



EXEMPLO 1

O exame consta de 4 bloques de resposta obrigatoria: o primeiro sen apartados optativos e as tres seguintes con posibilidade de elección entre apartados. Deben xustificarse todas as respostas.

PREGUNTA 1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE.

O Instituto Galego de Estatística realizou un estudo sobre o uso de enerxías renovables nos fogares de Galicia, no marco do Plan de Transición Enerxética 2025-2030. A mostra incluíu fogares de tres ámbitos xeográficos: urbano (U), semiurbano (S) e rural (R), representando o 50 %, o 30 % e o 20 % dos fogares enquisados respectivamente. En cada ámbito analizouse a presenza de instalacións de enerxía renovable (paneis solares fotovoltaicos ou aeroterminia): o 35 % dos fogares urbanos, o 42 % dos semiurbanos e o 58 % dos rurais dispoñen deste tipo de instalacións.

Como parte do mesmo estudo, realizouse un seguimento do consumo eléctrico mensual. Comprobouse que, nos fogares con enerxías renovables, o consumo mensual en kWh pódese modelar mediante unha variable aleatoria normal de media 180 kWh e desviación típica 30 kWh. Nos fogares sen renovables, a media é de 280 kWh e a desviación típica de 50 kWh.

Ademais, nunha segunda fase do estudo, seleccionouse ao azar unha mostra de 100 fogares urbanos *sen* instalacións renovables co obxectivo de analizar o seu perfil de consumo. Nestes fogares, a probabilidade de que o consumo mensual supere os 280 kWh é do 50 % (coincide coa media), e pode comprobarse que, de maneira individual, cada fogar supera ese limiar de xeito independente dos demais.

Nota: $P(Z < 0,67) = 0,75$; $P(Z < 1,10) = 0,864$; $P(Z < -2,00) = 0,023$;
 $P(Z < 1,50) = 0,933$.

Responda estes catro apartados: 1.1., 1.2. e 1.3.

- 1.1. Seleccionado un fogar ao azar entre todos os enquisados, calcule a probabilidade de que teña instaladas enerxías renovables. Sabendo que un fogar ten renovables, calcule a probabilidade de que sexa de ámbito rural.

- 1.2. Sexa X o número de fogares, na mostra de 100 fogares urbanos sen renovables descrita no contexto, que superan os 280 kWh de consumo mensual.
- (a) Xustifique que X pode aproximarse mediante unha distribución normal e indique os seus parámetros.
- (b) Calcule a probabilidade de que menos de 45 fogares superen ese limiar de consumo.
- 1.3. Usando a mesma mostra e a mesma aproximación do apartado anterior, calcule a probabilidade de que como moito 55 fogares superen os 280 kWh de consumo mensual. Compara o resultado cos anteriores e razoa se che parece coherente.

PREGUNTA 2. ÁLXEBA.

Responda un destes dous apartados: 2.1. ou 2.2.

2.1. Unha fábrica produce tazas, pratos e teteiras de cerámica. Por cada un destes produtos utilízase unha cantidade fixa de material que se introduce nunha máquina, da cal sae a peza preparada para o embalaxe. En cada taza a máquina utiliza 5 minutos, en cada prato 4 minutos e en cada teteira 8 minutos. O custo do material é de 3 € cada taza, 4 € cada prato e 3 € cada teteira. Faise un estudo da produción durante 50 minutos e calcúlase que o custo é de 26 €.

- (a) Plantea un sistema de ecuacións lineais que modele o problema e escribo matricialmente.
- (b) Supoñendo que en estes 50 minutos se fabricaron en total exactamente 8 pezas, calcula, se é posible, cantas unidades se produciron de cada tipo.
- (c) Se se consegue reducir o tempo de elaboración de cada teteira de 8 a 5 minutos, sería posible fabricar exactamente 10 pezas?

Asturias Extraordinaria 2024

2.2. Estuda o seguinte sistema de ecuacións lineais dependente do parámetro real a e resólveo nos casos en que sexa compatible. Menciona o resultado teórico empregado

e xustifica o seu uso.

$$\begin{cases} (2-a)x - ay + 2z = -4 \\ (a-2)x + (a+1)y = 5 \\ y + (a^2-a)z = 3-a \end{cases}$$

Navarra Ordinaria 2024

PREGUNTA 3. ANÁLISE.

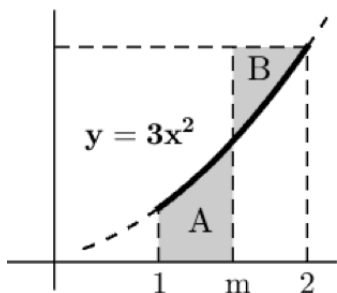
Responda dous destes tres apartados: 3.1., 3.2., 3.3.

3.1. Sexa a función $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = a + \frac{\ln(x)}{x^2}$.

- (a) Calcula a para que $y = 1$ sexa asíntota horizontal da gráfica de f .
- (b) Para $a = 0$, calcula os intervalos de crecemento e de decrecemento de f .
Estuda e halla os extremos relativos de f (abscisas onde se obteñen e valores que se alcanzan).

Andalucía Ordinaria 2025

3.2. Sexa a gráfica da parábola $y = 3x^2$ no intervalo $[1; 2]$ e m un valor de dito intervalo.



- (a) Atopa, en función de m , a área de cada unha das partes sombreadas A e B .
- (b) Cal é o valor de m que fai mínima a suma das áreas?

Asturias Xullo 2017

3.3. Resolve a seguinte integral:

$$\int (x + 3) e^{-2x} dx.$$

Castilla-La Mancha Extraordinaria 2023

PREGUNTA 4. GEOMETRÍA.

