

FUNCIÓNS

Exercicios autoavaliables

1. Clasifica e calcula o dominio das seguintes funcións.

$$a) f(x) = \frac{3+2x-7}{x-1} \quad b) g(x) = \sqrt{x-1} \quad c) h(x) = \operatorname{sen} x \quad d) i(x) = \frac{\log(x-1)}{\sqrt{x+2}}$$

2. Dadas as funcións $f(x) = x^2 - 2x$ e $g(x) = \frac{3}{x}$ calcula o valor de:

$$a) (f \cdot g)(2)$$

$$b) \left(\frac{f}{g}\right)(-1)$$

3. Dadas as seguintes funcións: $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \frac{-2}{x}$ e $h(x) = \ln x$, realiza $g \circ f \circ h$

4. Estuda a simetría das seguintes funcións:

$$a) y = \frac{2}{x^3} \quad b) f(x) = -2x^3 + 4x \quad c) y = -2x^4$$

5. Comproba se son inversas ou non os seguintes pares de funcións:

$$a) f(x) = 2x - 5 \quad g(x) = \frac{x+5}{2}$$

$$b) f(x) = \frac{3-x}{4} \quad g(x) = 3 - 4x$$

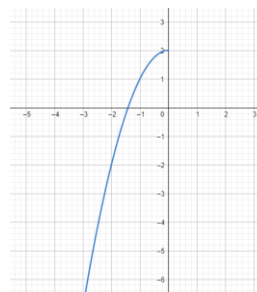
$$c) f(x) = \frac{1}{x+2} \quad g(x) = \sqrt[3]{x-1}$$

6. Calcula a función inversa de:

$$a) f(x) = \frac{1}{x-3} \quad b) g(x) = 3 + 2^{x+1} \quad c) h(x) = 2\ln(x-3)$$

7. Esta é a gráfica da función $f(x) = 2 - x^2, x \leq 0$

- Dar o seu dominio e Imaxe.
- Representación da súa función inversa.
- Calcula a expresión analítica de $f^{-1}(x)$



8. Dadas as funcións $f(x) = x - 1$ e $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-4}}$, calcula o $\operatorname{Dom}(f \circ g)$ e $\operatorname{Dom}(g \circ f)$.



Solucións

1. Clasifica e calcula o dominio das seguintes funcións.

$$a) f(x) = \frac{3+2x-7}{x-1} \quad b) g(x) = \sqrt{x-1} \quad c) h(x) = \operatorname{sen} x \quad d) i(x) = \frac{\log(x-1)}{\sqrt{x+2}}$$

a) $f(x) = \frac{3+2x-7}{x-1}$ función con denominador, debemos eliminar as súas raíces
 $x-1=0 \Rightarrow x=1$ $\operatorname{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{1\}$

b) $g(x) = \sqrt{x-1}$ función con raíces pares, o radicando non pode ser negativo
 $x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow \operatorname{Dom}(g) = [1, \infty)$

c) $h(x) = \operatorname{sen} x$ función trigonométrica, a función seno sempre están definidas $\operatorname{Dom}(h) = \mathbb{R}$

$$d) i(x) = \frac{\log(x-1)}{\sqrt{x+2}}$$

Determinamos o dominio do numerador e do denominador

Numerador: $\log(x-1)$ está definida para $x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$

Denominador: $\sqrt{x+2}$ está definida para $x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$, pero por estar no denominador tamén temos que eliminar o valor que a anula polo tanto $x+2=0 \Rightarrow x=-2$ o denominador ten sentido para os $x > -2$

A intersección dos puntos válidos para o numerador e o denominador son $\operatorname{Dom}(i) = (1, \infty)$

2. Dadas as funcións $f(x) = x^2 - 2x$ e $g(x) = \frac{3}{x}$ calcula o valor de:

a) $(f \cdot g)(2)$

b) $\left(\frac{f}{g}\right)(-1)$

a) Calculamos primeiro a función e logo a imaxe $(f \cdot g)(x) = (x^2 - 2x) \cdot \frac{3}{x} = 3x - 6$
 $\Rightarrow (f \cdot g)(2) = 3 \cdot 2 - 6 = 0$

b) Calculamos primeiro a función e logo a imaxe $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^2 - 2x}{\frac{3}{x}} = \frac{x^3 - 2x^2}{3}$

$$\Rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)(-1) = -1$$

3. Dadas as seguintes funcións: $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \frac{-2}{x}$ e $h(x) = \ln x$, realiza $g \circ f \circ h$

Debemos compoñer de dentro para fora:

$$(g \circ f \circ h)(x) = g(f(h(x))) = g(f(\ln x)) = g(\sqrt{\ln x}) = \frac{-2}{\sqrt{\ln x}}$$

4. Estuda a asimetría das seguintes funcións:

a) $y = \frac{2}{x^3}$ b) $f(x) = -2x^3 + 4x$ c) $y = -2x^4$

a) $y = \frac{2}{x^3}$ calculamos $f(-x) = \frac{2}{(-x)^3} = \frac{-2}{x^3}$ polo tanto $f(x) = -f(-x)$ a función é impar.

b) $f(x) = -2x^3 + 4x$ calculamos $f(-x) = 2x^3 - 4x$ non coinciden, así que calculamos $-f(-x) = -2x^3 + 4x$ coinciden polo tanto impar

c) $y = -2x^4$ calculamos $f(-x) = -2(-x)^4 = -2x^4$ polo tanto $f(x) = f(-x)$ a función é par.

