Solución Boletín Normal ~ Normal tipificada

1.

a) $P[x \leq 173] = P\left[z \leq \frac{173-173}{6}\right] = P[z \leq 0] = 0,5$

b) $P[x \geq 180,5] = P\left[z \geq \frac{180,5-173}{6}\right] = P[z \geq 1,25] = 1 - P[z < 1,25] = 1 - 0,8944 = 0,1056$

c) $P[174 \leq x \leq 180,5] = P\left[\frac{174-173}{6} \leq z \leq \frac{180,5-173}{6}\right] = P[0,17 \leq z \leq 1,25] =$

$= 0,8944 - 0,5675 = 0,3269$

d) $P[161 \leq x \leq 180,5] = P\left[\frac{161-173}{6} \leq z \leq \frac{180,5-173}{6}\right] = P[-2 \leq z \leq 1,25] =$

$= 0,8944 + 0,9772 - 1 = 0,8716$

e) $P[161 \leq x \leq 170] = P\left[\frac{161-173}{6} \leq z \leq \frac{170-173}{6}\right] = P[-2 \leq z \leq -0,5] =$

$= P[0,5 \leq z \leq 2] = 0,9772 - 0,6915 = 0,2857$

f) $P[x = 174] = 0$

g) $P[x > 191] = P\left[z > \frac{191-173}{6}\right] = P[z > 3] = 1 - P[z \leq 3] = 1 - 0,9987 = 0,0013$

h) $P[x < 155] = P\left[z < \frac{155-173}{6}\right] = P[z < -3] = P[z > 3] = 1 - P[z \leq 3] = 1 - 0,9987 = 0,0013$

2.

$$\left.\begin{array}{l} 0,8 = \dfrac{88-\mu}{\sigma} \\ -0,4 = \dfrac{64-\mu}{\sigma} \end{array}\right\} \rightarrow 0,8\sigma = 88-\mu - 0,4\sigma = 64-\mu \} \rightarrow \left.\begin{array}{l} \mu + 0,8\sigma = 88 \\ \mu - 0,4\sigma = 64 \end{array}\right\} \rightarrow \mu = 72,\ \sigma = 20$$

3.

a) $\frac{38-28}{10} = 1$

b) $\frac{14-28}{10} = -1,4$

c) $\frac{45-28}{10} = 1,7$

d) $\frac{10-28}{10} = -1,8$

4.

a) $P[x \geq 43] = P\left[z \geq \frac{43-43}{10}\right] = P[z \geq 0] = 0{,}5$

b) $P[x \leq 30] = P\left[z \leq \frac{30-43}{10}\right] = P[z \leq -1{,}3] = P[z \geq 1{,}3] = 1 - P[z < 1{,}3] = 1 - 0{,}9032 = 0{,}0968$

c) $P[40 \leq x \leq 55] = P\left[\frac{40-43}{10} \leq z \leq \frac{55-43}{10}\right] = P[-0{,}3 \leq z \leq 1{,}2] = P[z \leq 1{,}2] + P[z \leq 0{,}3] - 1 =$

$= 0{,}8849 + 0{,}6179 - 1 = 0{,}5028$

d) $P[30 \leq x \leq 40] = P\left[\frac{30-43}{10} \leq z \leq \frac{40-43}{10}\right] = P[-1{,}3 \leq z \leq -0{,}3] = P[0{,}3 \leq z \leq 1{,}3] =$

$= P[z \leq 1{,}3] - P[z \leq 0{,}3] = 0{,}9032 - 0{,}6179 = 0{,}2853$

5.

a) $P[x \leq 136] = P\left[z \leq \frac{136-151}{15}\right] = P[z \leq -1] = P[z \geq 1] = 1 - P[z < 1] = 1 - 0{,}8413 = 0{,}1587$

b) $P[120 \leq x \leq 155] = P\left[\frac{120-151}{15} \leq z \leq \frac{155-151}{15}\right] = P[-2{,}07 \leq z \leq 0{,}27] =$