Responda un destes dous apartados: 4.1. ou 4.2.

4.1. O plano perpendicular ao segmento de extremos $P(0, 3, 8)$ e $Q(2, 1, 6)$ que pasa polo seu punto medio corta aos eixes coordenados nos puntos A , B e C . Halla a área do triángulo cuxos vértices son os puntos A , B e C .

Andalucía Ordinaria 2023

4.2. Dá resposta aos seguintes apartados:

- (a) Estuda a posición relativa dos planos $\pi_1 : mx - y + 2 = 0$ e $\pi_2 : 2x + 3y = 0$ en función do parámetro m .
- (b) Obtén a ecuación implícita do plano que pasa polos puntos $A(0, 0, 0)$, $B(1, 0, 1)$ e $C(0, 1, 0)$.
- (c) Calcula o punto simétrico do punto $P(1, 2, 3)$ con respecto ao plano $\pi : -x + z = 0$.

Galicia Xuño 2019

EXEMPLO 2

O exame consta de 4 bloques de resposta obrigatoria: o primeiro sen apartados optativos e as tres seguintes con posibilidade de elección entre apartados. Deben xustificarse todas as respostas.

PREGUNTA 1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE.

Nun instituto galego, o departamento de orientación analizou os hábitos de estudo do alumnado de segundo de bacharelato. Tras enquisar a todo o alumnado de segundo curso, obtivéronse os seguintes datos: o 60 % estuda con apuntamentos propios, o 50 % estuda con material descargado de internet e o 20 % usa os dous métodos á vez.

Ademais, analizouse o rendemento académico: o 45 % do alumnado que usa apuntamentos propios aproba o exame final, mentres que entre o alumnado que non usa ningún dos dous métodos de estudo, só aproba o 15 %. O 30 % do alumnado que usa material de internet (e pode ou non usar tamén apuntamentos) aproba o exame final.

Responda estes tres apartados: 1.1., 1.2. e 1.3.

- 1.1. Un alumno/a é seleccionado ao azar. Calcula a probabilidade de que use polo menos un dos dous métodos de estudo. Calcula tamén a probabilidade de que non use ningún dos dous.
- 1.2. Calcula a probabilidade de que un alumno/a seleccionado ao azar use apuntamentos propios pero *non* use material de internet. É ese suceso incompatible co suceso “usa material de internet pero non apuntamentos”? Razona a resposta.
- 1.3. Sabendo que un alumno/a usa material de internet, cal é a probabilidade de que tamén use apuntamentos propios? Son os sucesos “usar apuntamentos propios” e “usar material de internet” independentes? Xustifica a resposta usando os datos do problema.

PREGUNTA 2. ÁLXEBRA.

Responda un destes dous apartados: 2.1. ou 2.2.

2.1. Dada a seguinte matriz, con $k \in \mathbb{R}$:

$$M_k = \begin{pmatrix} k & 0 & k \\ 0 & k & 0 \\ 2k-3 & 0 & k \end{pmatrix}$$

- (a) Estuda o rango da matriz M_k en función dos valores do parámetro k .
- (b) Toma M_1 como a matriz anterior para $k = 1$ e sexa $B = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$. Halla a matriz X (de orde 2×3) que satisfai a ecuación $X \cdot M_1 + X \cdot M_1^T = B$.

Canarias EBAU Extraordinaria 2024

2.2. Considera o seguinte sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{cases} mx + 2y - z = 1 \\ 5x - 4y + 2z = 0 \\ x + 3my = m + \frac{2}{5} \end{cases}$$

- (a) Discute o sistema segundo os valores de m .
- (b) Resolve o sistema para $m = 0$. Existe algunha solución na que $x = 0$? Xustifica.

Andalucía Ordinaria 2021

PREGUNTA 3. ANÁLISE.

Responda dous destes tres apartados: 3.1., 3.2., 3.3.

3.1. Atopa os máximos e mínimos (relativos e absolutos), os puntos de inflexión e as asíntotas da función $f(x) = e^{-x^2}$. Representa, de maneira aproximada, a gráfica de f .

Navarra EvAU Ordinaria 2024.

3.2. Considere o triángulo rectángulo de catetos x e y cuxa hipotenusa mide $7\sqrt{2}$ cm.

- (a) Demuestra que a súa área vén dada pola expresión $f(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{98-x^2}$.
- (b) Calcula as dimensións que debe ter o triángulo para que a súa área sexa a maior posible. Cal é o valor desa área máxima?

Murcia Ordinaria 2025

3.3. Calcula a área encerrada polas gráficas das funcións $f(x) = x + 6$ e

$$g(x) = \begin{cases} -2x & \text{se } x < 0 \\ x^2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}.$$

Aragón EvAU Extraordinaria 2024

Responda un destes dous apartados: 4.1. ou 4.2.

4.1.

- (a) Dados os vectores $\vec{v}_1 = a\vec{u}_1 - 2\vec{u}_2 + 3\vec{u}_3$, $\vec{v}_2 = -\vec{u}_1 + a\vec{u}_2 + \vec{u}_3$, determina o valor do parámetro $a \in \mathbb{R}$ para que os vectores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ sexan ortogonais, sabendo que $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$ é unha base ortonormal.
- (b) Calcula o volume do tetraedro formado polos vectores $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ e $\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$, sendo $\vec{v}_1 = (1, 0, -2)$ e $\vec{v}_2 = (3, 1, 0)$.

Aragón Ordinaria 2022

4.2. Dada a recta r :
$$\begin{cases} x = -2\lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases}$$
 e o plano π : $x - 3y + 5z = 2$.

- (a) Cal é a posición relativa da recta r e o plano π ?
- (b) Calcula o plano π' que contén á recta r e é perpendicular ao plano π .