5. Comproba se son inversas ou non os seguintes pares de funcións:

a) $f(x) = 2x - 5$ $g(x) = \frac{x+5}{2}$

b) $f(x) = \frac{3-x}{4}$ $g(x) = 3 - 4x$

c) $f(x) = \frac{1}{x+2}$ $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$

a) $f(x) = 2x - 5$ $g(x) = \frac{x+5}{2}$ calculamos $g \circ f$ e $f \circ g$

$$f \circ g(x) = f\left(\frac{x+5}{2}\right) = 2 \cdot \frac{x+5}{2} - 5 = x$$

$$g \circ f(x) = g(2x - 5) = 2 \cdot \frac{x+5}{2} - 5 = x$$

Son función inversas

b) $f(x) = \frac{3-x}{4}$ $g(x) = 3 - 4x$

$$f \circ g(x) = f(3 - 4x) = \frac{3 - (3 - 4x)}{4} = x$$

$$g \circ f(x) = g\left(\frac{3-x}{4}\right) = 3 - 4 \cdot \frac{3-x}{4} = x$$

Son funcións inversas.

c) $f(x) = \frac{1}{x+2}$ $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$

$$f \circ g(x) = f(\sqrt[3]{x-1}) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-1} + 2}$$

$$g \circ f(x) = g\left(\frac{1}{x+2}\right) = \sqrt[3]{\frac{1}{x+2} - 1} = \sqrt[3]{\frac{1-x-2}{x+2}} = \sqrt[3]{\frac{-x-1}{x+2}}$$

Non son funcións inversas.

6. Calcula a función inversa de:

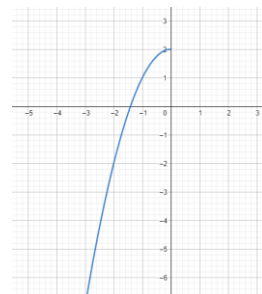
a) $f(x) = \frac{1}{x-3}$ b) $g(x) = 3 + 2^{x+1}$ c) $h(x) = 2\ln(x-3)$

a) $f(x) = \frac{1}{x-3} \Rightarrow x = \frac{1}{y-3} \Rightarrow y = \frac{1}{x} + 3 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{x} + 3$

b) $g(x) = 3 + 2^{x+1} \Rightarrow x = 3 + 2^{y+1} \Rightarrow x-3 = 2^{y+1} \Rightarrow \log_2(x-3) = y+1 \Rightarrow y = -1 + \log_2(x-3) \Rightarrow g^{-1}(x) = -1 + \log_2(x-3)$

c) $h(x) = 2\ln(x-3) \Rightarrow x = 2\ln(y-3) \Rightarrow \frac{x}{2} = \ln(y-3) \Rightarrow e^{\frac{x}{2}} = y-3 \Rightarrow e^{\frac{x}{2}} + 3 = y \Rightarrow h^{-1}(x) = e^{\frac{x}{2}} + 3$

7. Esta é a gráfica da función $f(x) = 2 - x^2, x \leq 0$



- a) Dar o seu dominio e Imaxe.
b) Calcula a expresión analítica de $f^{-1}(x)$

- a) Dar o seu dominio e Imaxe
 $Dom(f) = (-\infty, 0]$ $Imaxe = (-\infty, 2]$
b) Calcula a expresión analítica de $f^{-1}(x)$
 $f^{-1}(x) = -\sqrt{2-x}$

8. Dadas as funcións $f(x) = x - 1$ e $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-4}}$, calcula o $Dom(f \circ g)$ e $Dom(g \circ f)$.

Para calcular os dominios primeiro temos que calcular as expresións analíticas das funcións:

$$(f \circ g)(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-4}} - 1$$

$$(g \circ f)(x) = \frac{1}{\sqrt{(x-1)^2-4}} = \frac{1}{\sqrt{x^2-2x-3}}$$

Agora si podemos calcular os dominios:

Para o cálculo do dominio de $f \circ g$ eliminaremos os puntos que anulan o denominador e que o fan negativo, polo tanto será a solucións de $x^2 - 4 > 0$ $Dom = (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$

Para o cálculo do dominio de $g \circ f$ eliminaremos os puntos que e que o anulan o denominador e que o fan negativo, polo tanto será a solución de $x^2 - 2x - 3 > 0$; $Dom = (-\infty, -1) \cup (3, \infty)$