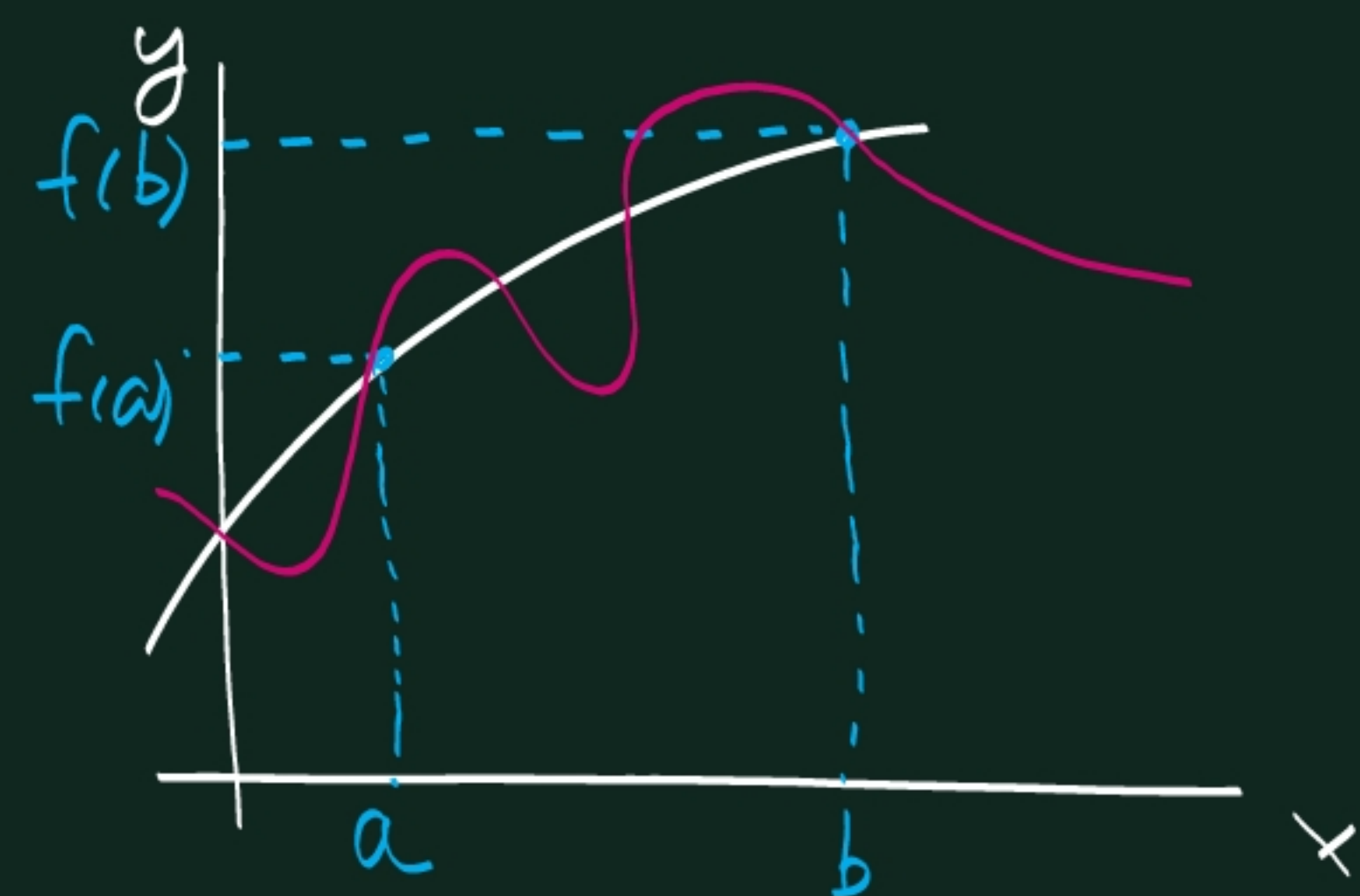


Unidade 6 - Derivadas

A taxa de variação média (TVM) duma função $f(x)$ num intervalo $[a, b]$ representa o crescimento de $f(x)$ em dito intervalo:

$$TVM_f[a/b] = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$



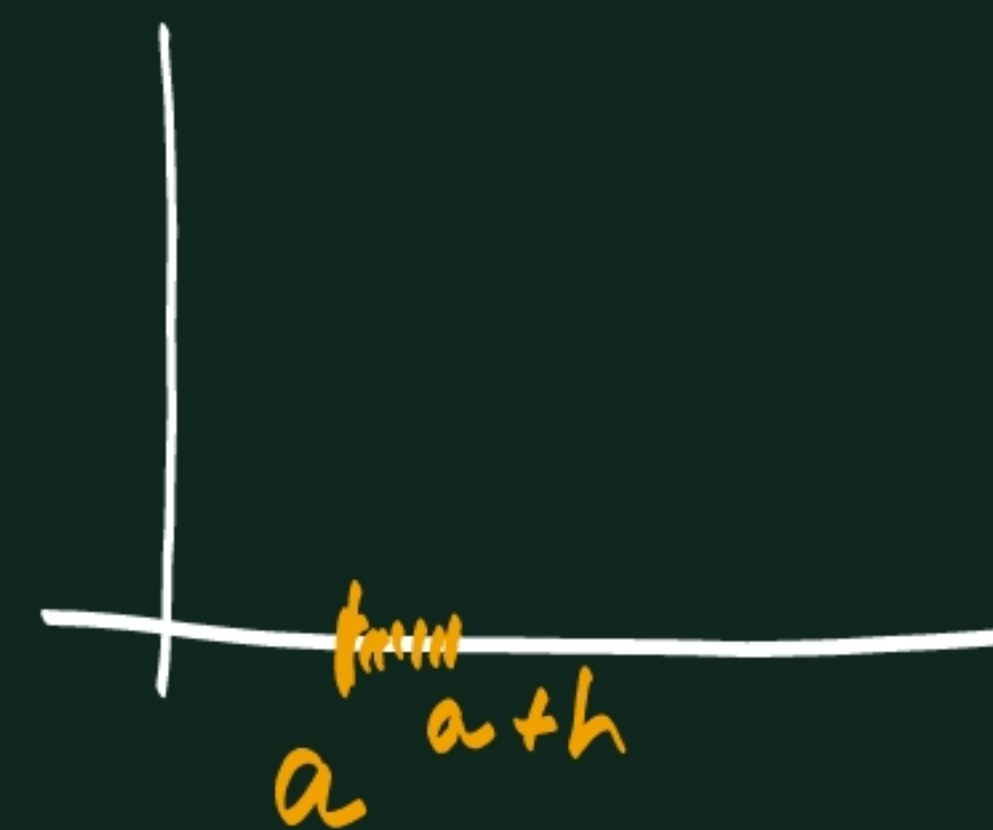
Cando a amplitude do intervalo tende a 0, o valor da TVM corresponde ao da taxa de variação instantânea.

A TVI representa o crescimento de $f(x)$ num ponto, o seu valor é:

$$TVI_f[a, b] = \lim_{b \rightarrow a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

ou

$$TVI_f[a, a+h] = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{a+h-a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$



① Calcular a TVM de $f(x)$ para os seguintes intervalos.

$$f(x) = \begin{cases} e^{1-x^2} & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{2x+1}{x+2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

a) $[-1, 0]$ c) $[-1, 1]$
b) $[0, 1]$ d) $[-2, 2]$

$$c) TVM_f[-1, 1] = \frac{1 - e^0}{1 - (-1)} = \frac{1 - 1}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$d) TVM_f[-2, 2] = \frac{\frac{5}{4} - e^{-3}}{2 - (-2)} = \frac{\frac{5}{4} - e^{-3}}{4} = \frac{5}{16} - \frac{e^{-3}}{4} = \frac{5 - 4e^{-3}}{16}$$

$$a) TVM_f[-1, 0] = \frac{f(0) - f(-1)}{0 - (-1)} = \frac{e^{1-0} - e^{1-1}}{0+1} = \frac{e-1}{1} = e-1$$

$$b) TVM_f[0, 1] = \frac{f(1) - f(0)}{1-0} = \frac{1-e}{1} = 1-e$$

A derivada da función $f(x)$ no punto $x=a$, coincide coa TVI nese punto. Gráficamente representa a pendente da recta tanxente no punto.

TVM $\rightarrow$ "m" da recta que une os dous puntos do intervalo.

TVI = $\boxed{f'(x)}$ $\rightarrow$ "m" da recta tanxente á función nun punto
 $\uparrow$
 Derivada

Función Derivada

A función derivada dunha función $f(x)$ é a función que nos proporciona o valor numérico da derivada en cada punto.

