

DEPARTAMENTO
MATEMÁTICAS

Fecha:
 APELLIDOS:.....
 NOMBRE:.....

Curso / Grupo: 2ºBach -

Matemáticas Aplicadas

Estos son los ejercicios que debes saber hacer con lo que se dio en Mate II

1.

EXERCICIO 1. Álgebra. Para dúas matrices A e B verificase que:

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \text{ e } 2A + B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$$

a) Calcule as matrices A e B.

b) Despexe a matriz X na ecuación matricial $A \cdot X - B = X$ e calcule o seu valor.

a) Calcule as matrices A e B.

$$2A + B + A - B = 3A$$

$$3A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -3 & 9 \end{pmatrix} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B = A - \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Despexe a matriz X na ecuación matricial $A \cdot X - B = X$ e calcule o seu valor.

$$A \cdot X - B = X \Rightarrow A \cdot X - X = B \Rightarrow (A - I) \cdot X = B \Rightarrow$$

$$X = (A - I)^{-1} \cdot B \text{ (sendo } I \text{ a matriz identidade de orde dous)}$$

$$A - I = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \det(A - I) = 2 - 1 = 1$$

$$(A - I)^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow (A - I)^{-1} = \frac{1}{1} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$X = \frac{1}{1} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2/3 & -1/3 \\ 5/3 & 1/3 \end{pmatrix}$$

2.

EXERCICIO 3. Análise. Os custos dunha empresa, en centos de miles de euros, veñen dados pola función:

$$C(t) = t^3 - \frac{21}{2}t^2 + 30t - 12, \text{ } t \text{ é o tempo en anos e } 1 \leq t \leq 6$$

a) Calcule os custos máximos alcanzados. En que momento se producen?

b) Estude o crecemento e decrecemento dos custos. Determine o custo mínimo e en que momento se alcanza.

c) Cales son os custos ao comezo e ao final do período en estudo? Razoe as respostas.

a) Calcule os custos máximos alcanzados. En que momento se producen?

$$C'(t) = 3t^2 - 21t + 30 \rightarrow C'(t) = 0 \rightarrow t = \frac{21 \pm \sqrt{441 - 360}}{6} \begin{matrix} < 2 \\ > 5 \end{matrix}$$

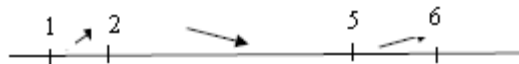
$t=2$ y $t=5$ puntos críticos

$$C''(t) = 6t - 21 \begin{matrix} \nearrow C''(2) = -9 < 0 \Rightarrow t = 2 \text{ punto máximo } (C(2)=14) \\ \searrow C''(5) = 9 > 0 \Rightarrow t = 5 \text{ punto mínimo } (C(5)=1/2=0,5) \end{matrix}$$

$$C(1)=17/2=8,5; C(6)=6$$

O custo máximo alcanzado foi de 1.400.000 € e alcanzouse no segundo ano.

b) Estude o crecemento e decrecemento dos custos. Determine o custo mínimo e en que momento se alcanza.



(1,2) $C'(t) > 0 \Rightarrow C$ crecente

(2,5) $C'(t) < 0 \Rightarrow C$ decrecente

(5,6) $C'(t) > 0 \Rightarrow C$ crecente

Os custos aumentan desde o primeiro o segundo ano e desde o quinto o sexto. Decrecen desde o segundo o quinto ano.

O custo mínimo foi de 50.000 euros no quinto ano

c) Cales son os custos ao comezo e ao final do período en estudo? Razoe as respostas.

O custo ao principio do período foi de 85.000 euros ($C(1)=8,5$) e o custo ao final do período foi de 600.000 euros ($C(6)=6$)

3.

EXERCICIO 4. Análise. Dada a función $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{se } x \leq 1 \\ 2x - a & \text{se } x > 1 \end{cases}$

- Calcule o valor do parámetro a para que a función $f(x)$ sexa continua en todo \mathbb{R} .
- Para $a=2$ calcule os extremos relativos da función $f(x)$ e represénteala.
- Calcule a área da rexión delimitada pola función $f(x)$, para $a=2$, e as rectas $Y=0$, $X=0$ e $X=2$.

DEPARTAMENTO
MATEMÁTICAS

Fecha:
 APELLIDOS:.....
 NOMBRE:.....

Curso / Grupo: 2ºBach -

Matemáticas Aplicadas

a) Calcule o valor do parámetro a para que a función $f(x)$ sexa continua en todo \mathbb{R} .

