

# Tema 7 - Sistemas de Ecuaciones (Pag. 102)

Una ecuación lineal es una igualdad con dos incógnitas que se puede expresar:  $ax + by = c$ .

Donde  $a$  y  $b$  son los coeficientes de la ecuación y  $c$  es el término independiente.

Cada par de valores  $(x, y)$  que hace que se cumpla la igualdad se denomina solución de la ecuación.

Página 103, Ej. 2, 3, 4 y 6

$$\textcircled{2} \text{ a) } 2x + 4 = 3y - 5$$

$$2x - 3y = -4 - 5$$

$$2x - 3y = -9$$

$$\text{c) } 4x - 1 = 3y + 2$$

$$4x - 3y = 2 + 1$$

$$4x - 3y = 3$$

$$\text{b) } 2x + y - 1 = 4x + 3y - 2$$

$$2x + y - 4x - 3y = -2 + 1$$

$$-2x - 2y = -1$$

$$2x + 2y = 1$$

$$\text{d) } 3x + 2y + 2 = 2$$

$$3x + 2y = 2 - 2$$

$$3x + 2y = 0$$



$$\textcircled{6} \quad a) \quad 2x + 3y = 2$$

$$b) \quad x - y = 5$$

$$c) \quad x = y - 5 \quad \circ \quad x + 5 = y$$

$$d) \quad 2x + 2y = 10$$



Un sistema de dos ecuaciones lineales lo forman dos ec. lineales para las que se busca una solución común:

$$\left. \begin{array}{l} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 3x - 5y = 12 \\ 2x + 3y = 7 \end{array} \right\}$$

La solución de un sistema es un par de valores  $(x, y)$  que verifica ambas ecuaciones.

Página 103, Ej. 8 y 9

⑧  $x = -2, y = 3$

a)  $\left. \begin{array}{l} x - y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow (-2) - (3) = 1 \rightarrow -5 \neq 1 \\ \text{No es solución del sistema.} \end{array}$

b)  $\left. \begin{array}{l} x + 2y = 4 \\ 2x + y = -1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow (-2) + 2 \cdot (3) = 4 \rightarrow -2 + 6 = 4 \rightarrow 4 = 4 \\ \rightarrow 2 \cdot (-2) + (3) = -1 \rightarrow -4 + 3 = -1 \rightarrow -1 = -1 \end{array}$

Sí es solución



## Método Gráfico

Las soluciones de una ec. lineal forman una recta.

Si le damos valores a "x" podemos calcular el valor de "y" que forma una solución  $(x, y)$

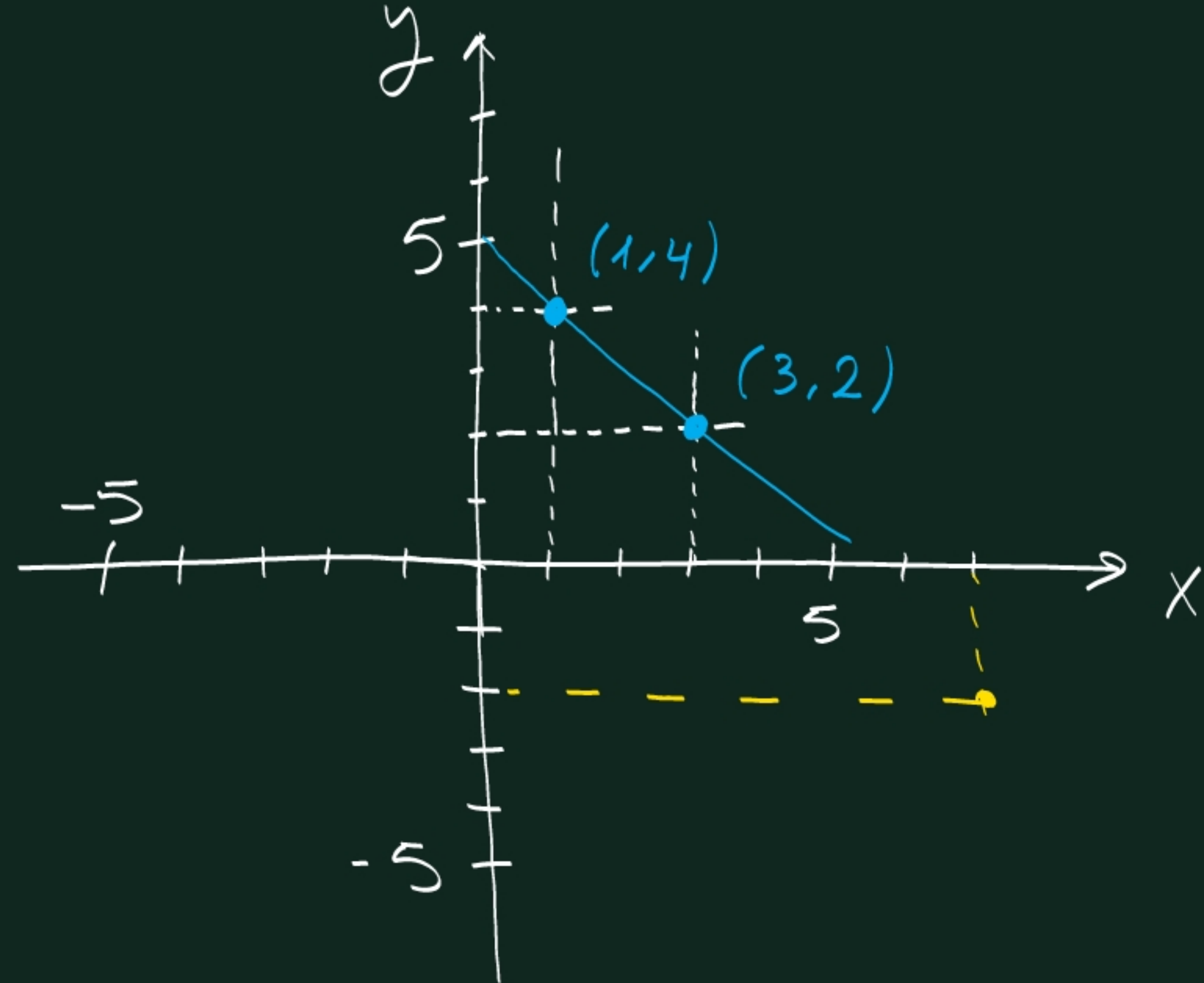
Como las ec. lineales son rectas, con dos parejas de valores podemos representarlás.

$$x + y = 5 \rightarrow y = 5 - x$$

(x, y)

si  $x=1 \rightarrow y=4 \rightarrow (1, 4)$

si  $x=3 \rightarrow y=2 \rightarrow (3, 2)$



1° - Despejar "y"

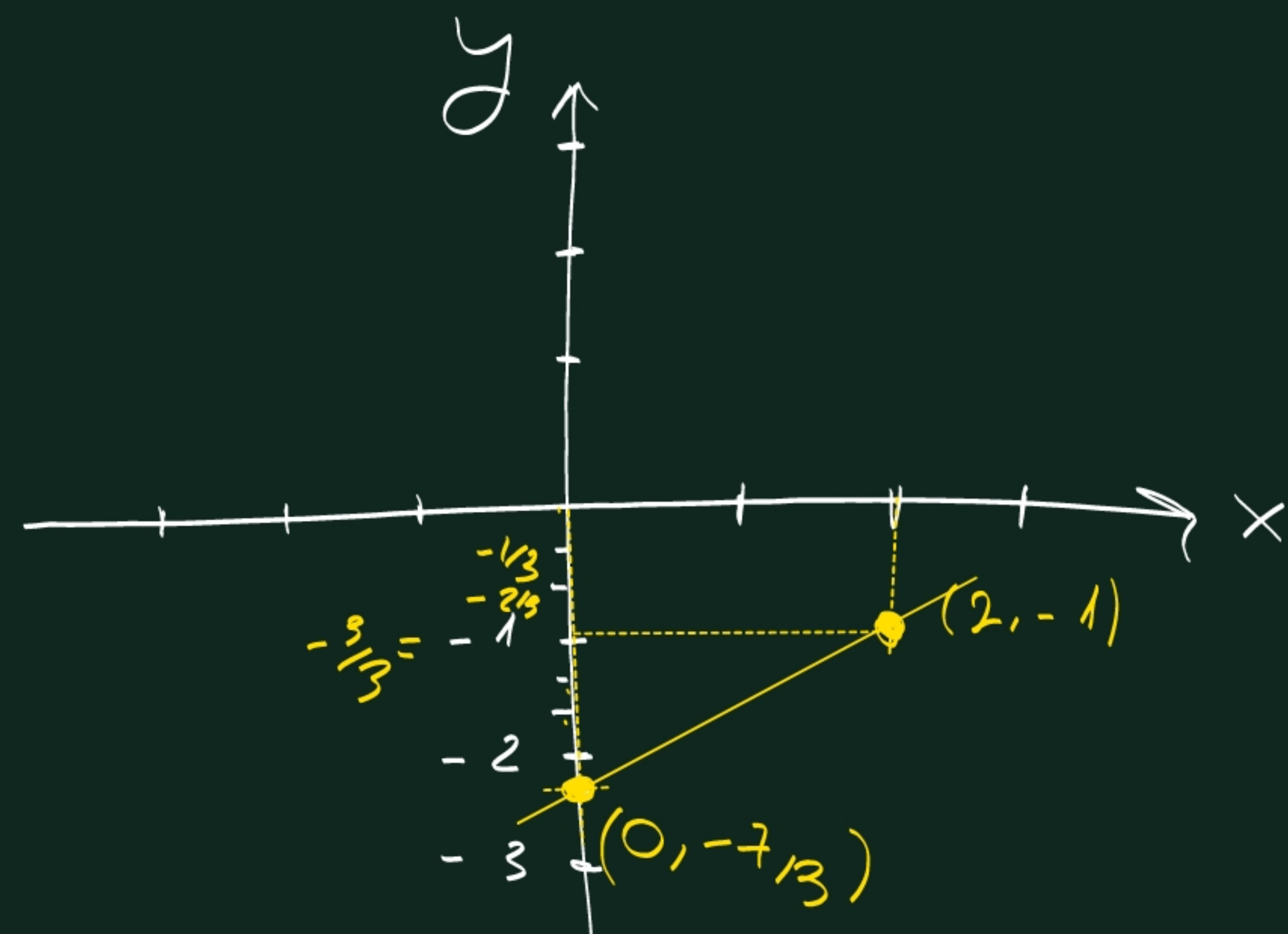
$$2x - 3y = 7 \rightarrow -3y = 7 - 2x \rightarrow y = \frac{7 - 2x}{-3}$$

