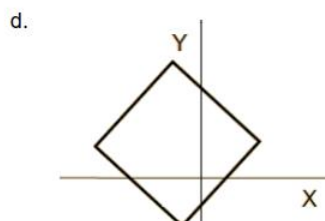
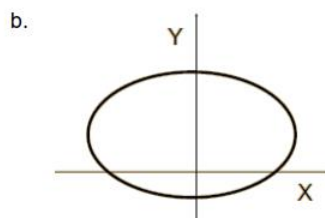
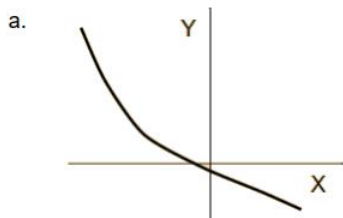


FUNCIÓNS

Exercicios autoavaliáveis

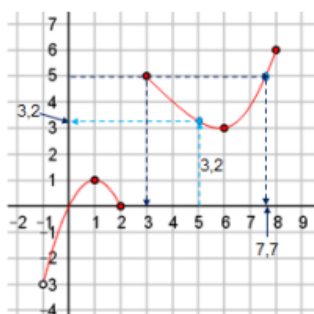
1. Nas gráficas das seguintes figuras, indica cales con funcións e cales son:



2. Expressa as seguintes funcións mediante a súa expresión analítica:

- a) A regra que asigna a cada número real a súa carta parte.
- b) A regra que asigna a cada número real o seu triplo máis 5 unidades.

3. Calcula o dominio e a imaxe da seguinte funcións.



4. Calcula o dominio de definición das seguintes funcións:

a) $f(x) = \frac{x}{x^2-3x}$ b) $f(x) = \sqrt{x^2-4x+3}$ c) $f(x) = \log(6+x-x^2)$ d) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$
 e) $f(x) = x^2-4$ f) $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ g) $f(x) = \log(1-x)$

5. Calcula os puntos de corte cos eixes e se son ou non simétricas as seguintes funcións:

a) $y = x$ b) $y = x + 3$ c) $y = \frac{3}{x}$ d) $y = x^2$ e) $y = x^4 - 2x^2$

6. Dadas as seguintes funcións $f(x) = x^3 - 5x + 4$ e $g(x) = 5x^3 - x^2 - 8x$. Realiza as seguintes operacións: $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$ e f/g .

7. Dada a función $y = x^2 + 1$; $x \geq 0$ calcula o seu dominio e a súa función inversa ou recíproca.

8. Calcula:

a) Sexan $f(x) = x + 3$ e $g(x) = 2x - 1$, realiza $f \circ g$ e $g \circ f$.

b) Sexan $f(x) = x^2 - 5x$ e $r(x) = \sqrt{x}$ realiza $f \circ r$ e $r \circ f$.

9. Calcula $f \circ g$ e $g \circ f$ sendo $f(x) = x^3 - 6$ e $g(x) = \sqrt[3]{x+6}$, qué observas?

10. Calcula as funcións inversas de :

a) $f(x) = \frac{3x+7}{4}$ b) $f(x) = 2 + \sqrt{x}$ c) $f(x) = x^2 + 2$

11. Nunha reserva natural o número de gatos monteses, en miles, ven dado pola seguinte fórmula: $f(x) = 5 - 4/x$. Calcula cantos haberá ao cabo de 4, 50 e 100 anos.

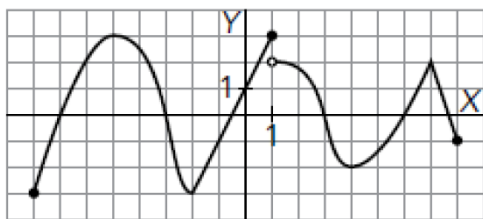
12. Un agricultor vende laranxas segundo a función: $f(x) = 0,5x$ sendo x o número de quilos producidos e $f(x)$ os cartos en €. O prezo de transportar as laranxas do puntos de venta é: $g(x) = 0,2x$, sendo x o número de quilos transportados e $g(x)$ os cartos en €. Calcula a función que calcula o prezo total das laranxas, se non houbo intermediarios

13. Un electricista cobra 20€ por desprazamento e 15€ por hora de traballo.

a) Calcula unha táboa de valores da función tempo custo e represéntaa graficamente.

