distribución normal de media 1 y desviación típica 3.
- b) Calcule el valor de α que hace que $P(\mu - \alpha \leq X \leq \mu + \alpha) = 0.8064$ si X sigue una distribución normal de media μ y desviación típica 4.

a) $X = N(1, 3)$.

$$\begin{aligned} P(-2 \leq X \leq 7) &= \{ \text{Tipificamos} \} = P\left(\frac{-2-1}{3} \leq \frac{X-1}{3} \leq \frac{7-1}{3}\right) = \\ &= P(-1 \leq Z \leq 2) = P(Z \leq 2) - P(Z \leq -1) = P(Z \leq 2) - P(Z > 1) = \\ &= P(Z \leq 2) - [1 - P(Z \leq 1)] = \{ \text{Miramos en la tabla } N(0,1) \} = 0.9772 - [1 - 0.8413] = \boxed{0.8185} \end{aligned}$$

b) $X = N(\mu, 4)$

$$\begin{aligned} P(\mu - \alpha \leq X \leq \mu + \alpha) &= 0.8064 \Rightarrow \{ \text{Tipificamos} \} \Rightarrow \\ \Rightarrow P\left(\frac{\mu - \alpha - \mu}{4} \leq \frac{X - \mu}{4} \leq \frac{\mu + \alpha - \mu}{4}\right) &= 0.8064 \Rightarrow \\ \Rightarrow P\left(\frac{-\alpha}{4} \leq Z \leq \frac{\alpha}{4}\right) &= 0.8064 \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{\alpha}{4}\right) - P\left(Z \leq \frac{-\alpha}{4}\right) = 0.8064 \Rightarrow \\ \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{\alpha}{4}\right) - P\left(Z > \frac{\alpha}{4}\right) &= 0.8064 \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{\alpha}{4}\right) - \left[1 - P\left(Z \leq \frac{\alpha}{4}\right)\right] = 0.8064 \Rightarrow \\ \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{\alpha}{4}\right) - 1 + P\left(Z \leq \frac{\alpha}{4}\right) &= 0.8064 \Rightarrow 2P\left(Z \leq \frac{\alpha}{4}\right) = 1.8064 \Rightarrow \\ \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{\alpha}{4}\right) &= \frac{1.8064}{2} = 0.9032 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Buscamos esta probabilidad} \\ \text{en la tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{\alpha}{4} = 1.3 \Rightarrow \boxed{\alpha = 5.2} \end{aligned}$$

DEPARTAMENTO
MATEMÁTICAS

Fecha: _____
 APELLIDOS:.....
 NOMBRE:.....

Curso / Grupo: 2ºBach -

CORRECTOR DEL EXAMEN:

3. DESPEJAR BIEN 0,5; CALCULAR EL VALOR DE X 1,5 (SIENDO EL CÁLCULO DE LA INVERSA 1PTO)

Despeje X de la ecuación matricial $AB(X - I) = C$, donde I es la matriz identidad (asuma que el producto AB tiene inversa). Luego, calcule X si

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad y \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$AB(X - I) = C \Rightarrow X - I = (AB)^{-1} C \Rightarrow X = (AB)^{-1} C + I$$

Calculamos la matriz AB .

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+3 & 2+2 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Comprobamos que su determinante es no nulo y por tanto existe su inversa

$$|AB| = \begin{vmatrix} 4 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 8 + 0 + 0 - 6 - 0 - 0 = 2 \neq 0$$

Calculamos su inversa.

$$AB = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow (AB)^T = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(AB)^{-1} = \frac{Adj((AB)^T)}{|AB|} = \frac{Adj \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 2 \end{pmatrix}}{2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$(AB)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & -8 & -6 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Calculamos la expresión de X .

$$X = (AB)^{-1}C + I \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 2-3 & 4-4 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1+2 & -2+2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$