2° - Le damos valores a "x" para calcular "y".

x	y
0	$\frac{2 \cdot 0 - 7}{-3} = \frac{0 - 7}{-3} = \frac{7}{3} \rightarrow (0, \frac{7}{3})$
2	-1 $\rightarrow (2, -1)$
8	3 $\rightarrow (8, 3)$

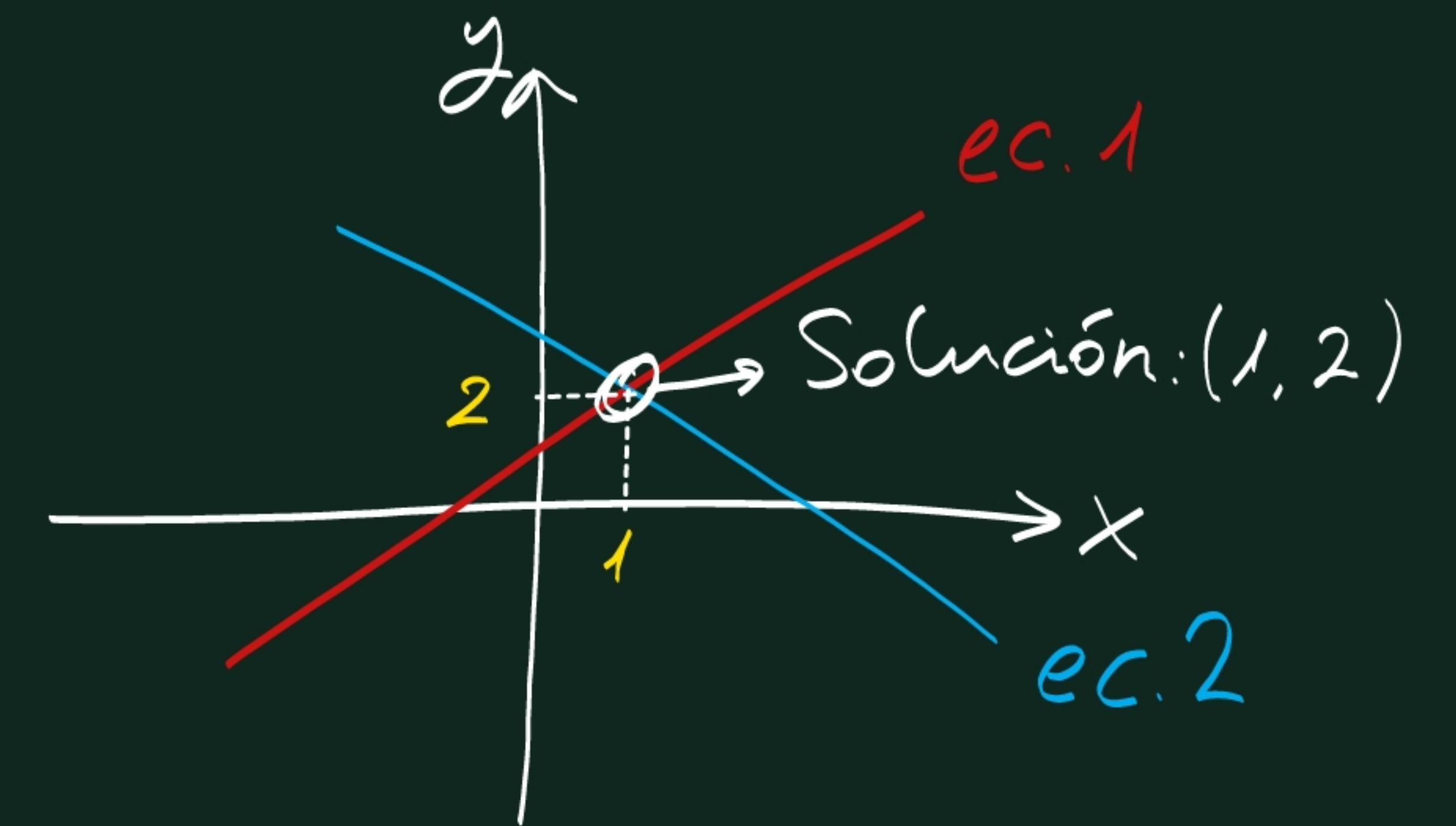
$$y = \frac{2x - 7}{3}$$

3° - Colocamos los puntos en los ejes.

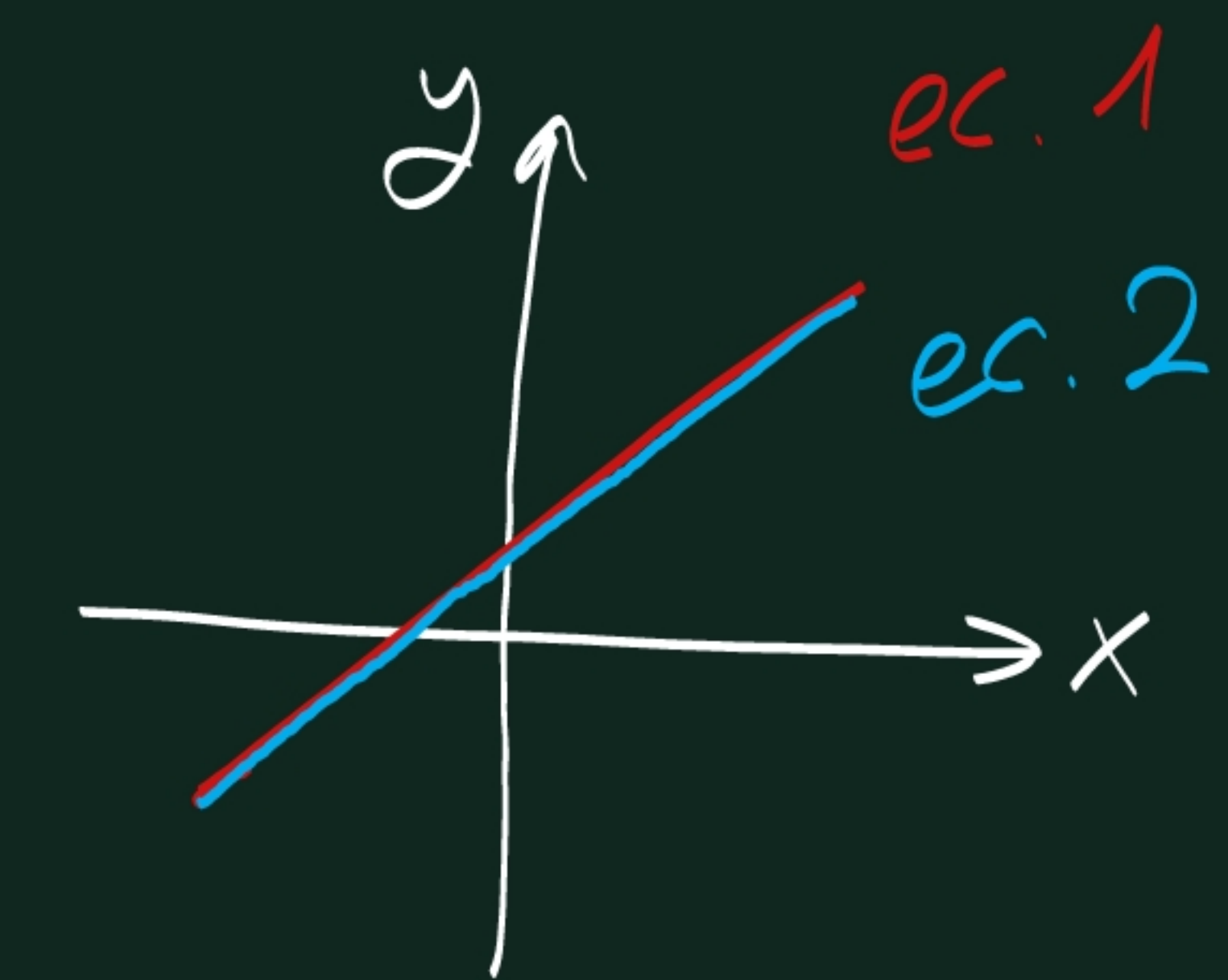


En los sistemas de ec. lineales podemos tener:

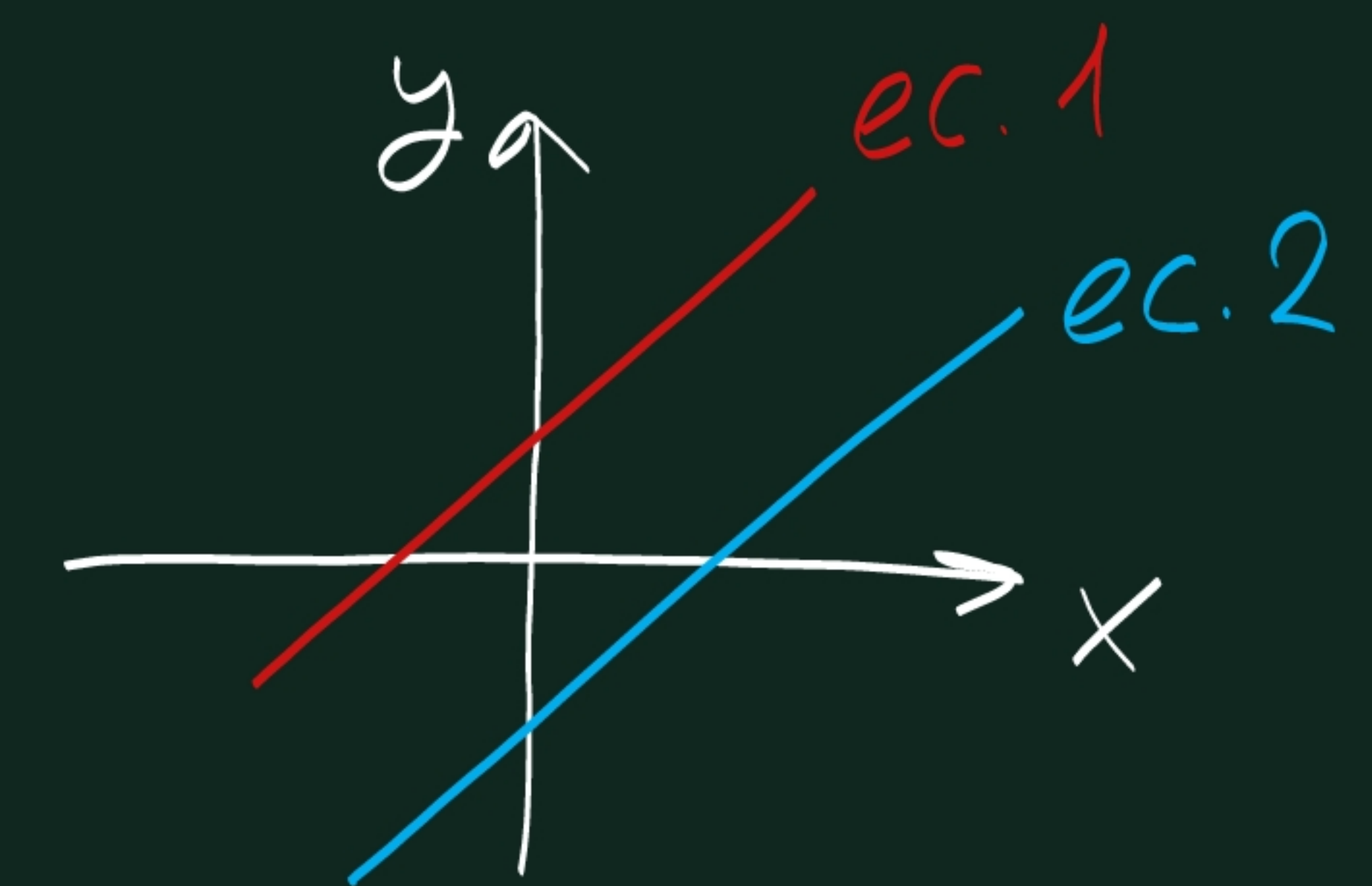
- 1 solución: las rectas se cortan, el punto de corte es la solución del sistema.  
Sistema Compatible Determinado



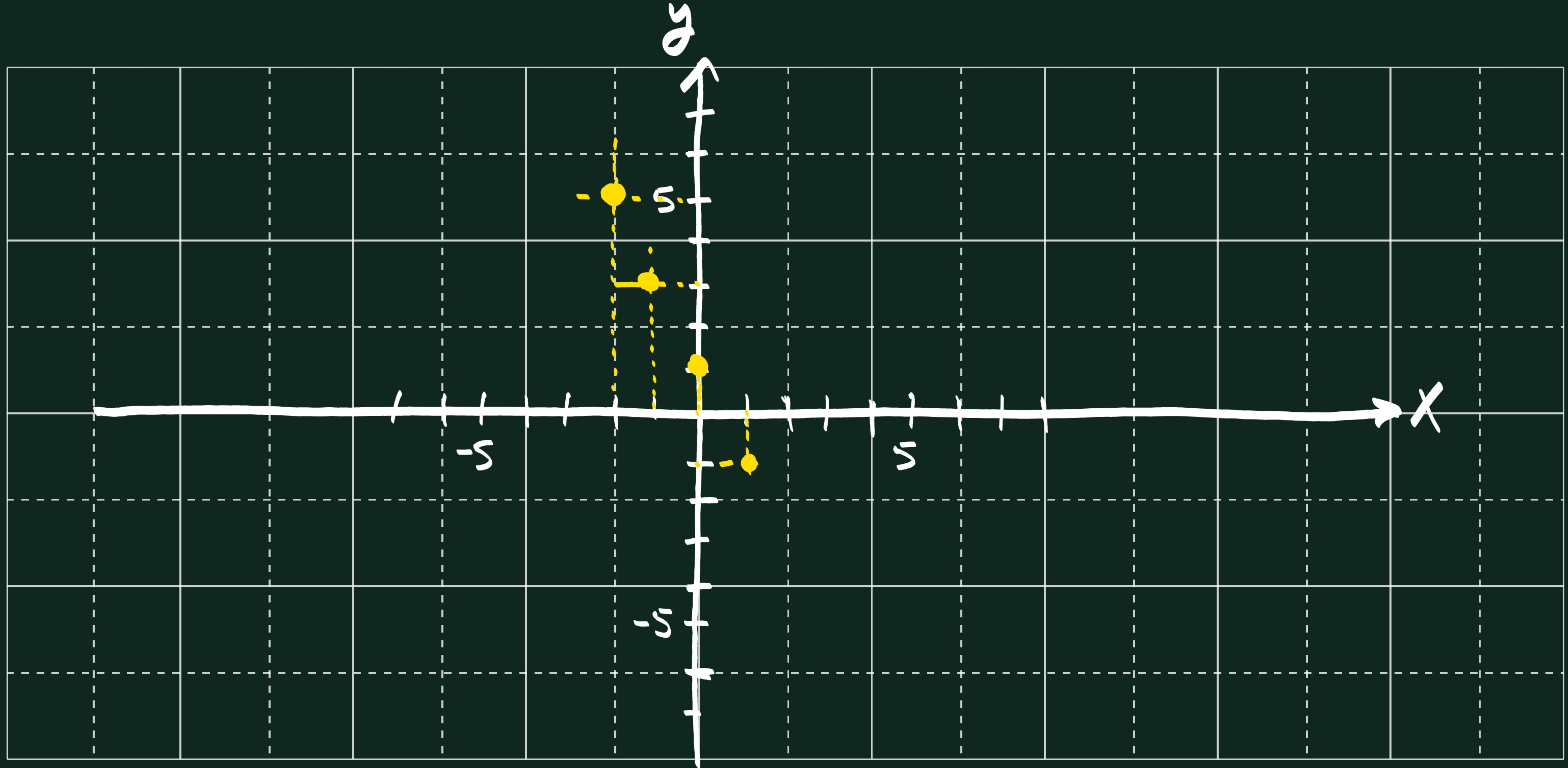
- $\infty$  soluciones: las rectas se superponen. Todos los puntos de las rectas son solución del sistema.  
Sistema Compatible Indeterminado



- 0 soluciones: las rectas son paralelas. Como no hay punto de corte, el sistema no tiene solución.  
Sistema Incompatible

