

2. **Extraordinaria 2024** Nunha determinada colonia de corvos mariños, cada ovo que se pon ten un 13% de probabilidades de ser infértil. Se se observa a posta de 7 ovos, calcule a probabilidade de que entre eles haxa polo menos 2 infértiles.

Éxito: ovo infértil

$$B_i(7; 0,13)$$

$$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= 1 - P(X < 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1) \\ &= 1 - 0,3773 - 0,3946 = 0,2281 \end{aligned}$$

A probabilidade de que haxa polo menos 2 infértiles é do 22,81%

3. **Extraordinaria 2024** A durabilidade dun determinado aparato electrónico segue unha distribución normal de media 20000 horas e desviación típica 2500 horas.

1. Se eliximos ao azar un destes aparatos, cal é a probabilidade de que dure menos de 17000 horas?

2. Cal é a durabilidade, en horas, excedida polo 98,5% destes aparatos?

$$\textcircled{1} N(20000, 2500)$$

$$P(X \leq 17000) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Tipificamos}}}{=} P\left(\frac{X - 20000}{2500} \leq \frac{17000 - 20000}{2500}\right) = P(Z \leq -1,2) =$$

$$= P(Z \geq 1,2) = 1 - P(Z < 1,2) = 1 - 0,8869 = 0,1131$$

A probabilidade de que o aparato dure menos de 17000 horas é do 11,31%.

$$\textcircled{2} P(X \geq h) = 0,985 \Rightarrow 1 - P(X < h) = 0,985 \Rightarrow$$

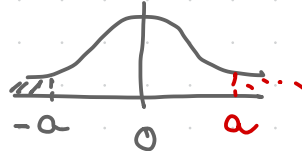
$$\Rightarrow 1 - 0,985 = P(X < h) \Rightarrow P(X < h) = 0,015$$

$\uparrow \leftarrow$ Tipificamos

$$P\left(\frac{X - 20000}{2500} < \frac{h - 20000}{2500}\right)$$

$$P\left(Z < \frac{h - 20000}{2500}\right) = 0,015$$

$-a$



$\frac{h - 20000}{2500} < 0$ porque a súa probabilidade é inferior a 0,5

$$P(Z < -a) = P(Z > a) = 1 - P(Z < a) = 0,015 \Rightarrow P(Z < a) = 0,985$$

Táboa da normal $a = 2,17$

$$\frac{h - 20000}{2500} = -2,17 \Rightarrow h = 14575$$

O 98,5% destes aparatos exceden as 14575 horas

4. **Ordinaria 2024** Unha máquina que distribúe auga en botellas bota unha cantidade de auga que segue unha distribución normal con media igual a 500 mililitros e desviación típica igual a 4 mililitros.

a) Se eliximos ao azar unha das botellas, cal é a probabilidade de que leve entre 499 e 502 mililitros?

b) Cal é a cantidade de auga, en mililitros, excedida polo 97,5 % destas botellas?

$N(500, 4)$

$$a) P(499 \leq X \leq 502) = P\left(\frac{499 - 500}{4} < \frac{X - 500}{4} < \frac{502 - 500}{4}\right) =$$

↑
Tipificamos

$$= P(-0,25 < Z < 0,5) = P(X < 0,5) - P(X < -0,25) =$$

$$= P(X < 0,5) - (1 - P(X < 0,25)) = 0,6915 - 1 + 0,5987 = 0,2902$$

A probabilidade de que unha botella leve entre 499 e 502 ml é do 29,02%

$$b) P(X > a) = 0,975$$

$$P(X > a) = 1 - P(X < a) = 0,975 \Rightarrow P(X < a) = 0,025$$

Tipific. $\longrightarrow$ "

$$P\left(\frac{X-500}{4} < \frac{a-500}{4}\right)$$

$$\left(\frac{a-500}{4}\right) < 0 \text{ porque a sua probabilidade é menor que } 0,5$$

$-z_a$

$$P(Z < -z_a) = P(Z > z_a) = 1 - P(Z < z_a) = 0,025 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(Z < z_a) = 0,975 \Rightarrow z_a = 1,96$$

$\uparrow$
Tábua
 $N(0,1)$

$$\frac{a-500}{4} = -1,96 \Rightarrow a = 492,16$$

0 97,5% das botellas exceden as 492,16 ul.