$$f(x) \longrightarrow f'(x)$$

$$\textcircled{1} f(x) = 3x^2 - 2$$

$$TVM_f[-1, 2] = \frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = \frac{10 - 1}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\textcircled{2} \quad f(x) = \frac{2}{x-1} \quad f(-1) = \frac{2}{-1-1} = -1, \quad f(-1+h) = \frac{2}{-1+h-1} = \frac{2}{h-2}$$

$$\begin{aligned} f'(-1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{2}{h-2} - (-1)}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{2}{h-2} + 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{2+h-2}{h-2}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{h}{h-2}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h-2} = \\ &= -1/2 \end{aligned}$$

$$f(x) = \frac{2}{x-1} \quad f(0) = \frac{2}{0-1} = -2 \quad f(0+h) = \frac{2}{h-1}$$

$$f'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{2}{h-1} - (-2)}{h} \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{2+2h-2}{h-1}}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{2h}{h-1}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h(h-1)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2}{h-1} = -\frac{2}{1} = -2$$

$$\textcircled{3} \quad f(x) = 2x^2 \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad \underbrace{h^2 - 8h + 16}$$

$$f'(-4) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-4+h) - f(-4)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(h-4)^2 - 2 \cdot (-4)^2}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h^2 - 16h + 32 - 32}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h^2 - 16h}{h} = \frac{0}{0} = \text{IND}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h} \cdot (2h - 16)}{\cancel{h}} = -16$$

- Derivada da função constante:

$$f(x) = K$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{K - K}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 0 = 0$$

- Derivada da função identidade

$$f(x) = x$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h - x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 1 = 1$$

$\nearrow \frac{0}{0} = \text{IND}$
 $\searrow$

Derivada de Operaciones con Funciones

- Constante por función

$$k \cdot f(x) \longrightarrow k \cdot f'(x) \quad 7 \cdot f(x) \longrightarrow 7 \cdot f'(x)$$

- Suma / Resta de funciones

$$f(x) \pm g(x) \longrightarrow f'(x) \pm g'(x)$$

- Función por función

$$f(x) \cdot g(x) \longrightarrow f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

- Función entre función

$$\frac{f(x)}{g(x)} \longrightarrow \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

- Derivada da composición de funciones: Regra da Cadea

$$f(g(x)) \longrightarrow g'(x) \cdot f'(g(x)) \quad \text{sen}(2x^2) \longrightarrow$$

$$f(x) = x^n \longrightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

$$f(x) = x^4 \longrightarrow f'(x) = 4 \cdot x^3$$

$$f(x) = 3x^7 \longrightarrow f'(x) = 3 \cdot 7 \cdot x^6 = 21x^6$$

$$f(x) = 3x^3 - 5x^2 + 2 \longrightarrow f'(x) = 9x^2 - 10x$$

$$f(x) = \frac{1}{x} \rightarrow f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} \rightarrow f'(x) = -1 \cdot x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

④

$$a) f(x) = x^3 \quad f'(x) = 3 \cdot x^{3-1} = 3x^2$$

$$b) f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} \quad f'(x) = -1 \cdot x^{-1-1} = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

$$c) f(x) = \sqrt{x} = x^{1/2} \quad f'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{x^{-1/2}}{2} = \frac{1}{2 \cdot x^{1/2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$d) f(x) = 6 \cdot x^5 \rightarrow y' = 6 \cdot 5 \cdot x^{5-1} = 30x^4$$

$$e) f(x) = 3x^2 - 4x^5 \rightarrow y' = 3 \cdot 2 \cdot x^{2-1} - 4 \cdot 5 \cdot x^{5-1} = 6x - 20x^4$$

$$f) f(x) = \frac{x-3}{x+2} \rightarrow f'(x) = \frac{1 \cdot (x+2) - (x-3) \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{x+2-x+3}{(x+2)^2} = \frac{5}{(x+2)^2}$$

Exemplos regra da cadeia: $f(g(x)) \rightarrow g'(x) \cdot f'(g(x))$

$$y(x) = (3x^5 + 2x^2)^3 \rightarrow y'(x) = (15x^4 + 4x) \cdot 3(3x^5 + 2x^2)^2$$

$$g(x) = 3x^5 + 2x^2$$

$$f(x) = x^3 \rightarrow f'(x) = 3 \cdot x^2$$

$$f \circ g = f(g(x)) = (3x^5 + 2x^2)^3$$

$$f(x) = e^x \longrightarrow f'(x) = e^x$$

$$f(x) = a^x \longrightarrow f'(x) = a^x \cdot \ln a$$

$$f(x) = 7^x \longrightarrow f'(x) = 7^x \cdot \ln 7$$

$$y(x) = 4^{3x^2} \longrightarrow y'(x) = 6x \cdot 4^{3x^2} \cdot \ln 4$$

$$g(x) = 3x^2$$

$$y'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x))$$

$$f(x) = 4^x \longrightarrow f'(x) = 4^x \cdot \ln 4$$

$$f(g(x)) = 4^{3x^2}$$

Cálculo da recta tangente

$$y - y_0 = \underline{m} \cdot (x - \underline{x_0}) \rightarrow \text{Ec. Punto-Pendiente.}$$