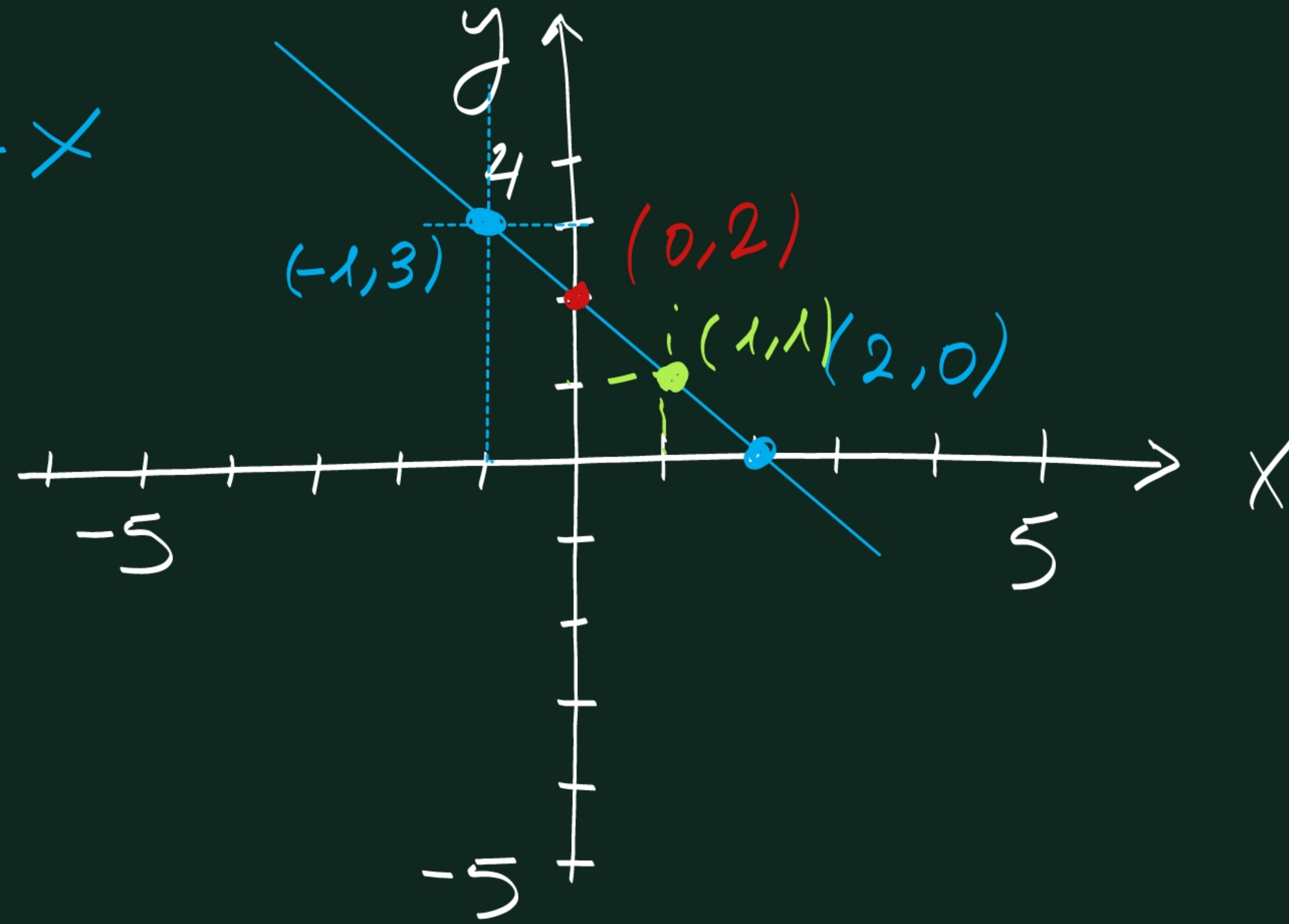


Página 105, Ej 12, 14, 15



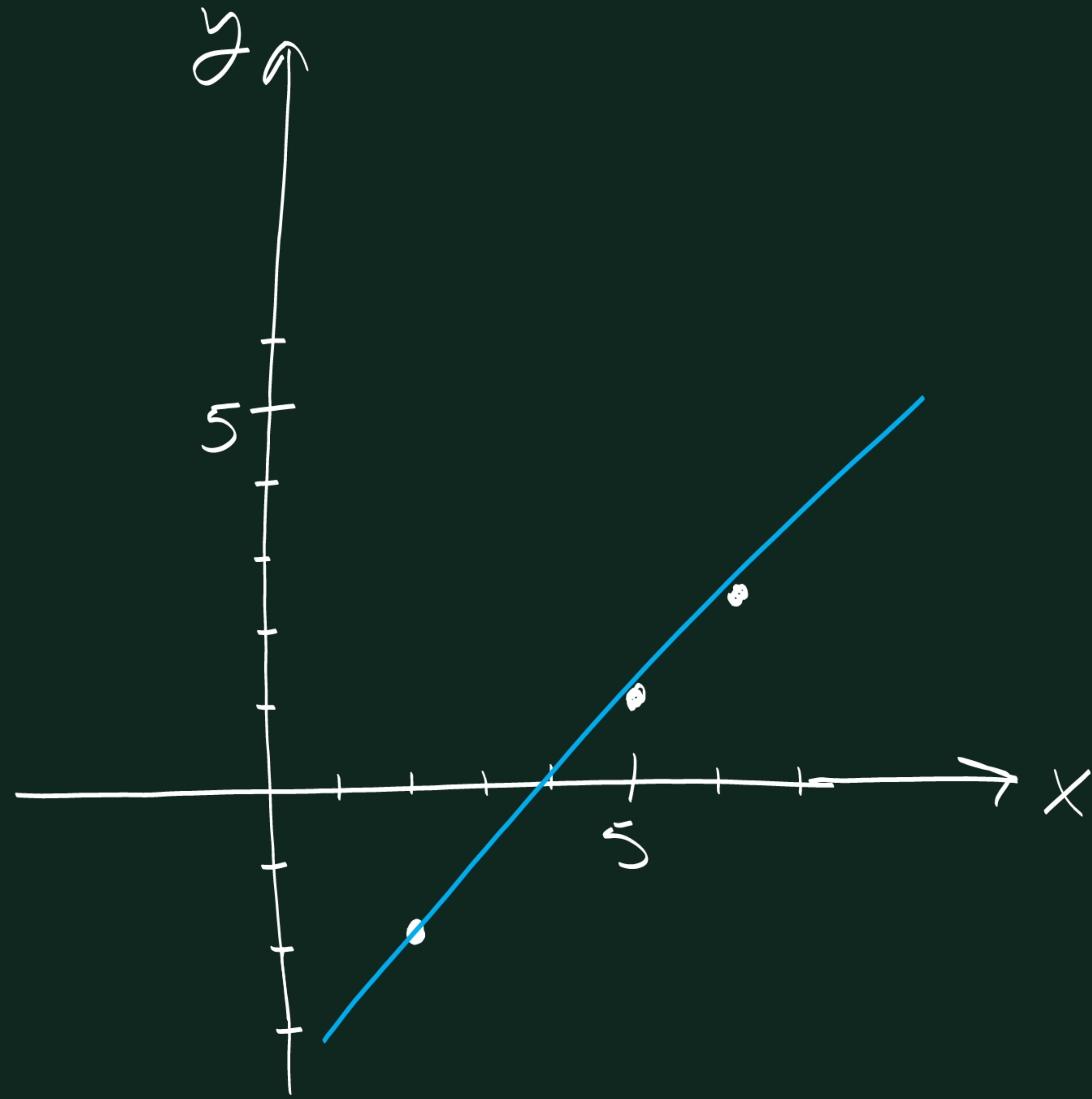
(14) a)  $x + y = 2 \rightarrow y = 2 - x$

