

Resolución de triángulos

1. Introducción

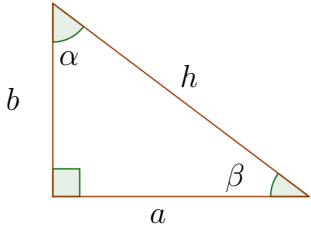
Una de las múltiples aplicaciones de la trigonometría es la resolución de triángulos. Resolver un triángulo es conocer la medida de sus lados y sus ángulos.

No nos olvidemos que los triángulos son figuras geométricas, y que, como siempre en geometría... un dibujillo ayuda mucho a resolver los problemas. Como no hace falta ser Velázquez para dibujar un triángulo rectángulo, en este tema toca dibujar.

Veamos en este tema cómo se usa la trigonometría para resolver triángulos y problemas con triángulos.

2. Razones trigonométricas

Recordemos la definición de las razones trigonométricas:



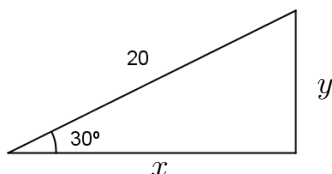
$$\operatorname{sen}(\alpha) = \frac{\text{Cateto Separado}}{\text{Hipotenusa}}$$
$$\operatorname{cos}(\alpha) = \frac{\text{Cateto Contiguo}}{\text{Hipotenusa}}$$
$$\operatorname{tan}(\alpha) = \frac{\text{Cateto Separado}}{\text{Cateto Contiguo}}$$

3. Ángulos de un triángulo

Los ángulos de un triángulo miden siempre 180° , por tanto, si tenemos un triángulo rectángulo, uno de los ángulos mide 90° , con lo cual, la suma de los otros dos ha de ser también 90° .

Veamos un ejemplo para saber cómo se resuelve un triángulo.

Ejercicio Resuelto: Resuelve el siguiente triángulo:

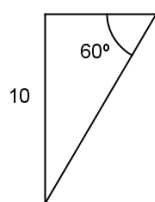


$$\operatorname{sen}(30^\circ) = \frac{y}{20} \Rightarrow y = 20 \cdot \operatorname{sen}(30^\circ) = 20 \cdot \frac{1}{2} = 10$$
$$\operatorname{cos}(30^\circ) = \frac{x}{20} \Rightarrow x = 20 \cdot \operatorname{cos}(30^\circ) = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} = 17,3$$

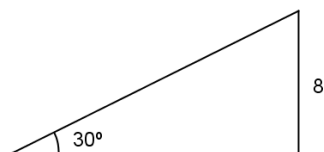
El ángulo restante mide $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

Ejercicio: Resuelve los siguientes triángulos *sin usar la calculadora ni el teorema de Pitágoras*

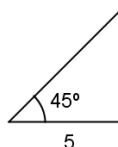
a)



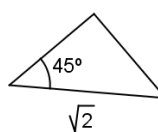
c)



b)

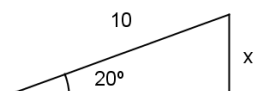


d)

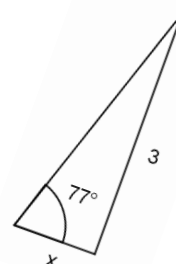


Ejercicio: Halla los lados indicados con una incógnita de los siguientes triángulos y calcula el valor del ángulo desconocido. Utiliza la calculadora si es necesario.

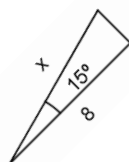
a)



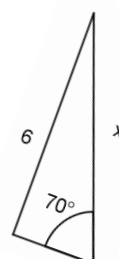
c)



b)

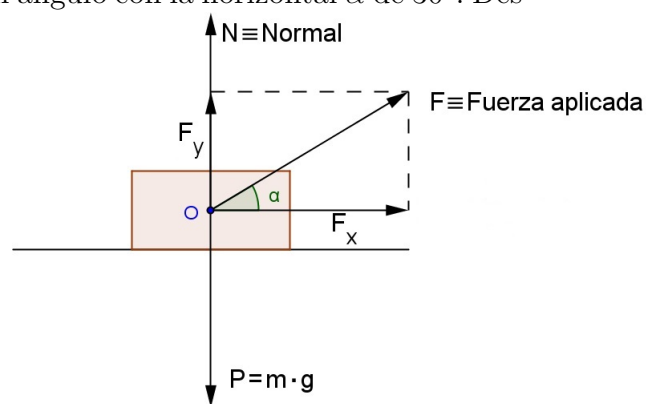


d)



