IES CASTELAO
Rúa Aragón 22, 36206 Vigo
886 111111 fax 886 111117
www.edu.xunta.gal/centros/iescastelaovigo

XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA

Examen: Práctica 3

DEPARTAMENTO MATEMÁTICAS *Fecha*: *Curso / Grupo*: 2ºBach -

APELLIDOS:...

NOMBRE:...

Matemáticas Aplicadas

1.

EXERCICIO 1. Álxebra. Dadas as matrices

$A=\begin{pmatrix} m & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

a) Determine para que valores de m existe a matriz inversa de A.

b) Despexe a matriz X tal que X·A+B= C e calcúlea para **m=1.**

a) Determine para que valores de m existe a matriz inversa de A.

A matriz A ten inversa se determinante de A distinto de cero

$Det(A)=2m\neq 0 \Rightarrow m\neq 0$

Existe inversa da matriz A para todo m≠0

b) Despexe a matriz X tal que X·A+B= C e calcúlea para m=1.

$X\cdot A+B=C \Rightarrow X\cdot A=C-B \Rightarrow X\cdot A\cdot A^{-1}=(C-B)\cdot A^{-1}$

$\mathbf{X=(C-B)\cdot A^{-1}}$

$C-B=\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

$A^{-1}=\dfrac{1}{\det(A)}(A^*)^t;\ \det(A)=\det\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}=2$

$A^*=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 8 & -4 & 2 \end{pmatrix};\ (A^*)^t=\begin{pmatrix} 2 & -4 & 8 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix};\ A^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1/2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\mathbf{X=(C-B)\cdot A^{-1}}=\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1/2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 3 & -9 \\ 0 & 1 & -6 \end{pmatrix}$

$\mathbf{X}=\begin{pmatrix} \mathbf{-1} & \mathbf{3} & \mathbf{-9} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{-6} \end{pmatrix}$

2.

EXERCICIO 3. Análise. A cantidade de CO_2 (en millóns de toneladas) emitida á atmosfera por unha determinada rexión ó longo do ano 2020, vén dada pola función

$$C(t)=\begin{cases} 5-\frac{t}{3} & , \quad 0\le t<6 \\ \frac{1}{4}t^2-4t+18 & , \quad 6\le t\le 12 \end{cases}$$ sendo t é o tempo transcorrido en meses desde comezo do ano.

a) Estudie en que periodos se produciu un aumento/diminución da cantidade de CO_2 emitida á atmosfera.

b) Cales son as cantidades máxima e mínima de CO_2 emitidas á atmosfera ó longo do ano 2020? En que momentos se produciron?

c) Represente a gráfica da función $C(t)$ tendo en conta o estudo realizado nos apartados anteriores.

a) Estudie en que periodos se produciu un aumento/diminución da cantidade de CO_2 emitida á atmosfera.

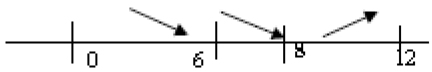
Estudiamos a monotonía da función C(t)

- En (0,6): C(t)= $5-\frac{t}{3}$

C'(t)= $-\frac{1}{3}$<0 ⇒**C decrecente no intervalo (0,6)**

- En (6,12):C(t)=$\frac{1}{4}t^2-4t+18$

C'(t)=$\frac{1}{2}t-4$; C´(t)=0⇒ $t=8(punto\ crítico)$



En (6,8) C'(t)<0 ⇒**C decrecente no intervalo (6,8)**

En (8,12) C'(t)>0 ⇒ **C crecente no intervalo (8,12)**

t=8 mínimo relativo, C(8)=2 ⇒ Min(8, 2)

C(0)=5; C(6$^-$)=3; C(6)=3; C(12)=6 **máximo valor de C(t) en [0, 12]**

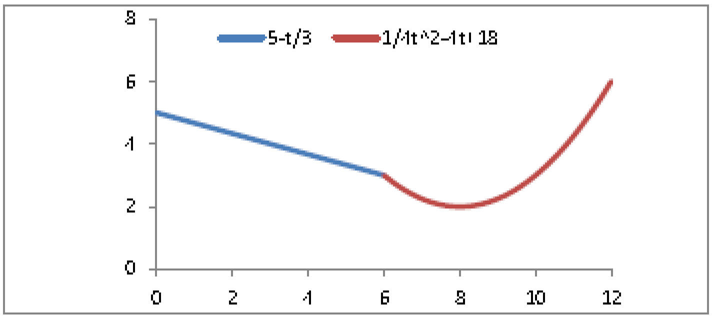
A cantidade de CO_2 emitida a atmosfera diminúe desde o momento inicial ata transcorridos 8 meses e diminúe desde ese instante ata finalizar o ano(mes 12)

b) Cales son as cantidades máxima e mínima de CO_2 emitidas á atmosfera ó longo do ano 2020? En que momentos se produciron?