5. **Extraordinaria 2023** Para un determinado grupo de pacientes, a tensión arterial sistólica (medida en mmHg) segue una distribución normal de media 123.6 e desviación típica 17.8. Calcule a probabilidade de que un paciente elixido ao azar teña unha tensión comprendida entre 100 e 120 mmHg. Logo, obteña o valor da tensión que é superado polo 67 % dos pacientes.

$$N(123,6 ; 17,8)$$

$$P(100 \leq X \leq 120) = P\left(\frac{100-123,6}{17,8} \leq \frac{X-123,6}{17,8} \leq \frac{120-123,6}{17,8}\right)$$

$\uparrow$
Tipificamos

$$= P(-1,33 \leq Z \leq -0,20) = P(Z \leq -0,20) - P(Z \leq -1,33) =$$

$$= 1 - P(Z < 0,2) - (1 - P(Z < 1,33)) = P(Z < 1,33) - P(Z < 0,2) =$$

$$= 0,4082 - 0,5793 = 0,3289$$

A probabilidade de que um paciente tenha uma tensão entre 100 e 120 é de 32,89%.

$$P(X > t) = 0,67$$

"

$$1 - P(X < t) = 0,67 \Rightarrow P(X < t) = 0,33$$

Tipific. $\rightarrow$ "

$$P\left(\frac{X - 123,6}{17,8} < \frac{t - 123,6}{17,8}\right)$$

$$\left(\frac{t - 123,6}{17,8}\right) < 0 \text{ porque a sua probabilidade é menor que } 0,5$$

$-a$

$$P(Z < -a) = 1 - P(Z < a) = 0,33 \Rightarrow P(Z < a) = 0,67$$

Táboa de normal $a = 0,44$

$$\frac{t - 123,6}{17,8} = -0,44 \Rightarrow t = 115,768$$

○ 67% dos pacientes tem uma tensão maior de 115,768 mmHg

6. Ordinaria 2023

- a) Nunha certa zona húmida, a probabilidade de que un cabezolo chegue a ra adulta é do 2%. Se se escollen ao azar 2500 deses cabezolos, cal é a probabilidade de que polo menos 55 deles cheguen a ras adultas?
- b) Para conceder bolsas de estudo, un organismo valora os méritos presentados e asigna a cada candidato unha puntuación que indica máis méritos canto maior é o seu valor. Este ano, a puntuación segue unha distribución normal de media 100 e desviación típica 20, e tómase a decisión de conceder a bolsa ao 5% mellor do conxunto de solicitantes. Que puntuación é preciso alcanzar para obter a bolsa?

a) Éxito: chegar a ra adulta

$$Bi(2500; 0,02)$$

Como $n = 2500 > 30$, $np = 50 > 5$, $nq = 2450 > 5$ entón podemos aproximar a Binomial a unha distribución normal $N(50, 7)$

$$P(Y \geq 55) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Corrección por} \\ \text{continuidade}}}{=} P(X \geq 54,5) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Tipificamos}}}{=} P\left(\frac{X-50}{7} \geq \frac{54,5-50}{7}\right) =$$

$$= P(Z \geq 0,64) = 1 - P(Z < 0,64) = 1 - 0,7389 = 0,2611$$

A probabilidade de que polo menos 55 cabezolos cheguen a ra adulta é do 26,11%.

b) $N(100, 20)$

$$P(X > p) = 0,05 \Rightarrow 1 - P(X < p) = 0,05 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(X < p) = 1 - 0,05 = 0,95$$

Tipificamos

$$P\left(\frac{X-100}{20} < \frac{p-100}{20}\right) = 0,95 \Rightarrow \frac{p-100}{20} = 1,645 \Rightarrow$$