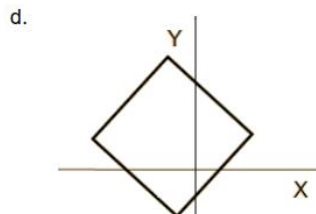
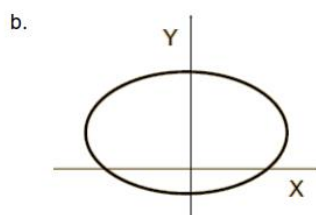
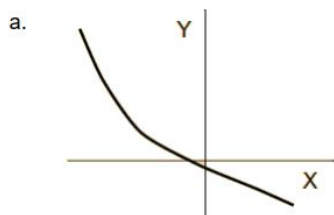
b) Obtén a súa expresión analítica.

14. Determina, da seguinte gráfica, estas características: dominio, recorrido, máximos, mínimos, intervalos de crecemento y de decrecemento e puntos de corte cos eixes.



Solucións

1. Nas gráficas das seguintes figuras, indica cales con funcións e cales son:



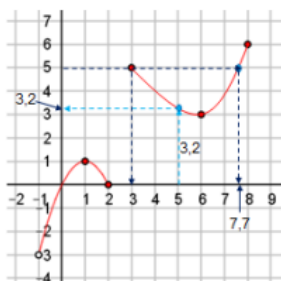
- a) Si é función
b) Non é función, porque hai certos valores da x aos que lles corresponden dous valores da y .
c) Si é función.
d) Non é función, porque hai certos valores da x aos que lles corresponden dous valores da y .

2. Expressa as seguintes funcións mediante a súa expresión analítica:

- a) A regra que asigna a cada número real a súa cuarta parte.
b) A regra que asigna a cada número real o seu triplo máis 5 unidades.

- a) $f(x) = x/4$
b) $f(x) = 3x + 5$

3. Calcula o dominio e a imaxe da seguinte funcións.



$\text{Dominio } f = (-1, 2] \cup [3, 8]$

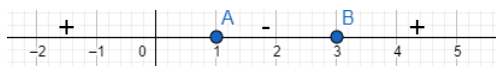
$\text{Imaxe } f = (-3, 1] \cup [3, 6]$

4. Calcula o dominio de definición das seguintes funcións:

a) $f(x) = \frac{x}{x^2-3x}$ b) $f(x) = \sqrt{x^2-4x+3}$ c) $f(x) = \log(6+x-x^2)$ d) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$
e) $f(x) = x^2-4$ f) $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ g) $f(x) = \log(1-x)$

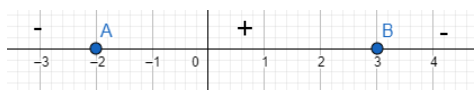
a) $f(x) = \frac{x}{x^2-3x}$ función con denominadores, debemos eliminar as raíces que anulan ao denominador $x^2-3x=0 \Rightarrow x(x-3)=0 \Rightarrow x=0$ e $x=3$ $Dom(f) = \mathbb{R} - \{0,3\}$

b) $f(x) = \sqrt{x^2-4x+3}$ función con raíces, o radicando non pode ser negativo $x^2-4x+3 \geq 0 \Rightarrow x^2-4x+3=0 \Rightarrow x_1=1$ e $x_2=3 \Rightarrow$