x	y
-1	3
2	0
0	2
1	1



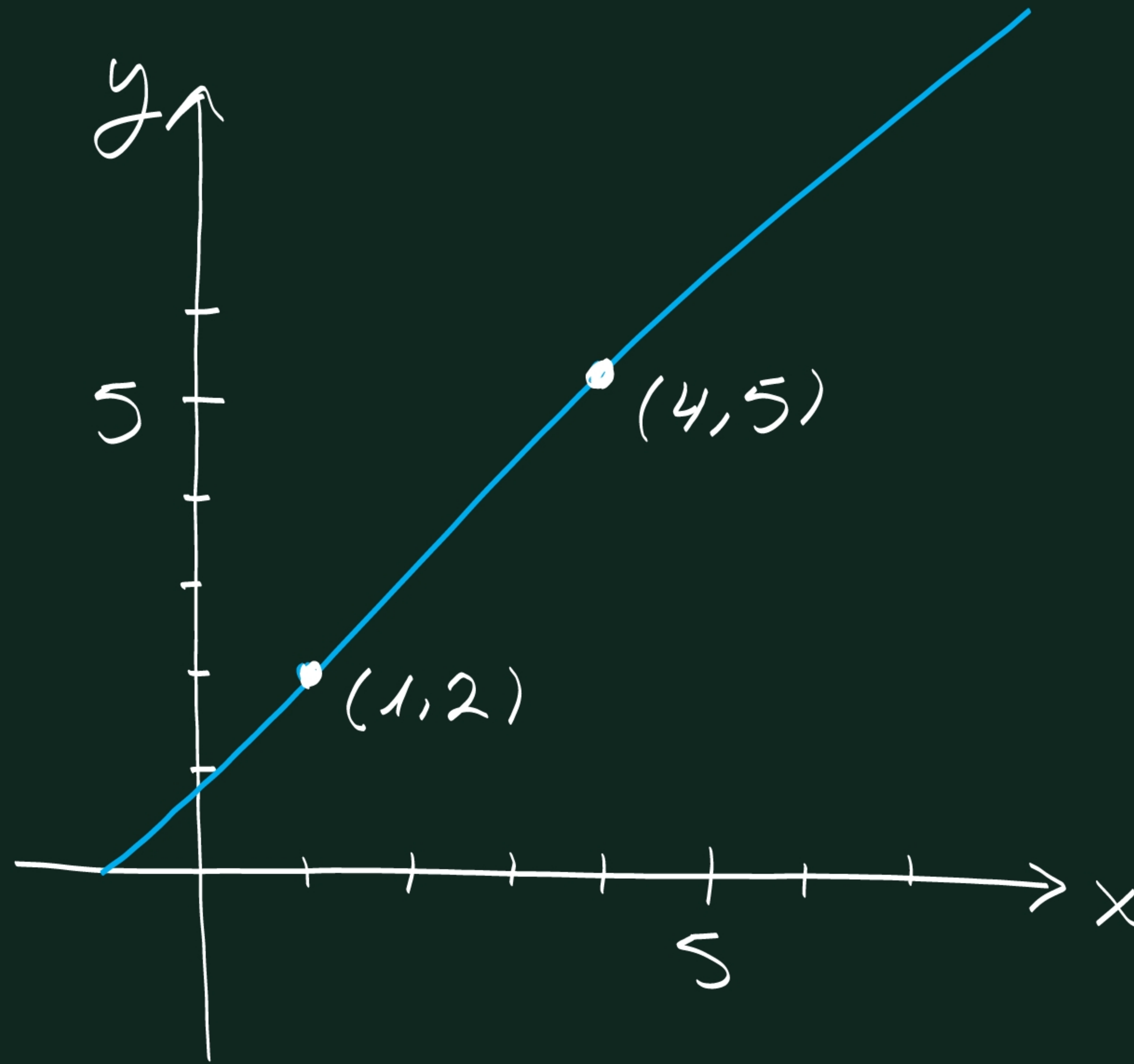
$$b) \quad x - y = 4 \rightarrow -y = 4 - x$$
$$y = x - 4$$

x	y
5	1
2	-2
6	2



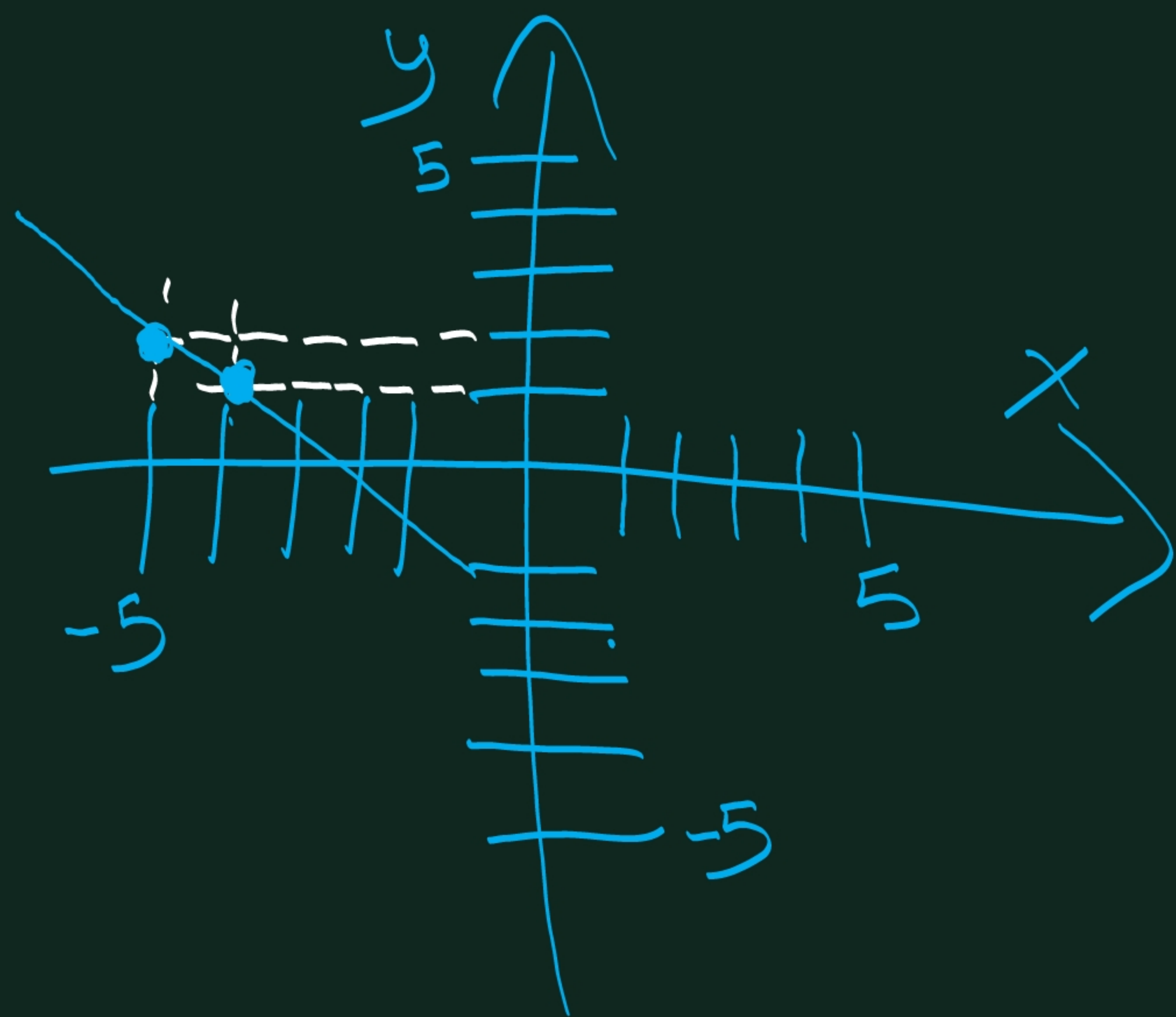
$$c) -x + y = 1 \rightarrow y = 1 + x$$

x	y
1	2
4	5



$$d) -x - y = 3 \rightarrow -y = 3 + x$$

$$y = -3 - x$$



x	y
-4	1
-5	2

15

$$a) \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \begin{matrix} (x,y) \\ (3,2) \end{matrix}$$

$$b) \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases} (-1,1)$$

$$c) \begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases} (-2,-2)$$

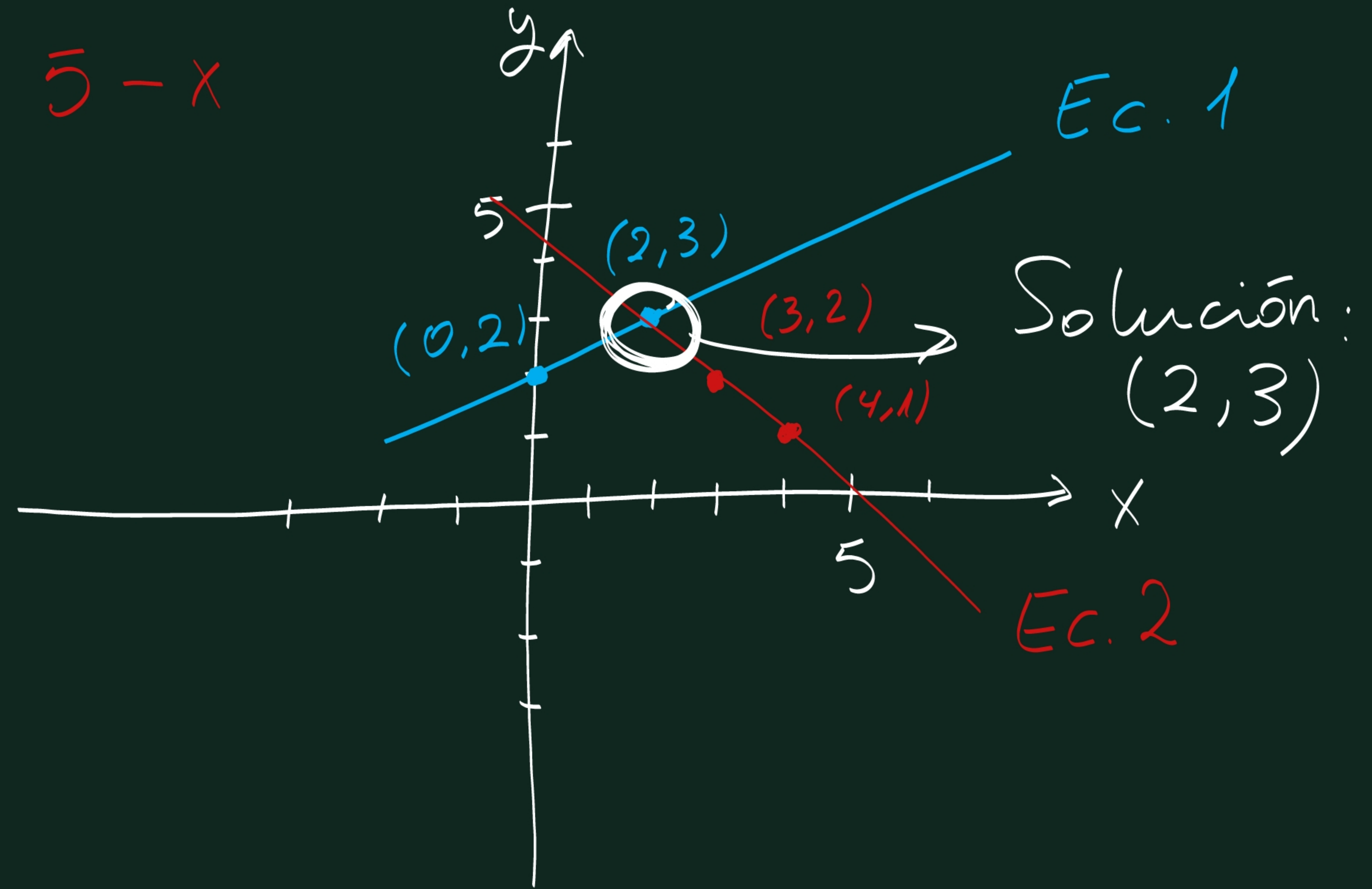
d) No tiene solución.