$f(x) = -x^2 + 1$ e continua en $(-\infty, 1)$

$f(x) = 2x - a$ e continua en $(1, \infty)$

$f(x)$ e continua en $x=1$ se $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$

$f(1) = -1 + 1 = 0; \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1 + 1 = 0; \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2 - a$

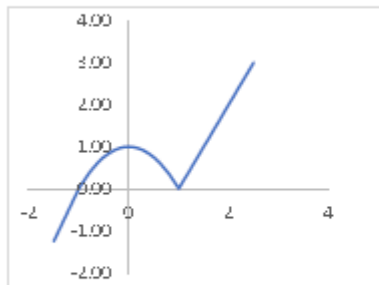
$2 - a = 0 \rightarrow a=2, f$ e continua en todo \mathbb{R} se $a=2$

b) Para $a=2$ calcule os extremos relativos da función $f(x)$ e represéntea.

En $(-\infty, 1)$ $f'(x) = -2x; f'(x) = -2x = 0 \rightarrow x = 0$ punto crítico

En $(-\infty, 0)$ $f'(x) > 0 \rightarrow f$ crecente; En $(0, 1)$ $f'(x) < 0 \rightarrow f$ decrecente
 $x=0$ máximo relativo, $f(0)=1$

En $(1, \infty)$ $f'(x) = 2 > 0 \rightarrow f$ crecente
 $x=1$ mínimo relativo $f(1)=0$



c) Calcule a área da rexión delimitada pola función $f(x)$, para $a=2$, e as rectas $Y=0, X=0$ e $X=2$.

Área = $\int_0^1 (-x^2 + 1)dx + \int_1^2 (2x - 2)dx = -x^3/3 + x]_0^1 + x^2 - 2x]_1^2 = (2/3 - 0) + (0 + 1) = 5/3 u^2$

4.

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Un estudo revela que o 70% das persoas dunha poboación segue a serie de televisión A, o 60% segue a serie B e o 30% solo segue a serie A.

- a) Que porcentaxe da poboación segue as dúas series?
- b) Se eliximos unha persoa ao chou, cal é a probabilidade de que siga algunha das dúas series?
- c) Se eliximos ao chou unha persoa que segue a serie A, cal é a probabilidade de que siga tamén a serie B?

Sexan os sucesos

A="segue a serie A"; B="segue a serie B"

Datos: $P(A)=0,7$; $P(B)=0,6$; $P(A \cap \bar{B})=0,3$

a) Calculamos $P(A \cap B)$

$$\text{Como } P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) \rightarrow 0,3 = 0,7 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0,4$$

O 40% da poboación segue as dúas series

b) Se eliximos unha persoa ó chou, cal é a probabilidade de que siga algunha das dúas series?

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,7 + 0,6 - 0,4 = 0,9$$

A probabilidade de que unha persoa siga algunha das dúas series é 0,9=9/10

c) Se eliximos ó chou unha persoa que segue a serie A, cal é a probabilidade de que siga tamén a serie B?

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,7} = \frac{4}{7}$$

A probabilidade de que siga tamén a serie B se segue a serie A é 4/7

Tamén podemos resolver o exercicio a través de unha táboa:

	B	\bar{B}	
A	40	30	70
\bar{B}	20	10	30
	60	40	100

DEPARTAMENTO
MATEMÁTICAS

Fecha: _____
 APELLIDOS:.....
 NOMBRE:.....

Curso / Grupo: 2ºBach -

Matemáticas Aplicadas

EL SIGUIENTE EJERCICIO ES EL QUE OS EXPLICARÉ EN CLASE COMO SE HACE 5.

EXERCICIO 6. Estadística e Probabilidade. Sábese que a idade dos traballadores nas fábricas dunha zona segue unha distribución normal de desviación típica 10 anos. Cunha mostra de traballadores da zona o intervalo de confianza ao 90% para a media de idade obtido é (39.25, 44.75)

- a) Cal foi o tamaño da mostra utilizada?
- b) Canto vale a media da mostra?
- c) Cal sería o erro cometido a un nivel de confianza do 95%?

a) Cal foi o tamaño da mostra utilizada?

X=Idade dos traballadores

$\sigma=10$

I.C para μ = idade media : $(\mu \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = (\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})_{1-\alpha}$

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 39,25 \text{ e } \left(\bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 44,75 \Rightarrow \bar{x} = \frac{39,25+44,75}{2} = 42 \text{ anos}$$

$$1 - \alpha = 0,90 \Rightarrow \alpha = 0,01 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,005 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,576$$

$$e = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 44,75 - \bar{x} = 44,75 - 42 = 2,75$$

$$\text{Calculamos } n = (2,75 / 2,576)^2 = 1,14 \Rightarrow n = 2$$

O tamaño de mostra utilizada foi de 2 traballadores

b) Canto vale a media da mostra?

$$\bar{x} = \frac{39,25+44,75}{2} = 42 \text{ anos}$$

A idade media da mostra e de 42 anos

c) Cal sería o erro cometido a un nivel de confianza do 95%?

$$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$$

$$e = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \times 10 / \sqrt{36} = 3,26 \text{ anos}$$

O erro cometido sería de 3,26 anos