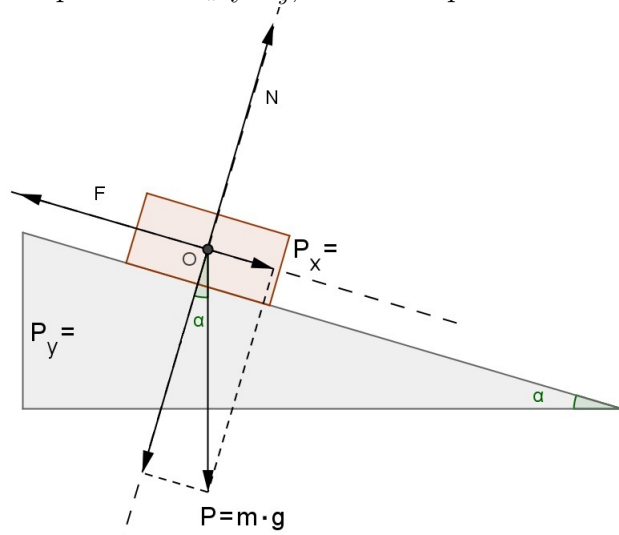
4. Problemas de resolución de triángulos rectángulos:

1. Tenemos una cometa atada al suelo. Si sabemos que la cuerda que sujeta la cometa mide 52m y forma un ángulo de 30° con el suelo, ¿a qué altura está la cometa?
2. De un triángulo rectángulo se sabe que un ángulo agudo mide 45° y uno de sus catetos 5 cm. ¿Cuánto miden el otro cateto, la hipotenusa y el otro ángulo agudo?
3. Halla la altura de una antena de radio si su sombra mide 100 m cuando los rayos del sol forman un ángulo de 30° con el suelo.
4. Una escalera de mano de 5m de longitud está apoyada en una pared. Si el ángulo que forma la escalera con el suelo es de $53^\circ 7' 48''$. ¿A qué altura estará el extremo de la escalera? ¿A qué distancia está la base de la escalera de la pared?
5. Una escalera de 4 m está apoyada contra la pared. ¿Cuál será su inclinación si su base está a 2 m de la pared?
6. Se aplica una fuerza oblicua F de 50N formando un ángulo con la horizontal α de 30° . Des-



compón la fuerza F en sus dos componentes F_x y F_y

7. Descompón el peso de un cuerpo que desciende sobre un plano inclinado 60° en sus componentes P_x y P_y , sabiendo que tiene una masa de 4Kg.



8. Descompón la velocidad v , en sus dos componentes v_x y v_y sabiendo que el niño imprime un ángulo de 25° al balón y éste alcanza una velocidad inicial de 10m/s.



9. Una gran antena de comunicaciones está sujeta desde su punta superior al suelo por varios cables metálicos de 50 m de longitud (los cuales forman con el suelo un ángulo de $36^{\circ} 52' 11''$). ¿A qué distancia de la base de la antena están clavados los cables? ¿Cuál es la altura de la antena?
10. Para determinar la altura de una torre hemos medido el ángulo que forma con el suelo desde nuestros pies hasta el punto más alto (obteniendo un valor de 43°). Al acercarnos 15 m hacia la torre, obtenemos un nuevo ángulo de 57° . ¿Cuánto mide la torre?
11. Calcula la altura de un árbol, sabiendo que desde un punto del terreno se observa su copa bajo un ángulo de 30° y si nos acercamos 10 m, bajo un ángulo de 60° .
12. Desde la orilla de un río, vemos la copa de un árbol situado en la otra orilla, bajo un ángulo de 60° . Si nos alejamos 10 m de la orilla, el ángulo pasa a ser de 45° . Calcula la anchura del río y la altura del árbol.
13. Al subir por carretera una montaña es frecuente encontrar señales de tráfico que nos indican mediante un porcentaje el grado de inclinación de la carretera. Por ejemplo, una señal que indique 12 % significa que por cada 100 m recorridos, subimos 12 m en vertical. En este caso concreto:
 - a) ¿Qué ángulo forma la carretera con la horizontal?
 - b) Si recorremos 538 m, ¿cuántos metros habremos subido en vertical?
14. Un barco navega a 30 km/h en dirección Norte-Oeste. ¿Qué distancia habrá recorrido en dirección Norte tras una hora? ¿y en dirección Oeste?
15. Calcula el área de un pentágono regular de lado 5cm
16. Calcula el área de un octógono regular de radio 10cm
17. Queremos construir un puente desde el borde de un acantilado hasta la puerta de un castillo que se encuentra al otro lado. Para ello, medimos el ángulo que existe desde el borde del acantilado hasta el punto más alto del castillo y obtenemos un valor de 60° . Si nos alejamos 150 metros, lo vemos bajo un ángulo de 30° . ¿Cual es el largo del puente que vamos a construir? ¿Y la altura del castillo?
18. Dora y su amigo Botas, observan un globo situado en un plano vertical que pasa por ellos. La distancia entre los individuos es de 4Km. Los ángulos de elevación del globo desde Dora y Botas es de 52° y 46° respectivamente. Halla la altura del globo y su distancia a cada uno ellos.