16 a)  $2x - 4y = -8 \rightarrow -4y = -8 - 2x \rightarrow y = \frac{-8 - 2x}{-4} = \frac{8 + 2x}{4} = 2 + \frac{1x}{2}$

$x + y = 5 \rightarrow y = 5 - x$

x	y
2	3
0	2

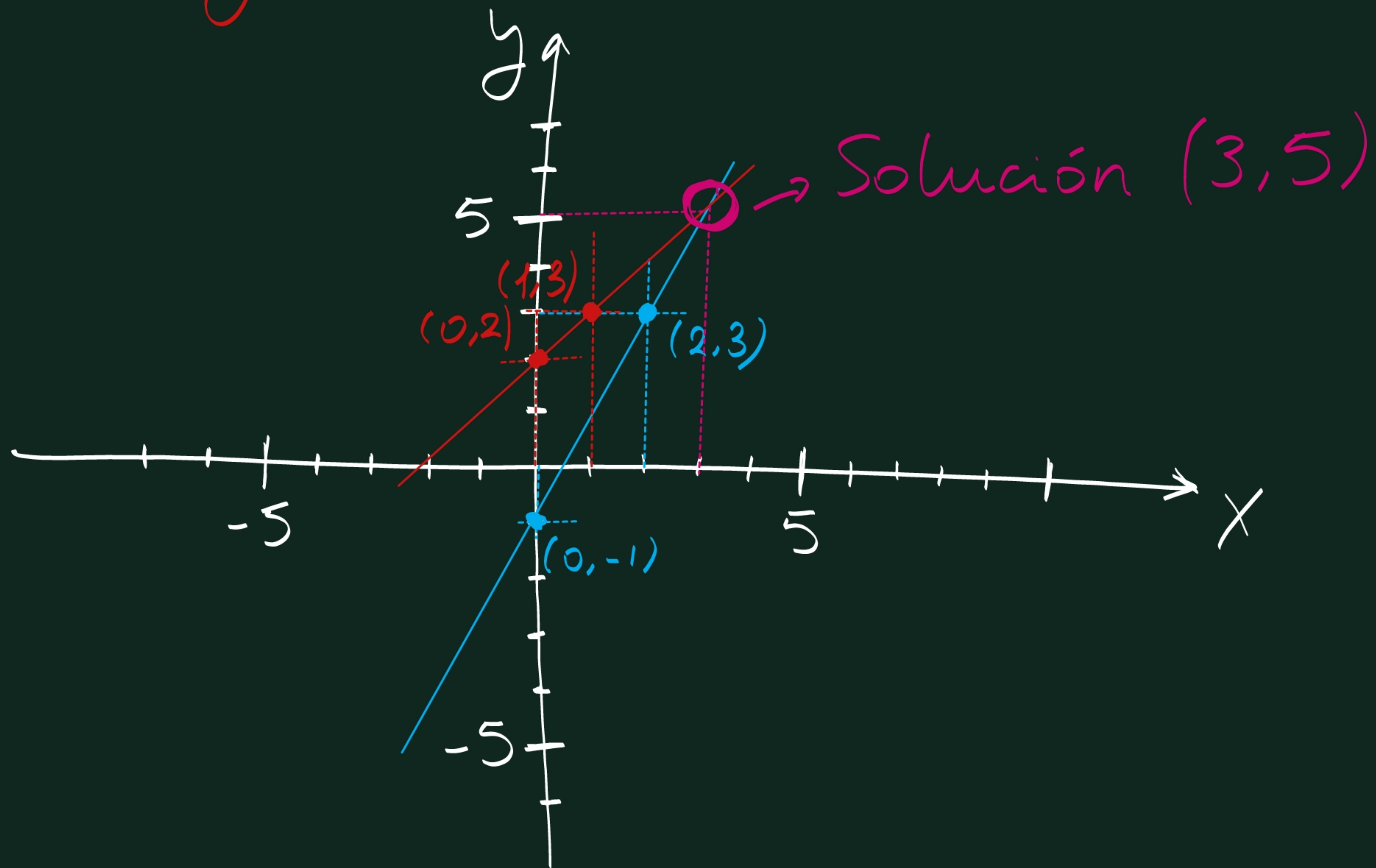
x	y
3	2
4	1



$$\begin{array}{l}
 b) \quad -2x + y = -1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \rightarrow y = 2x - 1 \\ \rightarrow -y = -x - 2 \rightarrow y = x + 2 \end{array} \right. \\
 \quad \quad x - y = -2 \quad \left. \right.
 \end{array}$$

x	y
2	3
0	-1

x	y
0	2
1	3

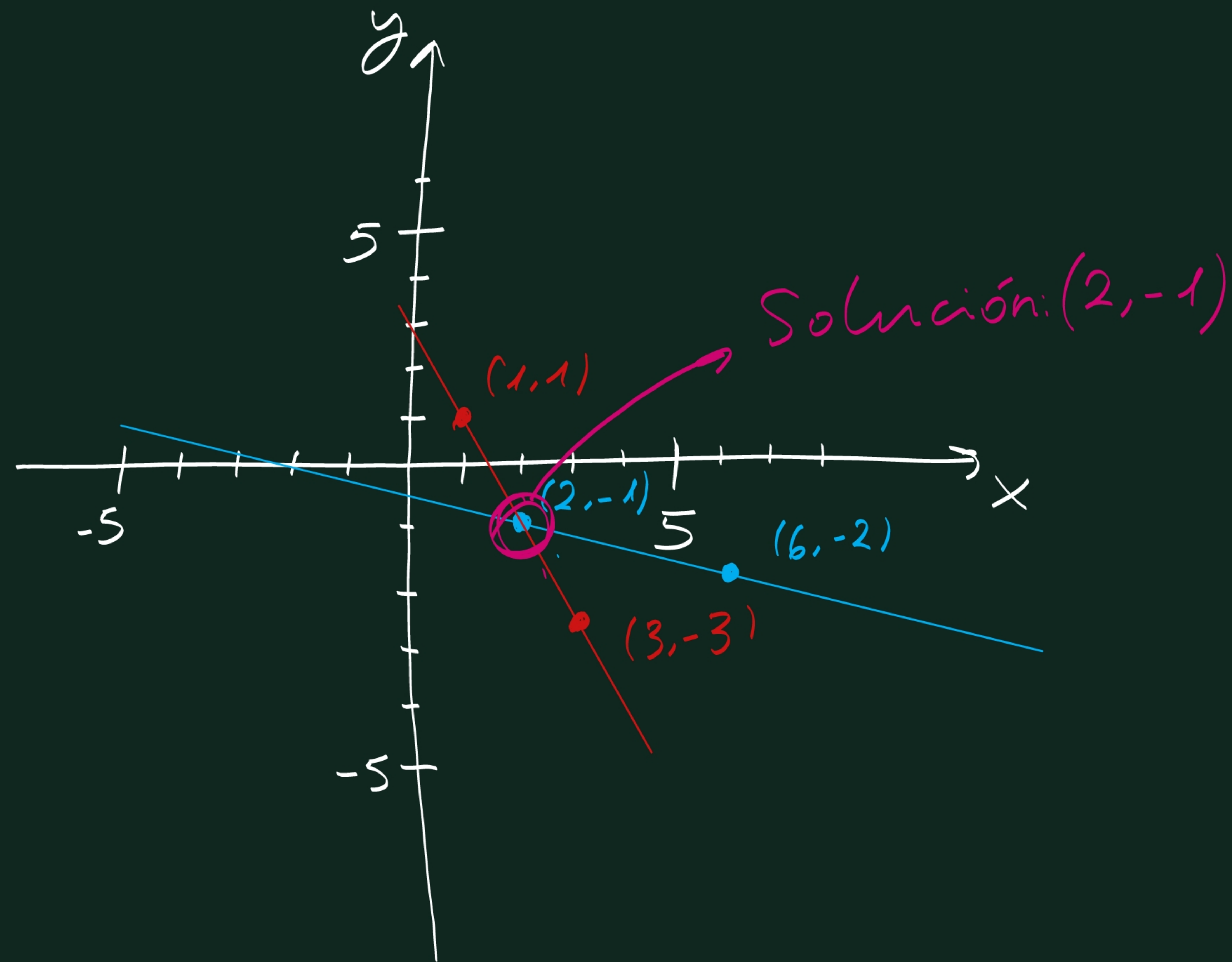


$$c) \begin{cases} x + 4y = -2 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \rightarrow 4y = -2 - x \rightarrow y = \frac{-2 - x}{4}$$