↑
Táboa

$$\Rightarrow p = 132,9$$

Para obter a bolsa é preciso obter 132,9 puntos

7. Extraordinaria 2022

a) Faise un exame tipo test con 60 preguntas e 4 opcións por pregunta, das que só unha é correcta. Calcule a probabilidade de acertar polo menos 16 preguntas se se responden as 60 ao azar.

b) Se X segue unha distribución normal de media 25 e desviación típica 2, calcule $P(X < 24)$. Logo, calcule o valor de $\alpha > 0$ tal que $P(25 - \alpha < X < 25 + \alpha) = 0,2128$.

a) Éxito: acertar pregunta

$$Bi(60; 0,25)$$

Como $n = 60 > 30$, $np = 15 > 5$ $nq = 45 > 5$, entón podemos aproximar a distribución binomial a unha normal $N(15; 3,35)$

$$P(Y \geq 16) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Corrección} \\ \text{por continuidade}}}{=} P(X \geq 15,5) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Tipificamos}}}{=} P\left(\frac{X-15}{3,35} \geq \frac{15,5-15}{3,35}\right) =$$

$$= P(Z \geq 0,15) = 1 - P(Z \leq 0,15) = 1 - 0,5596 = 0,4404$$

A probabilidade de acertar polo menos 16 preguntas é do 44,04%

$$b) N(25, 2)$$

$$P(X < 24) = P\left(\frac{X-25}{2} < \frac{24-25}{2}\right) = P(Z < -0,5) =$$

↑
Tipificamos

$$= 1 - P(Z < 0,5) = 1 - 0,6915 = 0,3085$$

$$P(25 - \alpha < X < 25 + \alpha) = 0,2128$$

" ← Tipificamos

$$P\left(\frac{25 - \alpha - 25}{2} < Z < \frac{25 + \alpha - 25}{2}\right) = P\left(-\frac{\alpha}{2} < Z < \frac{\alpha}{2}\right) =$$

$$= P\left(Z < \frac{\alpha}{2}\right) - P\left(Z < -\frac{\alpha}{2}\right) = P\left(Z < \frac{\alpha}{2}\right) - \left(1 - P\left(Z < \frac{\alpha}{2}\right)\right) =$$

$$= 2P\left(Z < \frac{\alpha}{2}\right) - 1 = 0,2128 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P\left(Z < \frac{\alpha}{2}\right) = 0,6064 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,27 \Rightarrow \alpha = 0,54$$

↑
Tabela

8. Ordinaria 2022

a) Calcule o valor de $P(-2 \leq X \leq 7)$ se X segue unha distribución normal de media 1 e desviación típica 3.

b) Calcule o valor de α que fai que $P(\mu - \alpha \leq X \leq \mu + \alpha) = 0,8064$ se X segue unha distribución normal de media μ e desviación típica 4.

a) $N(1, 3)$

Tipificamos

$$\begin{aligned} P(-2 \leq X \leq 7) &\stackrel{\downarrow}{=} P\left(\frac{-2-1}{3} \leq Z \leq \frac{7-1}{3}\right) = \\ &= P(-1 \leq Z \leq 2) = P(Z \leq 2) - P(Z \leq -1) = \\ &= P(Z \leq 2) - (1 - P(Z \leq 1)) = 0,9772 - 1 + 0,8413 = \\ &= 0,8185 \end{aligned}$$

b) $N(\mu, 4)$

Tipificamos

$$\begin{aligned} P(\mu - \alpha \leq X \leq \mu + \alpha) &\stackrel{\downarrow}{=} P\left(\frac{\mu - \alpha - \mu}{4} \leq Z \leq \frac{\mu + \alpha - \mu}{4}\right) = \\ &= P\left(-\frac{\alpha}{4} \leq Z \leq \frac{\alpha}{4}\right) = P\left(Z \leq \frac{\alpha}{4}\right) - \left(1 - P\left(Z \leq \frac{\alpha}{4}\right)\right) = \end{aligned}$$

$$= 2P\left(Z \leq \frac{\alpha}{4}\right) - 1 = 0,8064 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P\left(Z \leq \frac{\alpha}{4}\right) = 0,9032 \Rightarrow \frac{\alpha}{4} = 1,30 \Rightarrow \alpha = 5,2$$