A **cantidade máxima** de CO_2 emitida e de **6 millóns de toneladas** que se producen **o finalizar o ano (mes 12)**

A **cantidade mínima** de CO_2 emitida e de **2 millóns de toneladas** que se producen **transcorridos 8 meses.**

c) Represente a gráfica da función $C(t)$ tendo en conta o estudo realizado nos apartados anteriores.



3.

EXERCICIO 4. Análise. Un fabricante de automóbiles fai un estudo sobre os beneficios, en miles de euros, ao longo dos dez últimos anos, e comproba que estes se axustan á función B(t) =$t^3-18t^2+81t-3$ se $0\le t\le 10$, (t en anos)

a) Que beneficios obtivo a empresa o último ano do estudo?

b) Determine os períodos de crecemento e decrecemento dos beneficios.

c) En que anos se producen os beneficios máximos e mínimos e a canto ascenden? **d)** Calcule $\int_1^2 B(t)dt$.

a) Que beneficios obtivo a empresa o último ano do estudo?

$B(10) = 10^3 - 18 \times 10^2 + 81 \times 10 - 3 = 7$

O último ano (t=10) obtivo 7000€ de beneficios.

b) Determine os periodos de crecemento e decrecemento dos beneficios.

$B'(t) = 3t^2 - 36t + 81$; $B'(t)=0 \Rightarrow 3t^2 - 36t + 81 = 0 \Rightarrow t^2 - 12t + 27 = 0$

$t = \frac{12 \pm \sqrt{144-108}}{2} \Rightarrow t = \frac{12 \pm 6}{2} = \begin{cases} 9 \\ 3 \end{cases}$ (9 e 3 puntos críticos)

+ - +

Signo B'(t)

Os beneficios **aumentan** entre o inicio e o terceiro ano (0,3) e entre os anos 9 e 10 (9,10),**diminúen** entre o terceiro e noveno ano(3,9).

c) En que anos se producen os beneficios máximos e mínimos e a canto ascenden?

B(t) ten un máximo en t=3; B(3)=105

Os **beneficios máximos** ascenden a **105.000€** no **terceiro ano** (t=3)

B(t) ten un mínimo en t=9; B(9)= 3 ;B(0)= 3

Os **beneficios mínimos**(perdas neste caso) son de **-3000€** o **inicio** (t=0) e no **noveno ano** (t=9)

d) Calcule $\int_1^2 B(t)dt$

$$\int_1^2 B(t)dt = \int_1^2 (t^3 - 18t^2 + 81t - 3\ )dt = \frac{t^4}{4} - 6t^3 + \frac{81}{2}t^2 - 3t]_1^2$$

$$= (4 - 48 + 162 - 6) - \left(\frac{1}{4} - 6 + \frac{81}{2} - 3\right) = 121 - \frac{163}{4} = \frac{321}{4} = \mathbf{80,25}$$

4.

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Nunha poboación o 45 % son homes. O 27% desa poboación resulta ser home e lector de prensa deportiva, mentres que un 38.5% é muller e non lectora desa prensa.
a) Das mulleres, que porcentaxe le prensa deportiva? **b)** Que porcentaxe é muller ou le prensa deportiva? **c)** Dos lectores de prensa deportiva, que porcentaxe son homes? **d)** Son incompatibles os sucesos ser home e non ler prensa deportiva? Xustifique a resposta.

a) Das mulleres, que porcentaxe le prensa deportiva?