Canarias Extraordinaria 2020

EXEMPLO 3

O exame consta de 4 bloques de resposta obrigatoria: o primeiro sen apartados optativos e as tres seguintes con posibilidade de elección entre apartados. Deben xustificarse todas as respostas.

PREGUNTA 1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE.

A biblioteca central dunha universidade galega implantou un novo sistema de xestión de préstamos e espazos de estudo. Para avaliar o seu funcionamento, o equipo de calidade recolleu datos durante o curso.

En canto aos métodos de renovación de préstamos, analizouse o comportamento do alumnado matriculado: o 55 % renova os préstamos usando a aplicación móbil, o 40 % acode presencialmente ao mostrador e o 15 % usa os dous métodos de forma indistinta segundo a ocasión. Cómpre sinalar que todo o alumnado que non renova por ningún destes dous canais non acostuma renovar en ningunha forma os préstamos, sendo este un problema que a biblioteca quere abordar mediante unha campaña de sensibilización.

Por outra banda, a biblioteca conta con 16 cabinas de estudo individual insonorizadas, moi demandadas durante as épocas de exames. Tras analizar os rexistros de ocupación, comprobouse que, en calquera hora do día e de forma independente entre elas, cada cabina está ocupada con probabilidade 0,5. A dirección está a valorar ampliar o número de cabinas se, durante a semana de exames (200 horas de apertura), a ocupación resulta ser habitualmente superior ao esperado.

Nota: $P(Z < -1,25) = 0,106$; $P(Z < 1,25) = 0,894$; $P(Z > -1,9) = 0,971$.

Responda estes catro apartados: 1.1., 1.2., 1.3. e 1.4.

- 1.1. Entre os estudantes que non renovaron os seus préstamos por ningún dos dous métodos analizados, a biblioteca quere lanzar unha campaña de sensibilización. Que proporción do alumnado recibirá esta campaña? Calcula tamén a probabilidade de que un estudante escollido ao azar use polo menos un dos dous métodos.

- 1.2. A biblioteca detectou que os estudantes que usan exclusivamente a aplicación son máis propensos a non devolver os libros no prazo fixado. Calcula a probabilidade de que un estudante escollido ao azar sexa deste perfil. Son incompatibles ese perfil e o de acudir exclusivamente ao mostrador? Razona a resposta.
- 1.3. Nun momento calquera, cal é a probabilidade de que estean ocupadas exactamente 6 das 16 cabinas? Sabendo que a dirección considera preocupante que nun momento dado estean ocupadas como moito 6 cabinas, cal é a probabilidade de que esa situación se produza?
- 1.4. A universidade valora poñer estas cabinas nas bibliotecas de todas as facultades. Ten cartos para repartir 100 cabinas, pero só quere facer a inversión se realmente van ter uso. O equipo xestor di que se a probabilidade de que se usen polo menos 60 de elas están por encima do 30 % de xeito habitual, entón merecerá a pena. Instalarán ou non instalarán as cabinas en todas as facultades.

PREGUNTA 2. ÁLXEBRA.

Responda un destes dous apartados: 2.1. ou 2.2.

2.1. Sexan as matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Obtén a inversa da matriz $A^T + I$, onde I é a matriz identidade de orde 3.
- (b) Resolve a ecuación matricial $A^T X - I = 2B - X$. (A^T é a matriz trasposta de A .)

Extremadura Extraordinaria 2025

2.2. Dado o sistema de ecuacións lineais

$$\begin{pmatrix} 2 & a+1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ 1 & 1 & a+2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix},$$

onde a é un parámetro real:

- (a) Discute o sistema en función do parámetro a .
- (b) Obtén as solucións do sistema cando este sexa compatible indeterminado.

Valencia Extraordinaria 2023

PREGUNTA 3. ANÁLISE.

Responda dous destes tres apartados: 3.1., 3.2., 3.3.

3.1. Sexa $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a función definida por

$$f(x) = a + b \cos(x) + c \sin(x).$$

Halla a , b e c sabendo que a súa gráfica ten no punto de abscisa $x = \pi/2$ a recta $y = 1$ como recta tanxente, e que a recta $y = x - 1$ corta á gráfica de f no punto de abscisa $x = 0$.

Andalucía PEvAU Extraordinaria 2024

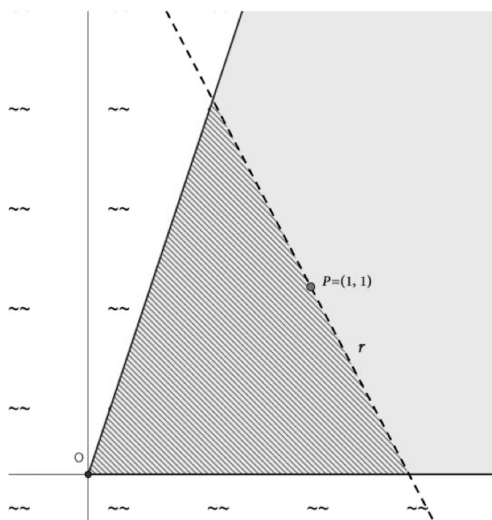
3.2. Sexa $f(x) = 2 + \sin(x) \cos(x)$, con $x \in \mathbb{R}$.

- (a) Calcula $f'(x)$.
- (b) Obtén $\int \frac{\cos^2(x) - \sin^2(x)}{2 + \sin(x) \cos(x)} dx$.
- (c) Calcula, en función do valor de $k \in \mathbb{Z}$, o valor do límite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + x^3 - x^2 - x}{(x^2 - 1)^{2k}}.$$

Aragón Extraordinaria 2025

3.3. Unha familia quiere mercar un terreo para construír unha casa rodeada de acantilados con vistas ao mar. Nesta zona da costa, os acantilados seguen as rectas $y = 0$ e $y = 3x$. Ademais, a familia quiere que o terreo sexa triangular e que o terceiro lado pase polo punto $P = (1, 1)$, tal como pode verse na figura.



