

Exercicios Distribución Binomial

Só dúas posibilidades, éxito ou fracaso

n - número de individuos

p - probabilidade de éxito, q - probabilidade de fracaso, entón $q=1-p$

$$X \rightarrow B(n, p) \quad r\text{- nº éxitos} \quad : \quad p(X = r) = \binom{n}{r} p^r \cdot q^{n-r}$$

1.- A última novela dun autor tivo un gran éxito, ata o punto de que o 80% dos lectores xa a leron. Un grupo de 4 amigos son afeccionados á lectura:

- a) Cal é a probabilidade de que no grupo leran a novela 2 persoas?
b) E como máximo 2?

Solución

Éxito- Ler a novela-80%, entón $p=0.8$ e polo tanto $q=0.2$

Nº de individuos: 4 amigos, entón $n=4$

X : "Nº de persoas que leron a novela", Entón $X \rightarrow B(4, 0.8)$

a)

$$p(X = 2) = \binom{4}{2} 0.8^2 \cdot 0.2^2 = \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot 0.64 \cdot 0.04 = \mathbf{0.1536}$$

A probabilidade de que no grupo leran a novela 2 persoas é de 15.36%

b) $p(X \leq 2) = p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2) =$

$$= \binom{4}{0} 0.8^0 \cdot 0.2^4 + \binom{4}{1} 0.8^1 \cdot 0.2^3 + \binom{4}{2} 0.8^2 \cdot 0.2^2 = \mathbf{0.1808}$$

A probabilidade de que no grupo leran a novela como máximo dúas 2 persoas é do 18,08%

2.- Un axente de seguros vende pólizas a cinco persoas da mesma idade e que gozan de boa saúde.

Segundo as táboas actuais, a probabilidade de que unha persoa destas condicións viva 30 anos ou máis é $\frac{2}{3}$. Calcular a probabilidade de que, transcorridos 30 anos, vivan:

- a) As cinco persoas
b) Polo menos tres persoas
c) Exactamente dúas persoas

Solución:

Éxito- Vivir despois de 30 anos- $\frac{2}{3}$, entón $p = \frac{2}{3} \rightarrow q = \frac{1}{3}$

Nº de individuos: 5 persoas , entón $n=5$

X: " Nº de persoas que viven 30 anos ou mais", Entón $X \rightarrow B(5, \frac{2}{3})$

a) As cinco persoas

$$P(X = 5) = \binom{5}{5} \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \mathbf{0.132}$$

A Probabilidade de que despois de 30 anos vivan as 5 persoas é do 13.2 %

b) Polo menos tres persoas

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) = \\ &= \binom{5}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \binom{5}{4} \left(\frac{2}{3}\right)^4 \left(\frac{1}{3}\right) + \binom{5}{5} \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \mathbf{0.791} \end{aligned}$$

A Probabilidade de que despois de 30 anos vivan polo menos de 3 persoas é do 7.91 %

c) Exactamente dúas persoas

$$P(X = 2) = \binom{5}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \mathbf{0.164}$$

A Probabilidade de que despois de 30 anos vivan exactamente 2 persoas é do 16.4 %

3.- Se de seis a sete da tarde se admite que un número de teléfono de cada cinco está comunicando, cal é a probabilidade de que, cando se marquen 10 números de teléfono elixidos ao azar, só comuniquen dous?

Solución:

Éxito- Comunicar o telf-1/5, entón $p = \frac{1}{5} \rightarrow q = \frac{4}{5}$

Nº de individuos: 10 números , entón $n=10$

X: " Nº de teléfonos que comunican", Entón $X \rightarrow B(10, \frac{1}{5})$

$$X \rightarrow B(n, p) \Rightarrow P(X = r) = \binom{n}{r} p^r q^{n-r}$$

$$P(X = 2) = \binom{10}{2} \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^8 = \mathbf{0.3020}$$

A probabilidade de que so comuniquen dous telef é do 30.20%

4.- Un laboratorio afirma que unha droga causa efectos secundarios nunha proporción de 3 de cada 100 pacientes. Para contrastar esta afirmación, outro laboratorio elixe ao azar a 5 pacientes aos que aplica a droga. Cal é a probabilidade dos seguintes sucesos?

a) Ningún paciente teña efectos secundarios

b) Polo menos dous teñan efectos secundarios

c) Cal é o número medio de pacientes que espera laboratorio que sufran efectos secundarios si elixe 100 pacientes ao azar?

Solución:

Éxito- Causar efectos secundarios- $3/100=3\%$, entón $p = 0,03 \rightarrow q = 0,97$

Nº de individuos: 5 pacientes , entón $n=5$

X: "Nº de pacientes que teñen efectos secundarios", Entón $X \rightarrow B(5, 0.03)$

a)

$$P(X = 0) = \binom{5}{0} 0.97^5 = \mathbf{0.8587}$$

A probabilidade de que ningún paciente teña efectos secundarios é do **85.87%**

b) $P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)] =$

$$= 1 - \left[\binom{5}{0} 0.97^5 + \binom{5}{1} 0.03 \cdot 0.97^4 \right] = \mathbf{0.00847}$$

A probabilidade de que polo menos dous teñan efectos secundarios é de menos do **1%**

c) $\mu = 100 \cdot 0.03 = \mathbf{3}$

O número medio de pacientes que espera o laboratorio que sufran efectos secundarios é de **3** persoas