Sexan os sucesos
H="home"; M="muller"; D="lector prensa deportiva" ; $\overline{D}$="non lector prensa deportiva"

Datos: P(H)=0,45; $P(H\cap D)$=0,27; P(M$\cap\overline{D}$)=0,385

Entón tamén podemos calcular P(M)=1 P(H)=0,55; P(D$\cap M$)=P(M) P(M$\cap\overline{D}$)=0,55 0,385=0,165; P(D)= P($D\cap H$)– P(D$\cap M$)=0,27–0,165=0,435

Para responder o apartado **a)** debemos calcular P(D|M)=$\frac{P(D\cap M)}{P(M)}=\frac{0,165}{0,55}$=0,3
Polo tanto o **30% das mulleres le prensa deportiva**

b) Que porcentaxe é muller ou le prensa deportiva?

Calculamos P(M$\cup$D)=P(M)– P(D) P(M$\cap$D)=0,55–0,435 0,165=0,82

O 82% é muller ou le prensa deportiva

c) Dos lectores de prensa deportiva, que porcentaxe son homes?

P(H|D)= $\frac{P(H\cap D)}{P(D)}=\frac{0,27}{0,435}$=0,6206

Dos lectores de prensa deportiva o 62,06% son homes

d) Son incompatibles os sucesos ser home e non ler prensa deportiva? Xustifique a resposta.

Os sucesos ser home e non ler prensa deportiva son incompatibles se H$\cap\overline{D}=\emptyset$, entonces P(H$\cap\overline{D}$)=0

Calculamos P (H$\cap\overline{D}$)=P(H) P(H$\cap D$) = 0,45 − 0,27=0,18$\neq$0

Entón os sucesos ser home e non ler prensa deportiva **NON son incompatibles**

Tamén podemos resolver o exercicio a través de unha táboa:

	D	$\overline{D}$	
H	0,27	0,18	0,45
M	0,165	0,385	0,55
	0,435	0,565	1

Este os lo tengo que explicar
5.

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. Unha compañía de seguros quere determinar que proporción dos seus clientes estaria disposta a aceptar unha subida de tarifas a cambio dun incremento nas súas prestacións. Unha enquisa previa indica que esta proporción está en torno ao 15%.
a) De que tamaño mínimo deberia será a mostra se se quere estimar dita proporción cun erro inferior a 0,08 e un nivel de confianza do 95%?
Finalmente, realízase o estudo cunha mostra de 196 clientes, dos que 37 manifestaron a súa conformidade coa proposta. **b)** Calcule un intervalo de confianza, ao 92%, para a proporción de clientes da compañia que aceptaria dita proposta. Cal e o erro máximo cometido?

a) De que tamaño mínimo debería será a mostra se se quere estimar dita proporción cun erro inferior a 0,08 e un nivel de confianza do 95%?

p = proporción de clientes disposta a aceptar unha subida

e= $z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ <0,08

$\hat{p}$ =0,15

Nivel de confianza : 95%→1-α = 0,95→ $z_{\alpha/2}$=1,96

$$1{,}96\sqrt{\frac{0{,}15\times0{,}85}{n}}<0{,}08 \Rightarrow \frac{1{,}96\times0{,}36}{0{,}08}<\sqrt{n} \Rightarrow n>76{,}53$$

O **tamaño mínimo** da mostra para estimar dita proporción cun erro inferior a 0,08 e un nivel de confianza do 95% debe ser de **77 clientes**.

Finalmente, realízase o estudo cunha mostra de 196 clientes, dos que 37 manifestaron a súa conformidade coa proposta. **b)** Calcule un intervalo de confianza, ao 92%, para a proporción de clientes da compañía que aceptaría dita proposta. Cal é o erro máximo cometido?

O intervalo de confianza para p e da forma $(\hat{p}\pm z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}})_{1-\alpha}$

$$\hat{p} = \frac{37}{196} = 0{,}1887\cong0{,}19$$

Nivel de confianza : 92%→1-α = 0,92→ $z_{\alpha/2}$=1,75

Calculamos o intervalo

$$(0{,}19-1{,}75\sqrt{\frac{0{,}19x0{,}81}{196}};0{,}19+1{,}75\sqrt{\frac{0{,}19x0{,}81}{196}})=(0{,}19-0{,}049;0{,}19+0{,}049)=(0{,}141;0{,}239)$$

o I.C ao 92%, para a proporción de clientes que aceptaría a proposta (0,141;0,239)⟺ $(14{,}1\%;23{,}9\%)_{92\%}$

O erro máximo cometido e= $z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ =**0,049≅5%**