- (a) Planta a ecuación da recta r en función da súa pendente m e comproba que a área do terreo vén dada por

$$A(m) = \frac{3}{2} \cdot \frac{m^2 - 2m + 1}{m^2 - 3m}.$$

- (b) Calcula o valor de m que fai que a área do terreo (e polo tanto o seu prezo) sexa mínima. Cal é o valor desa área mínima?

Cataluña PAU Extraordinaria 2025

PREGUNTA 4. XEOMETRÍA.

Responda un destes dous apartados: 4.1. ou 4.2.

4.1. Considera o punto $A(-1, 1, 3)$ e a recta r determinada polos puntos $B(2, 1, 1)$ e $C(0, 1, -1)$.

- (a) Halla a distancia do punto A á recta r .
- (b) Calcula a área do triángulo cuxos vértices son A , B e C .

Andalucía Ordinaria 2023

4.2. Danse no espazo a recta $r: \frac{x - \alpha}{-1} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{\beta}$ e o plano $\pi: x + 2y + 3z = 6$.

- (a) Determina a posición relativa da recta r e o plano π en función dos parámetros reais α e β .
- (b) Calcula a distancia entre a recta r e o plano π cando $\alpha = 6$ e $\beta = 3$.
- (c) Halla a ecuación do plano que pasa por $(0, 0, 0)$ e non corta ao plano π .

Valencia Xullo 2019

EXEMPLO 4

O exame consta de 4 bloques de resposta obrigatoria: o primeiro sen apartados optativos e as tres seguintes con posibilidade de elección entre apartados. Deben xustificarse todas as respostas.

PREGUNTA 1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE.

Unha plataforma galega de contidos audiovisuais ofrece series, documentais e retransmisións deportivas a milleiros de usuarios. A empresa decidiu analizar os hábitos de consumo para mellorar os seus servidores e reducir interrupcións no servizo. Segundo os datos recollidos durante o último trimestre, o 60 % das persoas usuarias ven series, o 35 % consumen documentais e o 20 % empregan a plataforma para seguir eventos deportivos en directo.

Ademais, observouse que o 15 % das persoas usuarias ven tanto series como documentais, mentres que o 8 % consumen simultaneamente documentais e eventos deportivos. Sábese tamén que a probabilidade de que unha persoa vexa series sabendo que tamén segue eventos deportivos é 0,5. Finalmente, comprobouse que o 12 % das persoas usuarias non consumen ningún dos tres tipos de contidos considerados.

A plataforma tamén puxo en marcha recentemente unha campaña de promoción de producións audiovisuais en lingua galega, ofrecendo descontos nas subscricións anuais e recomendacións personalizadas baseadas nos hábitos de visualización. Ademais, durante determinados eventos deportivos de grande audiencia increméntase considerablemente o tráfico nos servidores, polo que a empresa decidiu ampliar a capacidade dos seus centros de datos para evitar interrupcións no servizo.

Responda os seguintes apartados:

- 1.1. Calcule a probabilidade de que unha persoa usuaria vexa tanto series como eventos deportivos.
- 1.2. Se unha persoa usuaria consume documentais, cal é a probabilidade de que tamén vexa eventos deportivos?
- 1.3. Son incompatibles os sucesos “ver series” e “seguir eventos deportivos”? Xus-

tifique a resposta sen realizar operacións adicionais.

- 1.4. Son independentes os sucesos “consumir documentais” e “seguir eventos deportivos”? Razoe a resposta.

PREGUNTA 2. ÁLXEBA.

Responda un destes dous apartados: 2.1. ou 2.2.

2.1. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, atopa dúas matrices B e C tales que satisfagan as seguintes ecuacións:

$$\begin{cases} B + C^{-1} = A \\ B - C^{-1} = A^T \end{cases}$$

Onde denotamos por A^T a matriz trasposta de A.

La Rioja EBAU Ordinaria 2024

2.2. Considera o seguinte sistema de ecuacións:

$$\begin{cases} ax + y + z & = 4 \\ (a - 1)x - 3z & = 2 \\ y + (a^2 + a + 1)z & = 0 \end{cases}$$

dependente do parámetro $a \in \mathbb{R}$.

- a) Determina os valores de a para os cales o sistema é compatible.
- b) Considera $a = -1$. Se o sistema é compatible, atopa a súa solución xeral.
- c) Considera $a = 2$. Se o sistema é compatible, atopa a súa solución xeral.

Cantabria Extraordinaria 2025

PREGUNTA 3. ANÁLISE.

Responda dous destes tres apartados: 3.1., 3.2., 3.3.

3.1. Estudiar os intervalos de crecemento e decrecemento da función $f(x) = x^2 e^{2x}$. Atopar os seus extremos.

País Vasco Extraordinaria 2020

3.2. Sexa a función $f(x) = \ln\left(\sin \frac{\pi x}{6} - \cos \frac{\pi x}{6}\right)$.

- a) Demostra que a función é continua no intervalo $[2, 4]$.
- b) Demostra que existe un valor $\alpha \in (2, 4)$ tal que $f(\alpha) = 0$. Enuncia o(s) resultado(s) teórico(s) utilizado(s), e xustifica o seu uso.

