

CASO ESPECIAL DE DATOS DA NORMAL

Nalgún exemplo vin, inda que non se use

$P(|Z| < 0,5)$ co valor absoluto,
ben, isto é o mesmo que

$$P(-0,5 < Z < 0,5)$$

e a partir de aí interpretade...

- podedes precisar o intervalo
- podedes descompoñelo

$$\begin{aligned} P(Z < 0,5) - P(Z < -0,5) &= \\ &= P(Z < 0,5) - (1 - P(Z < 0,5)) = \\ &= 2P(Z < 0,5) - 1. \end{aligned}$$

O Instituto Galego de Estatística realizou un estudo sobre o uso de enerxías renovables nos fogares de Galicia, no marco do Plan de Transición Enerxética 2025-2030. A mostra incluíu fogares de tres ámbitos xeográficos: urbano (U), semiurbano (S) e rural (R), representando o 50 %, o 30 % e o 20 % dos fogares enquisados respectivamente. En cada ámbito analizouse a presenza de instalacións de enerxía renovable (paneis solares fotovoltaicos ou aeroterminia): o 35 % dos fogares urbanos, o 42 % dos semiurbanos e o 58 % dos rurais dispoñen deste tipo de instalacións.

Como parte do mesmo estudo, realizouse un seguimento do consumo eléctrico mensual. Comprobouse que, nos fogares con enerxías renovables, o consumo mensual en kWh pódese modelar mediante unha variable aleatoria normal de media 180 kWh e desviación típica 30 kWh. Nos fogares sen renovables, a media é de 280 kWh e a desviación típica de 50 kWh.

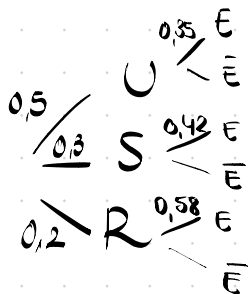
Ademais, nunha segunda fase do estudo, seleccionouse ao azar unha mostra de 100 fogares urbanos sen instalacións renovables co obxectivo de analizar o seu perfil de consumo. Nestes fogares, a probabilidade de que o consumo mensual supere os 280 kWh é do 50 % (coincide coa media), e pode comprobarse que, de maneira individual, cada fogar supera ese limiar de xeito independente dos demais.

Nota: $P(Z < 0,67) = 0,75$; $P(Z < 1,10) = 0,864$; $P(Z < -2,00) = 0,023$; $P(Z < 1,50) = 0,933$.

Responda estes catro apartados: 1.1., 1.2. e 1.3.

1.1. Seleccionado un fogar ao azar entre todos os enquisados, calcule a probabilidade de que teña instaladas enerxías renovables. Sabendo que un fogar ten renovables, calcule a probabilidade de que sexa de ámbito rural.

1.1



Por probabilidades totais:

$$\begin{aligned} P(E) &= P(E|U) \cdot P(U) + P(E|S) \cdot P(S) + P(E|R) \cdot P(R) \\ &= 0,35 \cdot 0,5 + 0,42 \cdot 0,3 + 0,58 \cdot 0,2 = \\ &= 0,417 \end{aligned}$$

A probabilidade de que un fogar teña instaladas enerxías renovables é do 41,7%

Teorema de Bayes:

$$P(R|E) = \frac{P(E|R) \cdot P(R)}{P(E)} = \frac{0,58 \cdot 0,2}{0,417} = 0,278$$

Se o fogar ten enerxía renovable, hai un 27,8% de posibilidades de que sexa do rural.

1.2

(a) Temos unha binomial na que o éxito é: superan os 280 kWh de consumo mensual.

$Bi(100; 0,5)$

Como $n = 100 > 30$

$$np = 100 \cdot 0,5 = 50$$

$$nq = 100 \cdot 0,5 = 50$$

$$\uparrow \\ (1-p)$$

Podemos aproximar a binomial á normal $N(50, 5)$

$$\begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ np & \sqrt{npq} \end{array}$$

$$(b) \quad P(Y < 45) = P(X \leq 44) \approx P(X < 44,5) =$$

RECORDA PASAR A DESIGUALDADE CO IGUAL ANTES DE FAZER A CORRECCION.
↑
corrección
continuidade
↑
Tipific.

$$= P\left(\frac{X-50}{5} \leq \frac{44,5-50}{5}\right) = P(Z \leq -1,10) =$$

$$= P(Z > 1,10) = 1 - P(Z < 1,10) = 1 - 0,864 =$$

$$= 0,136$$

A probabilidade de que menos de 45 fogares superem os 280 kWh é de 13,6%

$$1.3 \quad P(Y \leq 55) \approx P(X < 55,5) = P\left(\frac{X-50}{5} < \frac{55,5-50}{5}\right)$$

↑
corrección
contin.
↑
Tipific.

$$= P(Z \leq 1,1) = 0,864$$

A probabilidade de que como muito 55 fogares superem os 280 kWh é de 86,4%.

PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA E PROBABILIDADE.

Nun instituto galego, o departamento de orientación analizou os hábitos de estudo do alumnado de segundo de bacharelato. Tras enquisar a todo o alumnado de segundo curso, obtivéronse os seguintes datos: o 60 % estuda con apuntamentos propios, o 50 % estuda con material descargado de internet e o 20 % usa os dous métodos á vez.

Ademais, analizouse o rendemento académico: o 45 % do alumnado que usa apuntamentos propios aproba o exame final, mentres que entre o alumnado que non usa ningún dos dous métodos de estudo, só aproba o 15 %. O 30 % do alumnado que usa material de internet (e pode ou non usar tamén apuntamentos) aproba o exame final.

Responda estes tres apartados: 1.1., 1.2. e 1.3.

- 1.1. Un alumno/a é seleccionado ao azar. Calcula a probabilidade de que use polo menos un dos dous métodos de estudo. Calcula tamén a probabilidade de que non use ningún dos dous.
- 1.2. Calcula a probabilidade de que un alumno/a seleccionado ao azar use apuntamentos propios pero *non* use material de internet. É ese suceso incompatible co suceso "usa material de internet pero non apuntamentos"? Razoa a resposta.
- 1.3. Sabendo que un alumno/a usa material de internet, cal é a probabilidade de que tamén use apuntamentos propios? Son os sucesos "usar apuntamentos propios" e "usar material de internet" independentes? Xustifica a resposta usando os datos do problema.

$A = \text{"estuda con apuntamentos propios"}$

$B = \text{"estuda con material descargado de internet"}$

$$P(A) = 0,6 \quad P(B) = 0,5$$

$$P(A \cap B) = 0,2$$

$$\boxed{1.1} \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ = 0,6 + 0,5 - 0,2 = 0,9$$

A probabilidade de que use polo menos un dos dous métodos é do 90%.

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,9 = 0,1$$

O 10% non usa ningún dos dous métodos

$$\boxed{1.2} \quad P(A \cap \bar{B}) = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0,6 - 0,2 = 0,4$$

A probabilidade de que use material propio pero non de internet é do 40%.

É incompatible con usa material de internet pero non apuntamentos porque ser incompatible quere dicir que non poden pasar os dous á vez e é o caso, xa que non pode á vez non usar material de internet e usalo.

$$\boxed{1.3} \quad P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,5} = \frac{2}{5} = 0,4$$

≠

$$P(A) = 0,6$$

(Tamén se pode comprobar do xeito habitual $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$)

Non son independentes, xa que de selo a probabilidade da condicionade sería a mesma pois non lle afectaría o condicionamento

EXEMPLO 3.

A = "renova com app móbil"

B = "acode ao mostrador"

$$P(A) = 0,55 \quad P(B) = 0,4 \quad P(A \cap B) = 0,15$$

$$\begin{aligned} 1.1 \quad P(\bar{A} \cap \bar{B}) &= P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) \\ &= 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) \\ &= 1 - 0,55 - 0,4 + 0,15 = 0,2 \end{aligned}$$

O alunoado que non renova nin coa app nin no mostrador é un 20%.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,8$$

O alunoado que usa polo menos un dos dous é o 80%.

$$1.2 \quad P(A \cap \bar{B}) = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0,55 - 0,15 = 0,4$$

Que só usen a app móbil é un 40% e é incompatible co uso do mostrador, porque que sexa incompatible quere dicir que non poden pasar os dous á vez

1.3 Éxito = "a cabina está ocupada"

$$Bi(16; 0,5)$$

$$P(X=6) = \binom{16}{6} 0,5^6 0,5^{10} = 0,1222$$

A probabilidade de que estean ocupadas 6 cabinas é do 12,22%

$$\begin{aligned} P(X \leq 6) &= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) \\ &= 0,00001 + 0,0002 + 0,0018 + 0,0085 + 0,0278 + \\ &\quad + 0,0667 + 0,1222 = 0,22721 \end{aligned}$$

A probabilidade de que como moito estean ocupadas 6 é do 22,72%.