$$\rightarrow y = 3 - 2x$$

x	y
2	$y = \frac{-2 - 2}{4} = -1$
6	-2

x	y
1	1
3	-3

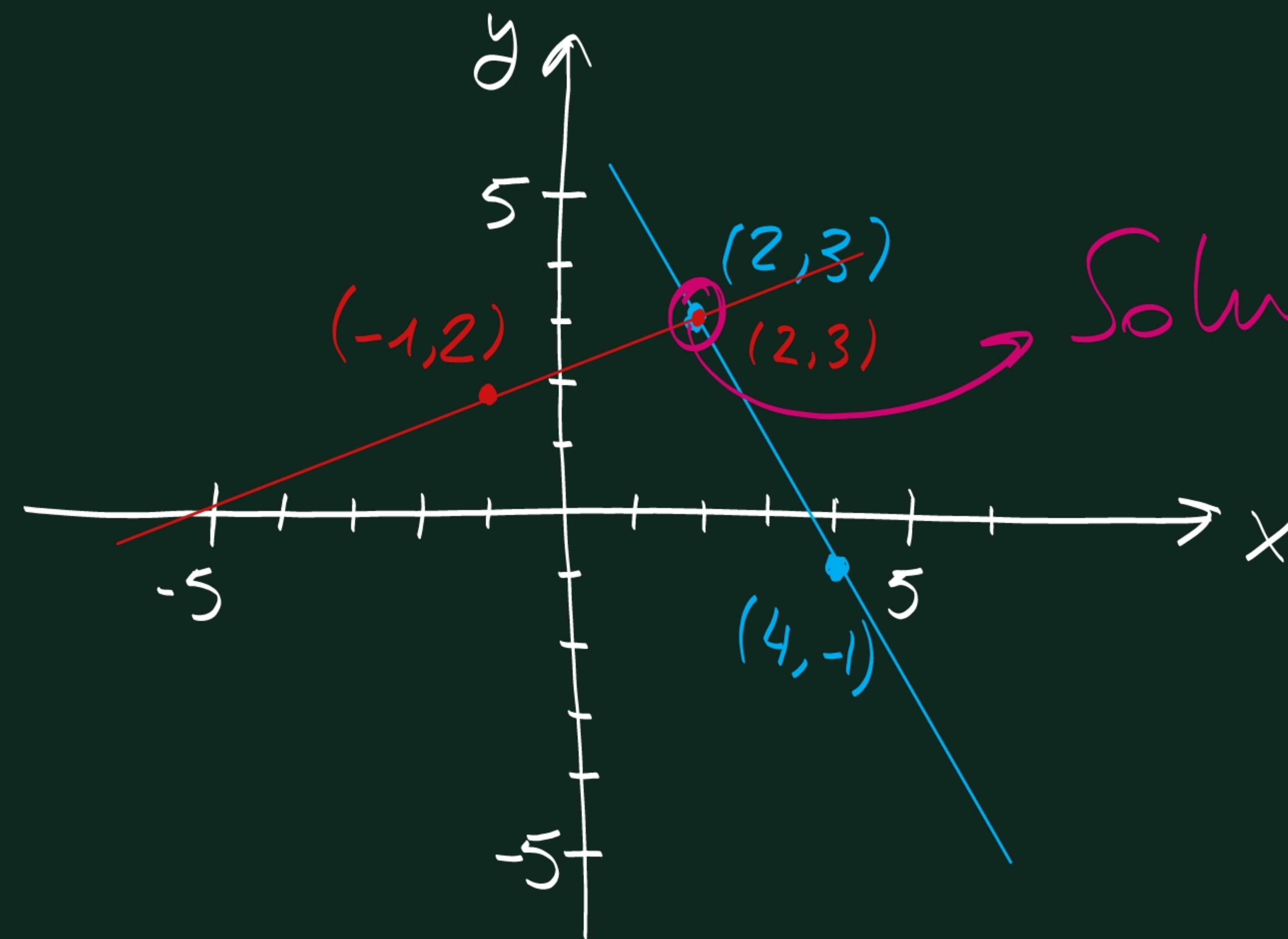


$$d) \begin{cases} 2x + y = 7 \\ -x + 3y = 7 \end{cases} \rightarrow y = 7 - 2x$$

$$\rightarrow 3y = 7 + x \rightarrow y = \frac{7 + x}{3}$$

x	y
2	3
4	-1

x	y
-1	2
2	3



Solución: (2, 3)

P. 106

## Método de Sustitución

1º - Despejamos una incógnita en una de las ecuaciones.

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3y = 13 \\ 3x + 5y = -9 \end{array} \right\} \rightarrow 2x = 13 + 3y \rightarrow x = \frac{13 + 3y}{2}$$

2º - Sustituimos la incógnita despejada en la otra ecuación y resolvemos.

$$3 \cdot \frac{13 + 3y}{2} + 5y = -9$$

$$x = \frac{13 + 3(-3)}{2} = \frac{13 - 9}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

3º - Calculamos la otra incógnita usando el resultado del paso anterior.

$$\cdot 2 \left( \frac{39 + 9y}{2} + 5y = -9 \right)$$

$$39 + 9y + 10y = -18$$

$$19y = -18 - 39$$

$$19y = -57 \rightarrow$$

$$y = \frac{-57}{19} = -3$$

P. 108

## Método de Reducción

1º - Multiplicamos las ecuaciones por un número, de forma que al sumar una con la otra se elimine una incógnita.

2º - Sustituimos la incógnita calculada en una de las ecuaciones y calculamos la otra incógnita.

$$\begin{cases} -2x + 3y = 9 \\ x - 2y = -5 \end{cases} \xrightarrow{\cdot 2}$$

$$\begin{cases} -2x + 3y = 9 \\ x - 2 \cdot (1) = -5 \end{cases}$$

$$x - 2 = -5$$

$$x = -5 + 2$$

$$\boxed{x = -3}$$

$$\begin{cases} -2x + 3y = 9 \\ 2x - 4y = -10 \end{cases}$$

---

$$0x - y = -1$$

$$-y = -1$$

$$\boxed{y = 1}$$





$$\textcircled{33} \text{ a) } \begin{cases} 7x + 3y = 15 \\ -2x + 5y = -16 \end{cases} \begin{cases} \xrightarrow{\cdot 2} 14x + 6y = 30 \\ \xrightarrow{\cdot 7} -14x + 35y = -112 \end{cases}$$

$$\hline 41y = -82$$

$$y = \frac{-82}{41} = -2$$

$$\downarrow$$
$$-2x + 5 \cdot (-2) = -16$$

$$-2x - 10 = -16$$

$$-2x = -16 + 10$$

$$(-2)x = -6$$

$$x = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$b) \quad -2x + 5y = -13 \xrightarrow{\cdot 3}$$

$$7x - 3y = 31 \xrightarrow{\cdot 5}$$

$$7 \cdot 4 - 3y = 31$$

$$28 - 3y = 31$$

$$-3y = 31 - 28$$

$$y = \frac{3}{-3}$$

$$y = -1$$

$$-6x + 15y = -39$$

$$35x - 15y = 155$$

---

$$29x + 0y = 116$$

$$29x = 116$$

$$x = \frac{116}{29}$$

$$x = 4$$

$$\begin{array}{l} c) \quad -2x + 10y = 8 \\ \quad \quad 3x - 7y = -4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} +6x - 14y = -8 \\ -6x + 30y = 24 \end{array}$$

$$x = \frac{8 - 10(1)}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1$$

$$\begin{array}{l} +16 = 16 \\ y = \frac{16}{16} = 1 \end{array}$$

$$d) \begin{cases} 4x - 3y = 10 \\ 5x - 7y = 19 \end{cases} \xrightarrow{\cdot 5} 20x - 15y = 50$$

$$\xrightarrow{\cdot (-4)} -20x + 28y = -76$$

---

$$0x + 13y = -26$$



$$5x - 7(-2) = 19$$

$$5x + 14 = 19$$

$$5x = 19 - 14$$

$$5x = 5$$

$$x = 1$$

$$y = \frac{-26}{13} = -2$$

$$\textcircled{21} \text{ a) } \begin{cases} \underline{x+7y=10} \\ 2x+3y=9 \end{cases} \rightarrow x=10-7y$$

$$2x+3y=9$$

↓

$$2 \cdot (10-7y) + 3y = 9$$

$$20 - 14y + 3y = 9$$

$$-11y = 9 - 20$$

$$-11y = -11$$

$$y = \frac{-11}{-11} = 1$$

$$x = 10 - 7 \cdot (1) = 10 - 7 = 3$$

Solución:

$$x = 3$$

$$y = 1$$

$$b) \begin{cases} 5x + 4y = 2 \\ 3x + y = 4 \end{cases} \rightarrow 5x + 4(4 - 3x) = 2$$