Navarra Extraordinaria 2022

3.3. Sexa a función $f(x) = 12x + 3x^3 - 2x^3$.

- a) Calcular a área do recinto limitado pola gráfica de $f(x)$ e a súa recta tanxente no punto $x = 1$.
- b) Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^2)}{xf(x)}$, onde $\ln$ denota o logaritmo neperiano.

Castilla y León Extraordinaria 2025

PREGUNTA 4. XEOMETRÍA.

Responda un destes dous apartados: 4.1. ou 4.2.

4.1. Sexan os puntos $A(1, 1, 2)$, $B(2, -1, 0)$, $C(-2, 0, 3)$ e $D(2, -3, -1)$ e a recta $r: \frac{x-1}{2} = y+1 = \frac{z}{-1}$.

- a) Comprobe que os puntos non son coplanarios e calcule o volume do tetraedro que determinan.
- b) Calcula a área da cara do tetraedro $ABCD$ determinada polos puntos A, B, C e a lonxitude da altura do tetraedro que parte do vértice D .
- c) Calcule a distancia entre a recta r e a recta determinada polos puntos B e D .

Madrid Extraordinaria 2025

4.2.

- a) Prove que calquera que sexa o valor de a , os planos $\pi_1 : ax + ay - z = 0$, $\pi_2 : x - y + az = 0$ córtanse na recta r .
- b) Estudie en función de a , a posición relativa da recta r e o plano que contén aos puntos $A(1, 1, 1)$, $B(1, 0, 2)$, $C(0, 1, 2a)$.

EXEMPLO 5

O exame consta de 4 bloques de resposta obrigatoria: o primeiro sen apartados optativos e as tres seguintes con posibilidade de elección entre apartados. Deben xustificarse todas as respostas.

PREGUNTA 1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE.

Nunha cidade galega implantouse un sistema público de bicicletas eléctricas co obxectivo de reducir o tráfico e mellorar a mobilidade sostible. O concello analizou o número de alugueiros diarios realizados nunha das estacións máis utilizadas do centro urbano. Os datos indican que o número de alugueiros diarios pode aproximarse mediante unha distribución normal de media igual a 120 alugueiros e desviación típica igual a 18 alugueiros.

O sistema municipal de bicicletas eléctricas conta tamén con estacións de recarga alimentadas parcialmente mediante paneis solares instalados nas cubertas dalgúns aparcadoiros públicos. Segundo o concello, a incorporación destas medidas permitiu reducir o consumo eléctrico da rede convencional e mellorar a imaxe ambiental da cidade entre turistas e residentes.

Ademais, sábese que o 40 % das persoas usuarias empregan a bicicleta para desprazarse ao traballo, o 35 % para actividades de ocio e o resto para realizar xestións ou compras. Entre as persoas que utilizan o servizo para ir ao traballo, o 70 % empregan tamén o transporte público nalgún momento do día. Esa porcentaxe redúcese ao 25 % entre quen usan as bicicletas para actividades de ocio e tamén os que realizan xestións e compras.

Responda os seguintes apartados:

- 1.1. Cal é a probabilidade de que nun día determinado se rexistren menos de 100 alugueiros?
- 1.2. Cal é a probabilidade de que o número de alugueiros diarios estea comprendido entre 110 e 140?
- 1.3. Nun período de 25 días escollidos ao azar, calcule aproximadamente a probabili-

dade de que en máis de 18 días se superen os 120 alugueiros diarios. (Considere axeitada a aproximación da binomial á normal).

- 1.4. Escollida ao azar unha persoa usuaria, calcule a probabilidade de que empregue tanto a bicicleta para ir ao traballo como o transporte público no mesmo día.
- 1.5. Razoe se os sucesos “usar a bicicleta para ir ao traballo” e “usar tamén transporte público” son independentes.

Nota: poden empregarse algúns dos seguintes valores da normal estándar:

$$P(Z < 1,67) = 0,9525; P(Z < 0,56) = 0,7123; P(Z < 1,11) = 0,8665;$$

$$P(Z < -2,4) = 0,0082; P(Z > 2,5) = 0,0062;$$

PREGUNTA 2. ÁLXEBA.

Responda un destes dous apartados: 2.1. ou 2.2.

2.1. Unha empresa ten tres minas: A, B e C, e en cada unha, o mineral extraído contén os elementos químicos: níquel (Ni), cobre (Cu) e ferro (Fe) en diferente concentración. As concentracións son:

- Mina A: Ni (1 %), Cu(2 %), Fe (3 %)
- Mina B: Ni (2 %), Cu(5 %), Fe (7 %)
- Mina C: Ni (1 %), Cu(3 %), Fe (1 %)

Para obter 7 toneladas de níquel, 18 de cobre e 16 de ferro en total, cantas toneladas de mineral hanse de extraer de cada mina?

- a) Plantea un sistema de ecuacións que interprete o enunciado.
- b) Clasifica o sistema.
- c) Resolve o sistema.

2.2. Considere o sistema de ecuacións:

$$\left. \begin{array}{rcl} x + y & = & 0 \\ x - z & = & 1 \\ ax + by + cz & = & 1 \end{array} \right\}$$

Obteña valores dos parámetros a, b, c nos seguintes casos:

- a) Para que o sistema sexa compatible determinado.
- b) Para que o sistema sexa compatible indeterminado.
- c) Para que o sistema sexa incompatible.

Extremadura Xullo 2017

PREGUNTA 3. ANÁLISE.

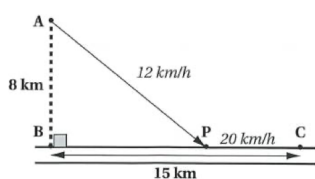
Responda dous destes tres apartados: 3.1., 3.2., 3.3.