1.4 Como $n = 100 > 30$

$$\left. \begin{array}{l} n p = 100 \cdot 0,5 = 50 > 5 \\ n q = 100 \cdot 0,5 = 50 > 5 \end{array} \right\} \text{Podemos aproximar á } N(50; 5)$$

$$P(Y \geq 60) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{correcció} \\ \text{cont.}}}{=} P(X \geq 59,5) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Tip.}}}{=} P\left(\frac{X-50}{5} \geq \frac{59,5-50}{5}\right) = P(Z \geq 1,9) =$$

$$= P(Z < -1,9) = 1 - P(Z > -1,9) =$$

$$= 1 - 0,971 = 0,029$$

A probabilidade de que polo menos estean ocupadas 60 cabanas é do 2,9%, polo que non farán a instalación

EXEMPLO 4

A = "ve series"

B = "consume documentais"

C = "ve eventos deportivos en directo"

$$P(A) = 0,6 \quad P(B) = 0,35 \quad P(C) = 0,2$$

$$P(A \cap B) = 0,15 \quad P(B \cap C) = 0,08 \quad P(A|C) = 0,5 \quad P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = 0,12$$

1.1 $P(A \cap C) = P(A|C) \cdot P(C) = 0,5 \cdot 0,2 = 0,1$

A probabilidade de que vexa series e eventos deportivos é do 10%

1.2. $P(C|B) = \frac{P(B \cap C)}{P(B)} = \frac{0,08}{0,35} = 0,2286$

Se unha persoa consume documentais no 22,86% dos casos tamén consumirá eventos deportivos

1.3 Incompatibles se $P(A \cap C) = 0 \neq 0$ como vimos en 1.1, logo non son incompatibles

1.4 Independentes $P(B \cap C) = P(B) \cdot P(C)$
 $0,08 \neq 0,35 \cdot 0,2$ Non son indep.

EXEMPLO 5

1.1 $N(120, 18)$

$$P(X < 100) = P\left(\frac{X-120}{18} < \frac{100-120}{18}\right) = P(Z < -1,11) = 1 - P(Z < 1,11) = 0,1335$$

↑
Tipific.

A probabilidade de que se registrem menos de 100 alugueiros é de 13,35%

1.2 $P(110 < X < 140) = P\left(\frac{110-120}{18} < \frac{X-120}{18} < \frac{140-120}{18}\right) =$
 $= P(-0,56 < Z < 1,11) = P(Z < 1,11) - P(Z < -0,56)$
 $= 0,8665 - (1 - P(Z < 0,56)) = 0,8665 - 1 + 0,7123 =$
 $= 0,5788$

A probabilidade de que os alugueiros estejam entre 110 e 140 é de 0,5788.

1.3 Éxito: superar 120 alugueiros diários

$$P(X > 120) = P\left(Z > \frac{120-120}{18}\right) = P(Z > 0) = 0,5$$



$Bi(25; 0,5)$ e ver de que aproxime por normal (inda que non se dan as condições pode haber casos que se recorra a isto) $\rightarrow N(12,5; 2,5)$

$$P(Y > 18) = P(Y \geq 19) = P(X > 18,5) =$$

↑
Levo á
igualdade

↑
corrección
continuidade

$$= P\left(\frac{X-12,5}{2,5} > \frac{18,5-12,5}{2,5}\right) = P(Z > 2,4) =$$

$$= P(Z < -2,4) = 0,0082$$

A probabilidade de que en 25, haxa máis de 18 días nos que se superen os 120 alugueiros é de 0,82%.

$$1.4 \quad T = \text{"bic para ir ao trabalho"} \quad P(T) = 0,4$$

$$TP = \text{"usa o transporte público"} \quad P(TP|T) = 0,7$$

$$P(T \cap TP) = P(TP|T) \cdot P(T) = 0,7 \cdot 0,4 = 0,28$$

A probabilidade de usar a bicicleta para ir ao trabalho e usar o transporte público é de 28%

$$1.5 \quad P(TP) = P(TP|T) \cdot P(T) + P(TP|O) \cdot P(O) + P(TP|R) \cdot P(R) \\ = 0,7 \cdot 0,4 + 0,25 \cdot 0,35 + 0,25 \cdot 0,25 = 0,43$$

$$P(TP \cap T) = P(T) \cdot P(TP)$$

$$0,28 \neq 0,4 \cdot 0,43 \quad \text{Nao são independentes}$$

EXEMPLO 6

H = "ser homem"

M = "ser mulher"

T = "ter menos de 30 anos"

R = "doar anteriormente pelo menos duas vezes"

$$P(H) = 0,45 \quad P(M) = 0,55 \quad P(T) = 0,30$$

$$P(R|H) = 0,25 \quad P(R|M) = 0,4 \quad P(H \cap T) = 0,18$$

$$1.1 \quad P(M \cap R) = P(R|M) \cdot P(M) \\ = 0,4 \cdot 0,55 = 0,22$$

A probabilidade de ser mulher e ter doado pelo menos duas vezes com anterioridade é de 22%

$$1.2 \quad P(H|T) \text{ vs } P(M|T)$$

$$P(H|T) = \frac{P(H \cap T)}{P(T)} = \frac{0,18}{0,3} = 0,6$$

$$P(M) = P(\bar{H})$$

$$P(T \cap \bar{H}) = P(T) - P(T \cap H) = 0,3 - 0,18 = 0,12$$

$$P(\overline{H} | T) = \frac{0,12}{0,3} = 0,4$$

$$P(M | T)$$

Se é unha persoa menor de 30 a que doa é máis probable que sexa un home.