↑
Tabla

9. **Extraordinaria 2021** O grosor das pranchas de aceiro que se producen nunha certa fábrica segue unha distribución normal de media 8 mm e desviación típica 0.5 mm. Calcule a probabilidade de que unha prancha elixida ao azar teña un grosor comprendido entre 7.6 mm e 8.2 mm.

$$N(8; 0,5)$$

$$\begin{aligned} P(7,6 \leq X \leq 8,2) &= P\left(\frac{7,6-8}{0,5} \leq Z \leq \frac{8,2-8}{0,5}\right) = \\ &= P(-0,8 \leq Z \leq 0,4) = P(Z \leq 0,4) - (1 - P(Z \leq 0,8)) = \\ &= 0,6554 - 1 + 0,7881 = 0,4435 \end{aligned}$$

A probabilidade de ... é de 44,35%

10. **Ordinaria 2021** O portador dunha certa enfermidade ten un 10 % de probabilidades de contaxiala a quen non estivo exposto a ela. Se entra en contacto con 8 persoas que non estiveron expostas, calcule:

a) A probabilidade de que contaxie a un máximo de 2 persoas.

b) A probabilidade de que contaxie a 2 persoas polo menos.

Éxito = "contaxiar a enfermidade"

$$Bi(8; 0,1)$$

$$\begin{aligned} a) P(X \leq 2) &= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) \\ &= \binom{8}{0} 0,1^0 0,9^8 + \binom{8}{1} 0,1^1 0,9^7 + \binom{8}{2} 0,1^2 0,9^6 = \\ &= 0,4305 + 0,3826 + 0,1488 = 0,9619 \end{aligned}$$

A probabilidade de que contaxie a un máximo de 2 persoas é de 96,19%

$$b) P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1) \\ = 1 - 0,4305 - 0,3826 = 0,1869$$

A probabilidade de que contaxie polo menos a dous é do 18,69%

11. Extraordinaria 2020

a) Nunha determinada poboación de árbores, o 20 % teñen máis de 30 anos.

Se se elixen 40 árbores ao azar, calcule a probabilidade de que soamente 4 deles teñan máis de 30 anos. O número total de árbores é tan grande que se pode asumir elección con substitución.

b) Se X segue unha distribución normal de media 15 e $P(X \leq 18) = 0,6915$, cal é a desviación típica?

a) Éxito: ter máis de 30 anos

$Bi(40, 0,2)$

$$P(X=4) = \binom{40}{4} 0,2^4 0,8^{36} = 0,0475$$

A probabilidade de que só 4 teñan máis de 30 anos é do 4,75%

b) $N(15, \sigma)$

$$P(X < 18) = 0,6915$$

$\parallel \leftarrow$ Tipificamos

$$P\left(\frac{X-15}{\sigma} < \frac{18-15}{\sigma}\right) = 0,6915 \Rightarrow P\left(Z < \frac{3}{\sigma}\right) = 0,6915$$

$$\frac{3}{\sigma} = 0,5 \Rightarrow \sigma = 6$$

↑
Táboa

12. **Ordinaria 2020** Nunha cadea de montaxe, o tempo empregado para realizar un determinado traballo segue unha distribución normal de media 20 minutos e desviación típica 4 minutos. Calcule a probabilidade de que se faga ese traballo nun tempo comprendido entre 16 e 26 minutos.

$N(20, 4)$

Tipificamos

$$P(16 \leq X \leq 26) \stackrel{\downarrow}{=} P\left(\frac{16-20}{4} \leq Z \leq \frac{26-20}{4}\right) = P(-1 \leq Z \leq 1,5) =$$

$$= P(Z \leq 1,5) - P(Z \leq -1) = P(Z \leq 1,5) - (1 - P(Z \leq 1)) =$$

$$= 0,9332 - 1 + 0,8413 = 0,7745$$

A probabilidade de que faga o traballo entre 16 e 26 minutos é do 77,45%.