3.1. Se considera a función $h(x) = ax + x^2$ onde a é un parámetro real. Pídese:

- a) O valor de a que fai que a gráfica da función $y = h(x)$ teña un mínimo relativo na abscisa $x = -\frac{3}{4}$.
- b) Para o valor a do apartado anterior, debuxa as curvas $y = h(x)$ e $y = h'(x)$.
- c) Calcula a área do plano comprendida entre ambas curvas.

Valencia. Extraordinaria 2024

3.2. Un ciclista de montaña quere ir dun punto A, localizado no monte a 8 km dunha pista recta, a un punto C ubicado ao final da mesma. Sabendo que pola pista circulará a 20 km/h e fora dela a 12 km/h, calcula a que distancia de B debe unirse a pista para chegar a C no menor tempo posible.



Navarra. Extraordinaria 2025

3.3. Calcula o valor do parámetro $a \in \mathbb{R}$, para que o seguinte límite sexa finito e calcula o valor de dito límite.

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1) - a \sin x + 3x \cos(2x)}{x^2}$$

Aragón. Extraordinaria 2023

PREGUNTA 4. GEOMETRÍA.

Responda un destes dous apartados: 4.1. ou 4.2.

4.1. Dados o plano π de ecuación $x + 2y - z = 0$ e r a recta de ecuación $r :$

$$\begin{cases} y - 2x = 1 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

- a) Atopar o punto de intersección do plano π e a recta r .
- b) Calcular a distancia da orixa á recta r .

Extremadura Ordinaria 2022

4.2. Considere o plano π de ecuación $\pi : 2x + ay - 2z = -4$ e a recta dada por

$$r : \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-5}{-2}$$

- a) Estudie a posición relativa do plano π e da recta r en función do parámetro a .
Sábase que cando $a = 1$ a recta r corta ao plano π . Para ese valor de a :
- b) Calcule o punto de corte da recta r e o plano π .
- c) Calcule o ángulo que forman.

Murcia Extraordinaria 2023

EXEMPLO 6

O exame consta de 4 bloques de resposta obrigatoria: o primeiro sen apartados optativos e as tres seguintes con posibilidade de elección entre apartados. Deben xustificarse todas as respostas.

PREGUNTA 1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE.

Un centro de doazón de sangue realizou un estudo sobre as persoas que acudiron a doar durante unha campaña especial. Observouse que o 55 % das persoas doantes eran mulleres e o 45 % homes. Ademais, o 30 % das persoas doantes tiñan menos de 30 anos.

Entre as mulleres doantes, o 40 % acudiran anteriormente a doar sangue polo menos dúas veces, mentres que entre os homes esa porcentaxe era do 25 %. Sábese tamén que a probabilidade de que unha persoa doante sexa home e teña menos de 30 anos é 0,18.

Por outra parte, o número diario de doazóns realizadas no centro segue aproximadamente unha distribución normal de media 85 e desviación típica 12.

Responda os seguintes apartados:

- 1.1. Calcule a probabilidade de que unha persoa doante escollida ao azar sexa unha muller que xa doara anteriormente polo menos dúas veces.
- 1.2. Se unha persoa doante ten menos de 30 anos, é máis probable que sexa home ou muller? Razoe a resposta realizando os cálculos necesarios.
- 1.3. Son incompatibles os sucesos “ser home” e “ter menos de 30 anos”? Xustifique a resposta.
- 1.4. Calcule a probabilidade de que nun día determinado se rexistren máis de 100 doazóns.
- 1.5. Calcule a probabilidade de que o número diario de doazóns estea entre 70 e 90.

Nota: poden empregarse os seguintes valores:

$$P(Z < 1,25) = 0,8944; P(Z < 0,42) = 0,6628$$

PREGUNTA 2. ÁLXEBRA.

Responda un destes dous apartados: 2.1. ou 2.2.

2.1. Dadas as matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 9 \\ 10 & -3 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 9 \\ 10 & -3 & 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -3 & -1 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$$

Plantéase a seguinte ecuación matricial: $X \cdot A - C^t = X \cdot B$

- a) Xustifique razoadamente cal é a dimensión da matriz X .
- b) Atope a matriz X que cumpre a ecuación.

Canarias Extraordinaria 2020

2.2. Dado o sistema
$$\begin{cases} -2x + y + kz &= 1 \\ kx - y - z &= 0 \\ -y + (k-1)z &= 3 \end{cases}$$

- a) Discutilo en función do parámetro k .
- b) Resolvelo para $k = 3$
- c) Resolvelo para $k = \frac{3}{2}$ e especificar, se é posible, unha solución particular con $x = 2$.

Madrid Extraordinaria 2023

PREGUNTA 3. ANÁLISE.

Responda dous destes tres apartados: 3.1., 3.2., 3.3.

3.1. Dada a función:

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 + bx & \text{se } x < 1 \\ a + \ln x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

1. Estudia os valores dos parámetros a e b para que a función sexa continua e derivable en $\mathbb{R}$. Escribe a función resultante $f(x)$.
2. Tomando os valores $a = -2$ e $b = 1$, calcula a ecuación da recta tanxente a $f(x)$ en $x = e$.

Canarias Ordinaria 2022

3.2. Quérese facer unha porta rectangular coronada por un semicírculo como o da figura. O oco da porta ten que ter 16 metros cadrados. Se é posible, determina a base x para que o perímetro sexa mínimo.

Andalucía Xuño 2017

3.3. Sexa a función $f(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$.

- a) Calcule unha primitiva da función $f(x)$
- b) Calcule a área limitada pola función $f(x)$ e o eixo de abscisas entre as abscisas $x = 0$ e $x = \frac{\pi}{4}$

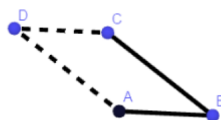
Cataluña Setembro 2017

PREGUNTA 4. XEOMETRÍA.