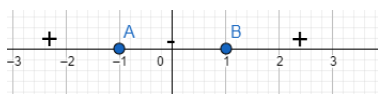
$$Dom(f) = (-\infty, 1] \cup [3, \infty)$$

c) $f(x) = \log(6+x-x^2)$ función logarítmica, o argumento deberá ser positivo $6+x-x^2 > 0 \Rightarrow 6+x-x^2=0 \Rightarrow x_1=-2$ e $x_2=3$



$$Dom(f) = (-2, 3)$$

d) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ función con denominador e este nunha raíz deberá ser positivo $x^2-1 > 0 \Rightarrow x^2-1=0 \Rightarrow x = \pm 1$



$$Dom(f) = (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$$

e) $f(x) = x^2-4$ Non ten ningún problema matemático polo tanto o $Dom f = \mathbb{R}$

f) $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ función con denominadores, debemos eliminar as raíces que anulan ao denominador $x-1=0 \Rightarrow x=1$ $Dom f = \mathbb{R} - \{1\}$

g) $f(x) = \log(1-x)$ función logarítmica, o argumento deberá ser positivo $1-x > 0 \Rightarrow x < 1$
 $Dom f = (-\infty, 1)$



5. Calcula os puntos de corte cos eixes e se son ou non simétricas as seguintes funcións:

$$a) y = x \quad b) y = x + 3 \quad c) y = \frac{3}{x} \quad d) y = x^2 \quad e) y = x^4 - 2x^2$$

a) Puntos de corte: neste caso coinciden o do eixe X e o do eixe Y, (0,0)

Simetría : $y = x$ calculamos $f(-x) = -x$ polo tanto $f(x) = -f(-x)$ é simétrica impar

b) Puntos de corte: Eixe X: Resolvemos a ecuación $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$ corte $(-3,0)$; Eixe Y $f(0) = 3$, corte $(0,3)$

Simetría: $y = x + 3$ calculamos $f(-x) = -x + 3$ polo tanto $f(x) \neq -f(-x)$ non é simétrica.

c) Puntos de corte: Co eixe X: resolvemos a ecuación e obtemos que non existe solución $\frac{3}{x} = 0!!$

O valor $x=0$ non se lle pode dar xa que non é do dominio polo tanto a función non ten corte cos eixes.

Simetría : $y = \frac{3}{x}$ calculamos $f(-x) = -\frac{3}{x}$ polo tanto $f(x) = -f(-x)$ polo tanto é impar.

d) Puntos de corte: Volve coincidir o punto de corte cos eixes será (0,0)

$y = x^2$ calculemos $f(-x) = (-x)^2 = x^2$ polo tanto $f(x) = f(-x)$ polo tanto é par.

e) Puntos de corte: Co eixe X resolvemos a ecuación $x^4 - 2x^2 = 0$ obtemos $x = 0$ e $x = \pm\sqrt{2}$, cortes $(0,0)$, $(\sqrt{2},0)$, $(-\sqrt{2},0)$

6. Dadas as seguintes funcións $f(x) = x^3 - 5x + 4$ e $g(x) = 5x^3 - x^2 - 8x$. Realiza as seguintes operacións: $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$ e f/g .

$$(f + g)(x) = 6x^3 - x^2 - 13x + 4$$

$$(f - g)(x) = -4x^3 + x^2 + 3x + 4$$

$$(f \cdot g)(x) = 5x^6 - x^5 - 33x^4 + 25x^3 + 36x^2 - 32x$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^3 - 5x + 4}{x} = x^2 - 5 + \frac{4}{x}$$

7. Dada a función $y = x^2 + 1$; $x \geq 0$ calcula o seu dominio e a súa función inversa ou recíproca.

$Dom f = [0, \infty)$ Por vontade da función

$$A \text{ recíproca } \Rightarrow x = y^2 + 1 \Rightarrow y = \sqrt{x - 1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x - 1}$$

8. Calcula:

a) Sexan $f(x) = x + 3$ e $g(x) = 2x - 1$, realiza $f \circ g$ e $g \circ f$.

b) Sexan $f(x) = x^2 - 5x$ e $r(x) = \sqrt{x}$ realiza $f \circ r$ e $r \circ f$.

$$a) (f \circ g)(x) = f(2x - 1) = 2x - 1 + 3 = 2x + 2$$

$$(g \circ f)(x) = g(x + 3) = 2(x + 3) - 1 = 2x + 5$$

$$b) (f \circ r)(x) = x - 5\sqrt{x}$$

$$(r \circ f)(x) = \sqrt{x^2 - 5x}$$

9. Calcula $f \circ g$ $g \circ f$ sendo $f(x) = x^3 - 6$ e $g(x) = \sqrt[3]{x+6}$, qué observas?

$$(g \circ f)(x) = g(x^3 - 6) = \sqrt[3]{x^3 + 6 - 6} = \sqrt[3]{x^3} = x$$

$$(f \circ g)(x) = f(\sqrt[3]{x+6}) = \sqrt[3]{x+6}^3 - 6 = x$$

Neste caso obtense o mesmo resultado, polo tanto, son funcións inversas unha da outra.

