IES CASTELAO
Rúa Aragón 22, 36206 Vigo
886 111111 fax 886 111117
www.edu.xunta.gal/centros/iescastelaovigo

XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA

Examen: Práctica 1

DEPARTAMENTO MATEMÁTICAS *Fecha*: *Curso / Grupo*: 2ºBach -

APELLIDOS:...

NOMBRE:..

Matemáticas Aplicadas

Estos son los ejercicios que debes saber hacer con lo que se dio en Mate II

1.

EJERCICIO 1. Álgebra. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

a) Calcule las matrices $A^2 - B$ y $A - I$, en donde I representa la matriz identidad de orden 3.

b) Calcule, si es posible, la inversa de la matriz $A - I$.

c) Despeje X en la ecuación matricial $X \cdot A + B = A^2 + X$ y calcule su valor.

EXERCICIO 1. Álxebra. Dadas as matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

a) Calcule as matrices $A^2 - B$ e $A - I$, onde I representa a matriz identidade de orde 3.

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{A^2 - B} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{4} & \mathbf{-2} & \mathbf{-3} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A\text{-}I} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{-1} & \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

b) Calcule, se é posible, a inversa da matriz $A - I$.

det (A I)=1⇒existe $(A-I)^{-1}$

$$(A-I)' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow (\mathbf{A-I})^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{-1} \end{pmatrix}$$

c) Despexe X na ecuación matricial $X \cdot A + B = A^2 + X$ e calcule o seu valor.

$$X \cdot A - X = A^2 - B \Longrightarrow X \cdot (A - I) = (A^2 - B)$$

$$\boldsymbol{X} = \left(\boldsymbol{A^2 - B}\right) \cdot (\mathbf{A} - \boldsymbol{I})^{-1}$$

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{-1} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{-2} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

2.

EJERCICIO 3. Análisis. En una zona protegida de un parque natural el número de aves N(t), en cientos, en función del tiempo t (años transcurridos desde que se contabilizan las aves) viene dado por la función $N(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & si\ 0 \le t \le 10 \\ 95 - \frac{250}{t} & si\ t > 10 \end{cases}$

a) Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimientos de la función N(t)¿Entre que años crece la función?¿Entre que años decrece?

b) ¿Cuándo se alcanza el número mínimo de aves en el parque? ¿Cuántas aves hay en ese momento?

c) Calcule el intervalo de tiempo en el que la población de aves se mantiene entre 5000 y 7500 aves. ¿A qué valor tiende la población de aves con el paso del tiempo?

EXERCICIO 3. Análise.

$$N(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & se\ 0 \le t \le 10 \\ 95 - \dfrac{250}{t} & se\ t > 10 \end{cases}$$

a) Calcule os intervalos de crecemento e decrecemento da función N(t). Entre que anos crece a función? Entre que anos decrece?

En (0,10):

N'(t)= 2t 8 → N'(t)=0 → t=4, punto crítico

En (0,4) N´(t)<0 ⇒ N decrecente
En (4,10) N´(t)>0 ⇒ N crecente

t.=4 Mínimo relativo →N(4)= 34

En (10,+∞):
N'(t)=250/t² → N'(t)=0 non ten solución
En (10, +∞) N´(t)>0 ⇒ N crecente
N(10)=70, N(10⁺)=70
O número de aves decrece desde o inicio ata transcorridos 4 anos e a partir de ese momento crece

b) Cando se alcanza o número mínimo de aves no parque? Cantas aves hai nese momento?

N(0)= 50
O número mínimo de aves alcánzase transcorridos 4 anos, sendo 3.400 aves

c) Calcule o intervalo de tempo no que a poboación de aves se mantén entre 5000 e 7500 aves. A que valor tende a poboación de aves co paso do tempo?

$$\begin{cases} En\ (0{,}10) \quad t^2 - 8t + 50 \ \ge 50 \quad \to t^2 - 8t \ge 0\ (t = 0, t \ge 8) \\ En\ (10, +\infty) \qquad 95 - \dfrac{250}{t} \quad \le 75 \to (t \le 12{,}5\ ) \end{cases}$$

O intervalo de tempo no que a poboación de aves se mantén entre 5000 e 7500 aves vai desde transcorridos 8 anos ata transcorridos 12 e medio

$\lim\limits_{t\to\infty} N(t) = \lim\limits_{t\to\infty}\left(95 - \frac{250}{t}\right) = 95$ **, co paso do tempo o número de aves tende a 9.500**

3.

EJERCICIO 4. Análisis. Dada la función $f(x) = x^3 - ax^2 + 8x$

a) Calcule el valor del parámetro"a" teniendo en cuenta que la función $f(x)$ presenta un punto de inflexión en $x = 2$.

b) Para $a = 6$, calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX.

f '(2)=0

f'(x)=$3x^2 - 2ax - 8$

f''(x) $= 6x - 2a \rightarrow$ f'' (2) $= 12 - 2a = 0 \Rightarrow$ **a= 6**

b) Para $a = 6$, calcule a área do recinto limitado pola gráfica da función $f(x)$ e o eixe OX.

f(x)= $x^3 - 6x^2 + 8x$

f(x)= 0 $\rightarrow x^3 - 6x^2 + 8x = 0 \rightarrow$ $\boxed{x=0}$ $\boxed{x=2}$ $\boxed{x=4}$

Puntos de corte co eixe OX: x=0, x=2, x=4

Area $= \left| \int_0^2 (x^3 - 6x^2 + 8x)dx \right| + \left| \int_2^4 (x^3 - 6x^2 + 8x)dx \right|$

$\left| \int_0^2 (x^3 - 6x^2 + 8x)dx \right| = \left| x^4/4 - 2x^3 + 4x^2 \right|_0^2 = |4-0| = 4$

$\left| \int_2^4 (x^3 - 6x^2 + 8x)dx \right| = \left| x^4/4 - 2x^3 + 4x^2 \right|_2^4 = |0-4| = 4$

Area =4+4= 8 u^2

4.

EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. Un estudio revela que 2 de cada 5 habitantes de una determinada población son menores de 30 años, el 70% de los habitantes realizan ejercicio físico con regularidad y el 30% de los habitantes son menores de 30 años y realizan ejercicio físico con regularidad.

a) ¿Qué porcentaje de la población ni es menor de 30 años ni realiza ejercicio físico con regularidad?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un habitante que no realiza ejercicio físico con regularidad sea menor de 30 años?

c) ¿Son independientes los sucesos ser menor de 30 años y realizar ejercicio físico con regularidad? Justifique la respuesta.

Sexan os sucesos

M="ser menor de 30 anos"; F="realizar exercicio fisico con regularidade"

Datos: P(M)=0,4; P(F)=0,7;P($M \cap F$)=0,3

a) ¿Que porcentaxe da poboación nin é menor de 30 anos nin realiza exercicio fisico con regularidade?

Calculamos $P(\overline{M} \cap \overline{F})=1 \ \ P(M \cup F)= 1 \ (P(M)-P(F) \ P(M\cap F)) =1 \ (0{,}4- 0{,}7 \ \ 0{,}3)=1 \ 0{,}8 =0{,}2$
O 20% da poboación nin e menor de 30 anos nin realiza exercicio físico con regularidade

b) ¿Cal é a probabilidade de que un habitante que non realiza exercicio fisico con regularidade sexa menor de 30 anos?
$P(M|\overline{F}) = \frac{P(M\cap\overline{F})}{P(\overline{F})} = \frac{P(M)-P(M\cap F)}{1-P(F)} = \frac{0{,}4-0{,}3}{1-0{,}7} = \frac{1}{3}$

A probabilidade de que un habitante que non realiza exercicio físico con regularidade sexa menor de 30 anos e 1/3

c) ¿Son independentes os sucesos ser menor de 30 anos e realizar exercicio fisico con regularidade? Xustifique a resposta.
Os sucesos M e F son independentes se se verifica que

$P(M \cap F)= P(M)\cdot P(F)$ ou se $P(M|F)=P(M)$ ou se $P(M|\overline{F})=P(M)$
Como $P(M \cap F)= 0{,}3$ e $P(M)\cdot P(F)=0{,}4\cdot 0{,}7=0{,}28$
Os sucesos ser menor de 30 anos e realizar exercicio fisico con regularidade **non son independentes**

Tamén podemos resolver o exercicio a través de unha táboa:

	F	$\overline{F}$	
M	30	10	40
$\overline{M}$	40	20	60
	70	30	100

IES CASTELAO
Rúa Aragón 22, 36206 Vigo
886 111111 fax 886 111117
www.edu.xunta.gal/centros/iescastelaovigo

EL SIGUIENTE EJERCICIO ES EL QUE OS EXPLICARÉ EN CLASE COMO SE HACE 5.

EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. Tomamos una muestra aleatoria de 36 facturas de consumo mensual de luz (en euros) y el intervalo de confianza obtenido al 95% para el consumo mensual medio es [60.1, 69.9]. Según esta información:

a) ¿Cuál fue el consumo medio muestral de luz? **b)** ¿Cuál es el error máximo cometido?

c) Determine un intervalo de confianza al 90% para el consumo medio de luz

X=consumo mensual de luz (€)

n=36

I.C para μ= consumo mensual medio: $(60{,}1\ ;\ 69{,}9)_{95\%} = (\hat{\mu} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = (\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})_{1-\alpha}$

a) $\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{L_1+L_2}{2} = \frac{60{,}1+69{,}9}{2} = 65$ **€ consumo medio mostral de luz**

b) $e = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = L_2 - \hat{\mu} = \frac{L_2-L_1}{2}$

$e = L_2 - \hat{\mu} = 69{,}9 - 65 =$ **4, 9 € erro máximo cometido**

- **Para determinar σ** calculamos $z_{\alpha/2}$,

$1-\alpha = 0{,}95 \Rightarrow \alpha = 0{,}05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \Rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}96$

Como $\hat{\mu} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 69{,}9 = 65 + 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{36}} \Rightarrow$ **σ=15**

c) Intervalo de confianza para μ ao 90%

Intervalo de confianza $(\hat{\mu} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

$1-\alpha = 0{,}90 \Rightarrow \alpha = 0{,}01 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}05 \Rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}645$

Intervalo de confianza $(65 \pm 1{,}645 \cdot \frac{15}{\sqrt{36}}) = (60{,}8875;69{,}1125)_{90\%}$

Ao 90% de confianza, o consumo medio de luz estará comprendido entre 60,8875 e 69,4125 euros