Responda un destes dous apartados: **4.1.** ou **4.2.**

4.1. Dados os puntos $A(1, 0, 1)$, $B(1, 6, 1)$, $C(-2, -1, 5)$ e $E(-1, 1, 1)$.

- a) Calcula a ecuación do plano π que contén aos puntos A, B, C .
- b) Calcula as coordenadas do punto D para que o polígono $ABCD$ sexa un paralelogramo e a área de $ABCD$.



- c) Atopa a ecuación da recta perpendicular ao plano π e que pasa por E .

Asturias Extraordinaria 2022

4.2. Dados os planos $\pi_1 : x + 2y + mz = -1$, onde m é un parámetro real, e $\pi_2 : x + z = 6$.

- a) Atopar o valor de m , se existe, para o que π_1 e π_2 sexan perpendiculares.
- b) Atopar o valor de m para o que π_1 e π_2 forman un ángulo de 45 grados.
- c) Calcular a ecuación paramétrica da recta intersección de π_1 e π_2 .

Valencia Extraordinaria 2025

EXEMPLO 7

O exame consta de 4 bloques de resposta obrigatoria: o primeiro sen apartados optativos e as tres seguintes con posibilidade de elección entre apartados. Deben xustificarse todas as respostas.

PREGUNTA 1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE.

Nun festival musical celebrado durante varios días analizouse o comportamento das persoas asistentes. O 50 % das entradas vendéronse para concertos de música pop, o 35 % para concertos de música tradicional e o 25 % para espectáculos de música electrónica.

Ademais, o 18 % das persoas asistentes acudiron tanto a concertos de pop como de música tradicional. Entre as persoas que asistiron a espectáculos de música electrónica, o 40 % tamén acudiron a concertos de pop.

A organización comprobou tamén que o 10 % das persoas asistentes mercaron merchandising oficial e comida no recinto.

Responda os seguintes apartados:

- 1.1. Calcule a probabilidade de que unha persoa asistente acudise tanto a concertos de música electrónica como de pop.
- 1.2. Calcule a probabilidade de que unha persoa asistente acudise a concertos de pop ou de música tradicional.
- 1.3. Se unha persoa asistiu a concertos de pop, cal é a probabilidade de que tamén asistise a concertos de música tradicional?
- 1.4. Son independentes os sucesos “asistir a concertos de música electrónica” e “asistir a concertos de pop”? Razoe a resposta.
- 1.5. Explique por que os sucesos “mercar merchandising oficial” e “mercar comida no recinto” non teñen por que ser incompatibles.

PREGUNTA 2. ÁLXEBA.

Responda un destes dous apartados: 2.1. ou 2.2.

2.1. Daniel quiere contratar aos músicos Darío, Hugo e José. O soldo de Darío é o de Hugo multiplicado por un parámetro $m > 0$. O soldo de Hugo é o dobre que o de José. A suma do soldo de José multiplicado por m máis o soldo de Darío (sen multiplicar por m) máis o soldo de Hugo (sen multiplicar por m) é 600 €.

- a) Denotando por x o soldo de Darío, por y o soldo de Hugo e por z o soldo de José, plantee un sistema de 3 ecuacións con 3 incógnitas que represente o datos do exercicio.
- b) Xustifique que con estes datos pódese coñecer o soldo de cada un (que solo dependerá de m).
- c) Calcule a expresión xeral de cada soldo (en función de m) e o que cobra cada un para $m = 2$.

Murcia Ordinaria 2025

2.2. Discutir o sistema $S(a)$ en función de a , sendo:

$$S(a) = \begin{cases} ax - y + 2z &= 2 \\ x - 2y - z &= 1 \\ x + 2y + az &= 3 \end{cases}$$

Resolver en función de a , mediante o método de Cramer, nos casos que sexa posible.

País Vasco Ordinaria 2020

PREGUNTA 3. ANÁLISE.

Responda dous destes tres apartados: 3.1., 3.2., 3.3.

3.1. Determinar os valores de a e b para que a función $f(x) = a\sqrt{3x+3} + b\sqrt{x-1}$ teña un punto de inflexión no punto $(2, 8)$.

Canaria Xullo 2018

3.2. Sexan tres números reais positivos cuia suma é 90 e un deles é a media dos outros dous. Determina os números de forma que o produto deles sexa máximo.

Asturias Ordinaria 2021

3.3. Dada a función real de variable real $f(x) = x|x - 2|$.

Pídese:

- a) Representar a rexión comprendida entre a gráfica da función f , o eixe de abscisas (eixe OX) e as rectas $x = -1$ e $x = 5$.
- b) Calcular a área da rexión anterior.

Valencia Ordinaria 2025

PREGUNTA 4. GEOMETRÍA.

Responda un destes dous apartados: 4.1. ou 4.2.

4.1.

- a) Atópanse as ecuacións da recta que está contida no plano $\alpha : x - y = 0$, é paralela ao plano $\beta : 2x - 3y + z = 4$ e pasa polo punto $P(1, 1, 3)$.
- b) Atópanse a ecuación do plano que é paralelo a $r : x - 1 = y + 2 = \frac{z - 1}{2}$ e pasa polos puntos $A(0, 3, 1)$ e $B(-2, 1, -1)$

Castilla y León Extraordinaria 2022

4.2. Carla está deseñando o tellado dunha casa con Geogebra. Para elo, debe unir unha viga que ten de extremos os puntos de coordenadas $A(2, -1, 3)$ e $B(-2, 4, 5)$.