10. Calcula as funcións inversas de :

a) $f(x) = \frac{3x+7}{4}$ b) $f(x) = 2 + \sqrt{x}$ c) $f(x) = x^2 + 2$

a) Intercambiamos as letras: $x = \frac{3y+7}{4}$ despexamos y , $y = \frac{4x-7}{3}$ polo tanto a función inversa é:

$$f^{-1}(x) = \frac{4x-7}{3}$$

b) Intercambiamos as letras: $x = 2 + \sqrt{y}$ despexamos y , $y = (x-2)^2$ polo tanto a función inversa é:

$$f^{-1}(x) = (x-2)^2$$

c) Intercambiamos as letras: $x = y^2 + 2$ despexamos y , $y = \sqrt{x-2}$ polo tanto a función inversa é

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x-2}$$

11. Nunha reserva natural o número de gatos monteses, en miles, ven dado pola seguinte fórmula: $f(x) = 5 - \frac{4}{x}$. Calcula cántos haberá ao cabo de 4, 50 e 100 anos.

$$f(4) = 5 - \frac{4}{4} = 4 \text{ Ao cabo de 4 anos teremos 4000 gatos monteses}$$

$$f(50) = 5 - \frac{4}{50} = 4,92 \text{ Ao cabo de 50 anos teremos 4920 gatos monteses}$$

$$f(100) = 5 - \frac{4}{100} = 4,96 \text{ Ao cabo de 100 anos teremos 4960 gatos monteses}$$

12. Un agricultor vende laranxas segundo a función: $f(x) = 0,5x$ sendo x o número de quilos producidos e $f(x)$ os cartos en €. O prezo de transportar as laranxas do puntos de venta é: $g(x) = 0,2x$, sendo x o número de quilos transportados e $g(x)$ os cartos en €. Calcula a función que calcula o prezo total das laranxas, se non houbo intermediarios

Chamemos $h(x)$ a nova función, $h(x) = (f + g)(x) = 0,5x + 0,2x = 0,7x$

O prezo sen intermediarios ven dada pola seguinte función $h(x) = 0,7x$

13. Un electricista cobra 20€ por desprazamento e 15€ por hora de traballo.

a) Calcula unha táboa de valores da función tempo custo,

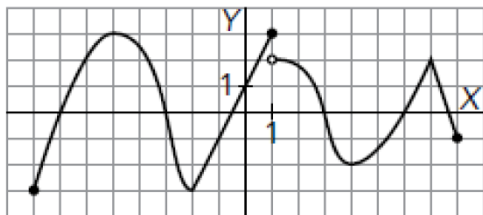
b) Obtén a súa expresión analítica.

a)

t=tempo traballo(horas)	1	1,5	4
C=custo(€)	35	42,5	80

b) $C(t) = 20 + 15t$

14. Determina, da seguinte gráfica, estas características: dominio, recorrido, máximos, mínimos, intervalos de crecemento y de decrecemento e puntos de corte cos eixes.



Dominio = $[-8, 8]$

Recorrido = $[-3, 3]$

Máximos: $(-5, 3)$ e $(7, 2)$

Mínimos: $(-2, -3)$ e $(4, -2)$

Intervalos de crecemento

Crecente de: $(-8, -5) \cup (-2, 1) \cup (4, 7)$

Decrecente de: $(-5, -2) \cup (1, 4) \cup (7, 8)$

Cortes cos eixes: Eixe Y: $(0, 1)$, e cortes co eixe X: $(-7, 0)$, $(-3, 0)$, $(3, 0)$, $(6, 0)$ e $(7.5, 0)$