1.3) Non son incompatibles, para seos non poden pasar os dous á vez, e si hai doantes homes menores de 30.

$$1.4.) N(85, 12)$$

$$P(X > 100) = P\left(\frac{X-85}{12} > \frac{100-85}{12}\right) = P(Z > 1,25) = 1 - P(Z < 1,25) \\ = 1 - 0,8944 = 0,1056$$

A probabilidade de que nun día se rexistren máis de 100 doazóns é o 10,56%

$$1.5) P(70 < X < 90) = P\left(\frac{70-85}{12} < \frac{X-85}{12} < \frac{90-85}{12}\right) = \\ = P(-1,25 < Z < 0,42) = P(Z < 0,42) - P(Z < -1,25) = \\ = 0,6628 - (1 - P(Z < 1,25)) = 0,5572$$

A probabilidade de que haxa entre 70 e 90 doazóns é do 55,72%

EXEMPLO 7

$$P(Pop) = 0,5 \quad P(Trad) = 0,35 \quad P(E) = 0,25$$

$$P(Pop \cap Trad) = 0,18 \quad P(Pop | E) = 0,4$$

$$1.1.) P(Pop \cap E) = P(Pop | E) \cdot P(E) = 0,4 \cdot 0,25 = 0,1$$

Un 10% acudiu tanto a concertos de música pop como electrónica

$$\boxed{1.2.} \quad P(\text{Pop} \cup \text{Trad}) = P(\text{Pop}) + P(\text{Trad}) - P(\text{Pop} \cap \text{Trad})$$

$$= 0,5 + 0,35 - 0,18 = 0,67$$

A probabilidade de que váia a pop ou tradicional é de 67%

$$\boxed{1.3} \quad P(\text{Trad} | \text{Pop}) = \frac{P(\text{Trad} \cap \text{Pop})}{P(\text{Pop})} = \frac{0,18}{0,5} = 0,36$$

Entre a xente que mercou para ir a música pop, hai un 36% que vai a tradicional.

$$\boxed{1.4.} \quad P(\text{Pop} \cap E) = P(\text{Pop}) \cdot P(E) \leftarrow \text{independencia}$$

$$0,1 \neq 0,5 \cdot 0,25$$

Non son independentes.

$\boxed{1.5.}$ Para que sexan incompatibles non poden darse á vez

No enunciado di que un 10% mercou tanto merchandising como comida no recinto, logo non son incompatibles.

EXEMPLO 8

$$\boxed{1.1} \quad N(64, 9)$$

$$P(X > 75) = P\left(\frac{X - 64}{3} > \frac{75 - 64}{3}\right) = P(Z > 3,67) =$$

$$= 1 - P(Z < 3,67) = 1 - 0,9999 = 0,0001$$

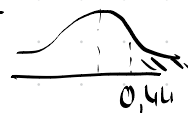
A probabilidade de atender a máis de 75 pacientes é de 0,01%

$$\boxed{1.2} \quad P(60 < X < 70) = P\left(\frac{60 - 64}{3} < Z < \frac{70 - 64}{3}\right) = P(-1,33 < Z < 2,00) =$$

$$= P(Z < 2,00) - P(Z < -1,33) = P(Z < 2,00) - P(Z > 1,33) =$$

$$= 0,9772 - 0,0901 =$$

$$= 0,8871$$



A probabilidade de atender entre 60 e 70 pacientes é de 88,71%

1.3 De xeito análogo ao exemplo 5, temos

$$Bi(16; 0,5) \simeq N(8; 2)$$

Ex: to: "atender máis de 64 pacientes)

$$P(Y \geq 10) = P(X \geq 9,5) = P\left(\frac{X-8}{2} > \frac{9,5-8}{2}\right) =$$

↑
Corrección
continuidade

$$= P(Z > 0,75) = 1 - P(Z < 0,75) = 1 - 0,7734 =$$

$$= 0,2266$$

A probabilidade de que polo menos dúas noites atendan a máis de 64 pacientes é do 22,66%

1.4. ER = "enfermidade respiratoria"

PA = "probas adicionais"

$$P(ER) = 0,3 \quad P(PA|ER) = 0,65$$

$$P(ER \cap PA) = P(PA|ER) \cdot P(ER) = 0,65 \cdot 0,3 = 0,195$$

A probabilidade de enfermidade respiratoria e proba adicional é do 19,5%

1.5. Non son sucesos independentes

$$P(PA|ER) = 0,65$$

$$P(PA|loce) = 0,2$$

A probabilidade de precisar probas cambia segundo o motivo polo que se acude, logo non son independentes.