- a) Determina a ecuación da recta que representa a viga.
- b) Cal é a lonxitude da viga?
- c) Se se quere colocar unha placa metálica triangular de vértices os puntos A, B e $C(0, 0, 1)$. Determina a área da placa triangular.

Castilla La Mancha Ordinaria 2024

EXEMPLO 8

O exame consta de 4 bloques de resposta obrigatoria: o primeiro sen apartados optativos e as tres seguintes con posibilidade de elección entre apartados. Deben xustificarse todas as respostas.

PREGUNTA 1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE.

O servizo de urxencias dun hospital galego analizou o número de pacientes atendidos durante as noites de inverno. Segundo os datos recollidos, o número de pacientes atendidos por noite segue aproximadamente unha distribución normal de media igual a 64 pacientes e desviación típica igual a 9 pacientes.

Ademais, observouse que o 45 % das persoas atendidas acudiron por lesións leves, o 30 % por enfermidades respiratorias e o resto por outras causas. Entre as persoas con enfermidades respiratorias, o 65 % requiriron probas diagnósticas adicionais, mentres que entre as persoas con lesións leves só o 20 % precisaron esas probas.

Durante os meses de inverno, o hospital reforza tamén os servizos de información ás familias e os equipos de mantemento das instalacións debido ao aumento da actividade nocturna. Ademais, recentemente renovouse parte do equipamento das salas de espera, incorporando novos sistemas de climatización e paneis informativos dixitais para orientar mellor ás persoas usuarias.

Responda os seguintes apartados:

- 1.1. Calcule a probabilidade de que nunha noite determinada se atendan máis de 75 pacientes.
- 1.2. Calcule a probabilidade de que o número de pacientes atendidos estea entre 60 e 70.
- 1.3. Nun período de 16 noites, calcule aproximadamente a probabilidade de que en polo menos 10 delas se atendan máis de 64 pacientes. (Considere axeitada a aproximación da binomial á normal).
- 1.4. Escollida unha persoa paciente ao azar, calcule a probabilidade de que acudise por enfermidade respiratoria e precisase probas diagnósticas adicionais.

- 1.5. Razoe se os sucesos “acudir por enfermidade respiratoria” e “precisar probas diagnósticas adicionais” son independentes.

Nota: poden empregarse os seguintes valores:

$$P(Z < 1,22) = 0,8888; P(Z > 0,44) = 0,3300; P(Z > -0,67) = 0,7486;$$

$$P(Z < 0,75) = 0,7734; P(Z < -1,11) = 0,1335$$

PREGUNTA 2. ÁLXEBA.

Responda un destes dous apartados: 2.1. ou 2.2.

2.1. Nunha obra, para transportar a terra extraída para a construción dos cimientos dun edificio, úsanse tres tipos de camiós diferentes: A, B e C. Os camiós de tipo A teñen unha capacidade de 14 toneladas, os de tipo B, de 24 toneladas, e os de tipo C, de 28 toneladas. Habería que traer un camión máis de tipo A para igualar ao número de camiós restantes. O 10 % da capacidade de todos os camiós tipo B supón un sétimo da dos de maior tonelaxe. Hoxe, realizando un único viaxe cada camión a máxima capacidade, extraeron da obra 302 toneladas de terra. Cantas toneladas de terra foi transportada hoxe polos camiós de cada tipo?

Madrid Ordinaria 2023

2.2.

- a) Discute para que valores de a o sistema seguinte é compatible.

$$\left. \begin{array}{rcl} ax + y - 2z & = & -1 \\ -x + ay + z & = & 2 \\ 3x + y - z & = & 0 \\ y + z & = & 3 \end{array} \right\}$$

- b) Resólveo no caso que sexa compatible.

Baleares Setembro 2017

PREGUNTA 3. ANÁLISE.

Responda dous destes tres apartados: 3.1., 3.2., 3.3.

- 3.1.** Considérase a función $f(x) = e^{\frac{1}{\sin x + \cos x}}$

- a) Estudia a continuidade da función no intervalo $[0, \pi]$.
- b) Atopa o seu extremo relativo nese mesmo intervalo.

Navarra Ordinaria 2022

3.2.

- a) Calcula as dimensións dunha caixa de base cadrada (prisma cuadrangular) sen tapa superior e con volume de 108 dm^3 para que a superficie total da caixa (formada polas cara laterais e a base) sexa mínima.
- b) Calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica da función $f(x) = x^2 + x - 1$ no punto de abscisa $x = 1$.

Castilla La Mancha Extraordinaria 2020

3.3. Sexa $f(x) = \frac{x-1}{x^2-7x+10}$

- a) Calcule todas as primitivas de $f(x)$
- b) Calcule a área pechada pola gráfica $f(x)$ e as rectas $y = 0$, $x = 3$ e $x = 4$

Cantabria Xuño 2018

PREGUNTA 4. XEOMETRÍA.**Responda un destes dous apartados: 4.1. ou 4.2.**

4.1. Os puntos $A(6, -4, 4)$ e $B(12, -1, 1)$ son dous vértices dun triángulo. O tercer vértice C é a proxección ortogonal do vértice A sobre a recta $r : \begin{cases} x - 2y = 5 \\ x + 2z = 5 \end{cases}$

- a) Calcule as coordenadas do vértice C .
- b) Determine se o triángulo ABC ten un ángulo recto no vértice A .
- c) Calcule a área do triángulo ABC .

Murcia Extraordinaria 2023

4.2. Determina según os valores do parámetro real a a posición relativa da recta:

$$\begin{cases} ax + 3y - 2z = 4 \\ 2x - y + z = 2 \end{cases}$$

e o plano de ecuación $6x + 5y - 3z = 2$

La Rioja Extraordinaria 2022