$$3x + \underline{y} = 4 \rightarrow y = 4 - 3x$$

$$\downarrow \\ y = 4 - 3 \cdot (2)$$

$$y = 4 - 6 = -2$$

$$5x + 16 - 12x = 2$$

$$-7x = 2 - 16$$

$$-7x = -14$$

$$x = \frac{-14}{-7} = 2$$

Solución:

$$x = 2$$

$$y = -2$$

$$c) \begin{cases} 2x + y = -7 \\ 3x - y = -13 \end{cases} \rightarrow y = -7 - 2x \rightarrow y = -7 - 2(-4) = -7 + 8 = 1$$

$$\downarrow$$
$$3x - (-7 - 2x) = -13$$

$$3x + 7 + 2x = -13$$

$$5x = -13 - 7$$

$$5x = -20$$

$$x = \frac{-20}{5} = -4$$

Solución:

$$x = -4$$

$$y = 1$$

$$d) \begin{cases} \underline{x} - 2y = 9 \\ 8x + 3y = -4 \end{cases} \rightarrow x = 9 + 2y \rightarrow x = 9 + 2(-4) = 9 - 8 = 1$$

$$8 \cdot (9 + 2y) + 3y = -4$$

$$72 + 16y + 3y = -4$$

$$19y = -4 - 72$$

$$19y = -76 \rightarrow y = \frac{-76}{19} = -4$$

Solución:

$$x = 1$$

$$y = -4$$

31 a) 
$$\begin{cases} x+y=12 \\ -x+y=2 \end{cases}$$

---


$$2y=14$$

$$y = \frac{14}{2} = 7$$

$$x+7=12$$

$$x=12-7$$

$$x=5$$

b) 
$$\begin{cases} 2x+3y=5 \\ x-3y=-2 \end{cases}$$

---


$$3x=3$$

$$x = \frac{3}{3} = 1$$

$$1-3y=-2$$

$$-3y=-2-1$$

$$-3y=-3$$

$$y = \frac{-3}{-3} = 1$$

c) 
$$\begin{cases} 7x-2y=7 \\ -x+2y=5 \end{cases}$$

---


$$6x=12$$

$$x = \frac{12}{6} = 2$$

$$-2+2y=5$$

$$2y=5+2$$

$$2y=7$$

$$y = \frac{7}{2}$$

d) 
$$\begin{cases} -3x+y=0 \\ 3x+2y=9 \end{cases}$$

---


$$3y=9$$

$$y = \frac{9}{3} = 3$$

$$3x+2 \cdot (3)=9$$

$$3x+6=9$$

$$3x=9-6$$

$$3x=3$$

$$x=1$$

# Método de Igualación

1º - Despejamos la misma incógnita en las dos ecuaciones.

$$\begin{array}{l} 2x - 3y = -4 \\ 3x + y = 5 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 2x = -4 + 3y \\ 3x = 5 - y \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{-4 + 3y}{2} \\ x = \frac{5 - y}{3} \end{array} \right. \rightarrow x = \frac{5 - 2}{3}$$

-----  
x = x

2º - Igualamos las dos expresiones despejadas. Resolvemos.

$$\frac{-4 + 3y}{2} = \frac{5 - y}{3}$$

$$x = \frac{3}{3}$$

$x = 1$

3º - Sustituyo en una de las expresiones despejadas para calcular la otra incógnita.

$$(-4 + 3y) \cdot 3 = (5 - y) \cdot 2$$

$$-12 + 9y = 10 - 2y$$

$$+9y + 2y = 10 + 12$$

$$11y = 22$$

$y = \frac{22}{11} = 2$

Página 111, Ejercicio 49 (Igualación)

Ejercicio 57 (2 con cada método)

$$\textcircled{49} \text{ a) } \begin{cases} -3x + 2y = -17 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \rightarrow -3x = -17 - 2y \rightarrow x = \frac{-17 - 2y}{-3} = \frac{17 + 2y}{3}$$

$$x + 2y = 3 \rightarrow x = 3 - 2y$$

$$\frac{-17 - 2y}{-3} = 3 - 2y$$

$$-17 - 2y = (3 - 2y) \cdot (-3)$$

$$-17 - 2y = -9 + 6y$$

$$-2y - 6y = -9 + 17$$

$$-8y = 8$$

$$y = \frac{8}{-8} = -1$$

(49)

$$\begin{array}{l} \text{b) } 3x + y = 14 \\ -2x + 4y = 0 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 3x = 14 - y \\ -2x = 0 - 4y \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} x = \frac{14 - y}{3} \\ x = \frac{0 - 4y}{-2} \end{array} \right] \rightarrow \begin{array}{l} \cancel{x} = \frac{14 - 2}{3} \\ x = \frac{12}{3} = 4 \end{array}$$

$$\frac{14 - y}{3} = \frac{0 - 4y}{-2}$$

$$3 \cdot (-4y) = -2 \cdot (14 - y)$$

$$-12y = -28 + 2y$$

$$-12y - 2y = -28$$

$$-14y = -28$$

$$y = \frac{-28}{-14} = 2$$

$$\begin{array}{l} x = 4 \\ y = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{c) } \left. \begin{array}{l} -x + 3y = 10 \\ x - 4y = -13 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{x = 3y - 10} \\ -x = -3y + 10 \\ x = +4y - 13 \end{array} \left. \begin{array}{l} x = \frac{-3y + 10}{-1} \\ x = \frac{+4y - 13}{1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow \frac{-3 \cdot 3 + 10}{-1} = \frac{-9 + 10}{-1} = \\ \frac{+1}{-1} = -1 \end{array}
 \end{array}$$

$$\frac{-3y + 10}{-1} = \frac{+4y - 13}{1}$$

$$(-3y + 10) \cdot 1 = (4y - 13) \cdot (-1)$$

$$-3y + 10 = -4y + 13$$

$$-3y + 4y = -10 + 13$$

$$1y = +3$$

$$y = 3$$

$$3y - 10 = 4y - 13$$

$$d) \begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ -2x + y = 10 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 3x = -1 - 2y \\ -2x = 10 - y \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x = \frac{-1 - 2y}{3} \\ x = \frac{10 - y}{-2} \end{array} \right\}$$

$$\frac{-1 - 2y}{3} = \frac{10 - y}{-2}$$

$$(-1 - 2y) \cdot (-2) = (10 - y) \cdot 3$$

$$2 + 4y = 30 - 3y$$

$$4y + 3y = 30 - 2$$

$$7y = 28$$

$$y = \frac{28}{7} = 4$$

$$x = \frac{-1 - 2 \cdot 4}{3}$$

$$x = \frac{-1 - 8}{3}$$

$$x = \frac{-9}{3} = -3$$

$y = 4$ $x = -3$
------------------

57

$$\begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ 5x + y = 7 \end{cases}$$

$$x = \frac{3y - 4}{2} \rightarrow x = \frac{6 - 4}{2} = 1$$

$$x = \frac{7 - y}{5} \rightarrow x = \frac{7 - 2}{5} = 1$$

$$\frac{3y - 4}{2} = \frac{7 - y}{5}$$

$$15y - 20 = 14 - 2y$$

$$17y = 34$$

$$y = \frac{34}{17} = 2$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b) \ 3x + 2y = 4 \\ \quad 7x - 2y = -24 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 3 \cdot (-2) + 2y = 4 \\ -6 + 2y = 4 \end{cases}$$

---

$$10x = -20$$

$$x = \frac{-20}{10}$$

$$\boxed{x = -2}$$

$$2y = 10$$

$$\boxed{y = \frac{10}{2} = 5}$$

$$\begin{array}{l} \text{c) } x + 2y = 5 \\ -3x + 5y = 29 \end{array} \left. \begin{array}{l} \rightarrow x = 5 - 2y \\ \rightarrow x = 5 - 2 \cdot 4 = 5 - 8 \end{array} \right\} \boxed{x = -3}$$

$$\downarrow$$
$$-3 \cdot (5 - 2y) + 5y = 29$$

$$-15 + 6y + 5y = 29$$

$$11y = 44$$

$$\boxed{y = \frac{44}{11} = 4}$$

P. 112

(59)  $x$ : precio lapicero  
 $y$ : precio borrador

$$\begin{array}{l} 4x + 3y = 2,95 \\ 2x + 5y = 2,35 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 4x + 3y = 2,95 \\ \cdot(-2) \quad -4x - 10y = -4,7 \end{array} \right\}$$

---

$$-7y = -1,75$$

$$2x + 5 \cdot 0,25 = 2,35$$

$$2x + 1,25 = 2,35$$

$$2x = 1,1 \rightarrow x = \frac{1,1}{2} = 0,55$$

$$y = \frac{-1,75}{-7} = 0,25$$

61  $x$ : nº botellas 1L  
 $y$ : nº botellas 2L

$$\begin{array}{l} \text{nº botellas: } x + y = 148 \\ \text{nº de litros: } x + 2y = 200 \end{array} \left. \begin{array}{l} \rightarrow x = 148 - y \\ \rightarrow x = 200 - 2y \end{array} \right\} \rightarrow x = 148 - 52$$

$$\boxed{x = 96}$$

$$148 - y = 200 - 2y$$

$$\boxed{y = 52}$$

Sol: Hay 96 botellas de 1L  
y 52 botellas de 2L.