Sistemas de ecuaciones Método de reducción

Resolver un sistema de ecuaciones por el método de reducción consiste en obtener dos ecuaciones equivalentes a las anteriores para sumarlas y eliminar una de las incógnitas.

Veamos un ejemplo. Resolver $\begin{cases} 4x-3y=6 \\ 2x+5y=16 \end{cases}$

Vamos a tratar de eliminar la incógnita y . Fíjate en los coeficientes de dicha incógnita en ambas ecuaciones, uno de ellos es -3 y el otro 5. Al multiplicar la primera ecuación por 5 y la segunda por 3, obtengo un sistema equivalente, pero cuyos coeficientes de la y son iguales pero de signo opuesto:

$$\begin{cases} 4x-3y=6 \rightarrow la\ multiplico\ por\ 5 \\ 2x+5y=16 \rightarrow la\ multiplico\ por\ 3 \end{cases} \text{ y obtengo } \begin{cases} 20x-15y=30 \\ 6x+15y=48 \end{cases}$$

Si ahora sumamos las ecuaciones, vemos que se cancela la variable y , obteniéndose:

$20x+6x-\cancel{15y}+\cancel{15y}=30+48$, es decir: $20x+6x=30+48$

Obtenemos una ecuación que podemos resolver, obteniendo el valor de la incógnita x

$$20x+6x=30+48$$
$$26x=78$$
$$x=\frac{78}{26} \Rightarrow x=3$$

De forma similar, partiendo del sistema inicial, podemos multiplicar la segunda ecuación por -2

$$\begin{cases} 4x-3y=6 \\ 2x+5y=16 \rightarrow la\ multiplico\ por -2 \end{cases} \text{ y obtengo } \begin{cases} 4x-3y=6 \\ -4x-10y=-32 \end{cases}$$

De nuevo obtengo un sistema equivalente (con las mimas soluciones) cuyos coeficientes de x son iguales pero de signo opuesto. Como antes, sumamos ambas ecuaciónes, eliminando ahora la otra incógnita:

$\cancel{4x}-\cancel{4x}-3y-10y=6-32$, es decir: $-3y-10y=6-32$

Finalmente, resuelvo esta última ecuación para obtener el valor de la y :

$$-3y-10y=6-32$$
$$-13y=-26$$
$$y=\frac{-26}{-13} \Rightarrow y=2$$