$= P[z \leq 0{,}27] - P[z \leq -2{,}07] = 0{,}6065 + 0{,}9808 - 1 = 0{,}5873$

c) $P[x \geq 185] = P\left[z \geq \frac{185-155}{15}\right] = P[z \geq 2] = 1 - P[z < 2] = 1 - 0{,}9772 = 0{,}0228$

d) $P[140 \leq x \leq 160] = P\left[\frac{140-151}{15} \leq z \leq \frac{160-151}{15}\right] = P[-0{,}73 \leq z \leq 0{,}6] =$

$= P[z \leq 0{,}6] + P[z \leq 0{,}73] - 1 = 0{,}7258 + 0{,}7673 - 1 = 0{,}4931$

6.

Llamemos $x = N(1\,500,\ 200)$ a la curva normal.

a) $P[x \geq 1\,000] = P\left[z \geq \frac{1000-1500}{200}\right] = P[z \geq -2{,}5] = P[z \leq 2{,}5] = 0{,}9938$

b) La probabilidad anterior muestra que el 99,38 % de los focos debería lucir, al menos, 1 000 h. Por tanto:

$0{,}9938 \cdot 2\,000 = 1\,987{,}6 \rightarrow$ 1 987 focos deberían lucir como mínimo 1 000 h.

7.

Llamemos $x = N(75, 8)$ a la curva normal.

a) $P[x > 71] = P\left[z > \frac{71-75}{8}\right] = P[z > -0,5] = P[z < 0,5] = 0,6915$

b) $P[73 < x < 79] = P\left[\frac{73-75}{8} < z < \frac{79-75}{8}\right] = P[-0,25 < z < 0,5] =$

$= P[z < 0,5] + P[z < 0,25] - 1 = 0,2902$

c) $P[x < 80] = P\left[z < \frac{80-75}{8}\right] = P[z < 0,63] = 0,7357$

d) $P[x > 85] = P\left[z > \frac{85-75}{8}\right] = P[z > 1,25] = 1 - P[z \leq 1,25] = 1 - 0,8944 = 0,1056$

8.

Llamemos $x = N(10, 2)$ a la curva normal.

$P[x < 13] = P\left[z < \frac{13-10}{2}\right] = P[z < 1,5] = 0,9332 \rightarrow$ El 93,32 % no cumpliría la garantía al durar menos de 13 años.

9.

Llamemos $x = N(5,8; 2)$ a la curva normal.

La nota mínima será aquella por encima de la cual se encuentra el 20 % de los alumnos, es decir, será el valor x_0 tal que:

$P[x > x_0] = \frac{20}{100} \rightarrow 1 - P[x \leq x_0] = 0,2 \rightarrow P[x \leq x_0] = 0,8$

El valor tipificado que verifica la relación anterior es 0,84. Luego, $\frac{x_0 - 5,8}{2} = 0,84 \rightarrow x_0 = 7,48$ es la nota mínima para acceder a estudios superiores.

10.

a) Calculamos las puntuaciones máximas de cada grupo:

Duro de oído:

$$P[x < x_0] = \frac{10}{100} \to P[x > -x_0] = 0,1 \to P[x \leq -x_0] = 0,9 - \frac{x_0 - 65}{18} = 1,28 \to x_0 = 42$$

Poco sensible a la música:

$$P[x < x_1] = \frac{45}{100} \to P[x > -x_1] = 0,45 \to P[x \leq -x_1] = 0,55 - \frac{x_1 - 65}{18} = 0,13 \to x_1 = 63$$

Normal:

$$P[x < x_2] = \frac{75}{100} = 0,75 \to \frac{x_2 - 65}{18} = 0,67 \to x_2 = 77$$

Sensible a la música:

$$P[x < x_3] = \frac{95}{100} = 0,95 \to \frac{x_3 - 65}{18} = 1,64 \to x_3 = 95$$

Extraordinariamente dotado para la música:

Aquellos con puntuación superior a 95.

b) Una persona con puntuación de 80 sería sensible a la música. Otra con puntuación 40 sería dura de oído.