(x_0, y_0) m

$$y = 3x^3 - 2x^2$$

1.º Calcular o pto:

$$(x_0, y_0) = (2, 16)$$

Recta tanx. en $x=2$?

$$y_0 = 3 \cdot 2^3 - 2 \cdot 2^2 = 24 - 8 = 16$$

2.º - Calcular a derivada.

$$y' = 9x^2 - 4x \rightarrow y'(2) = 36 - 8 = 28 \rightarrow m = 28$$

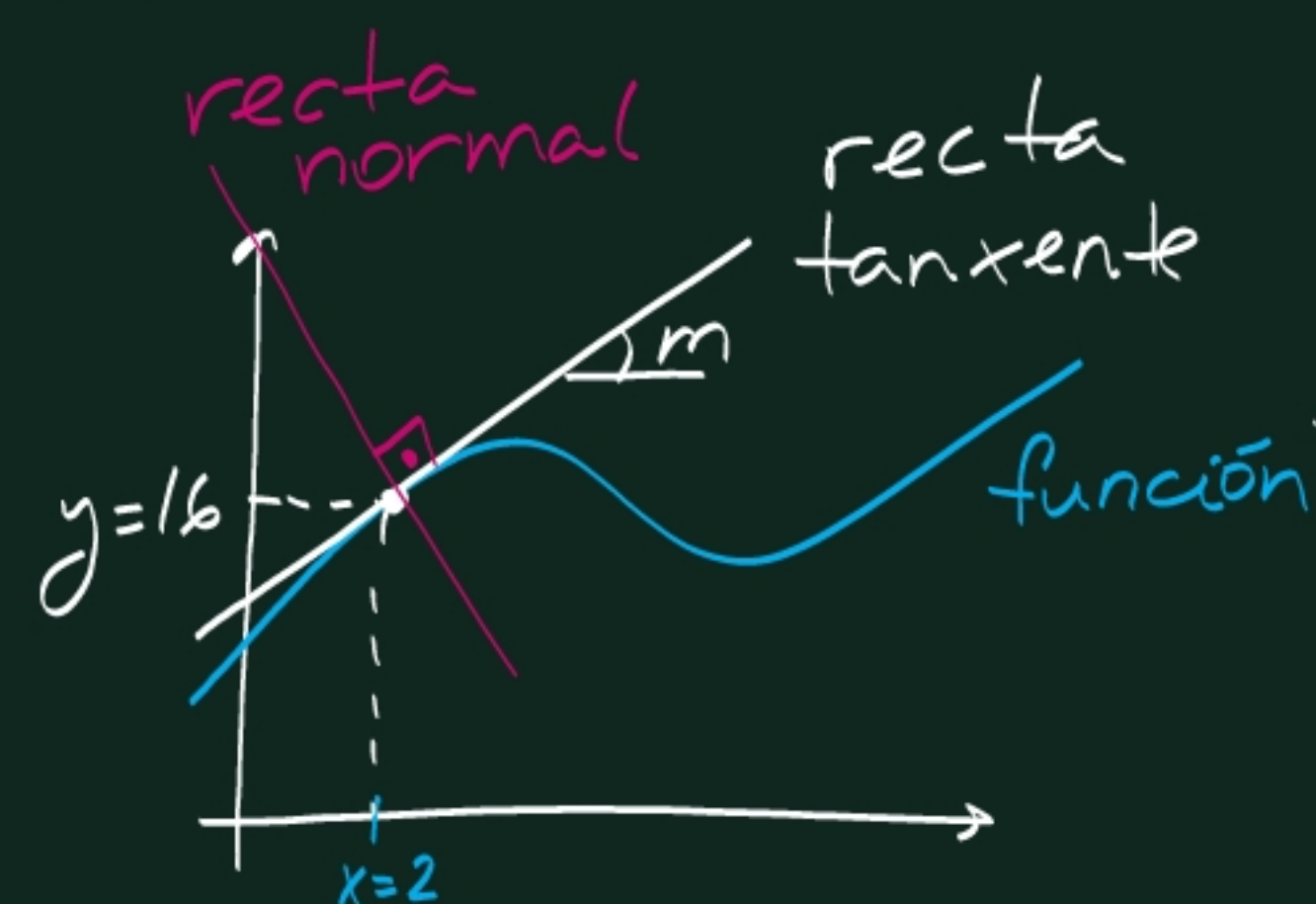
3.º - Substituir na ec. da recta.

$$y - 16 = 28 \cdot (x - 2)$$

$$y = 28x - 56 + 16$$

$y = 28x - 40$

 Recta tangente á función en $x=2$



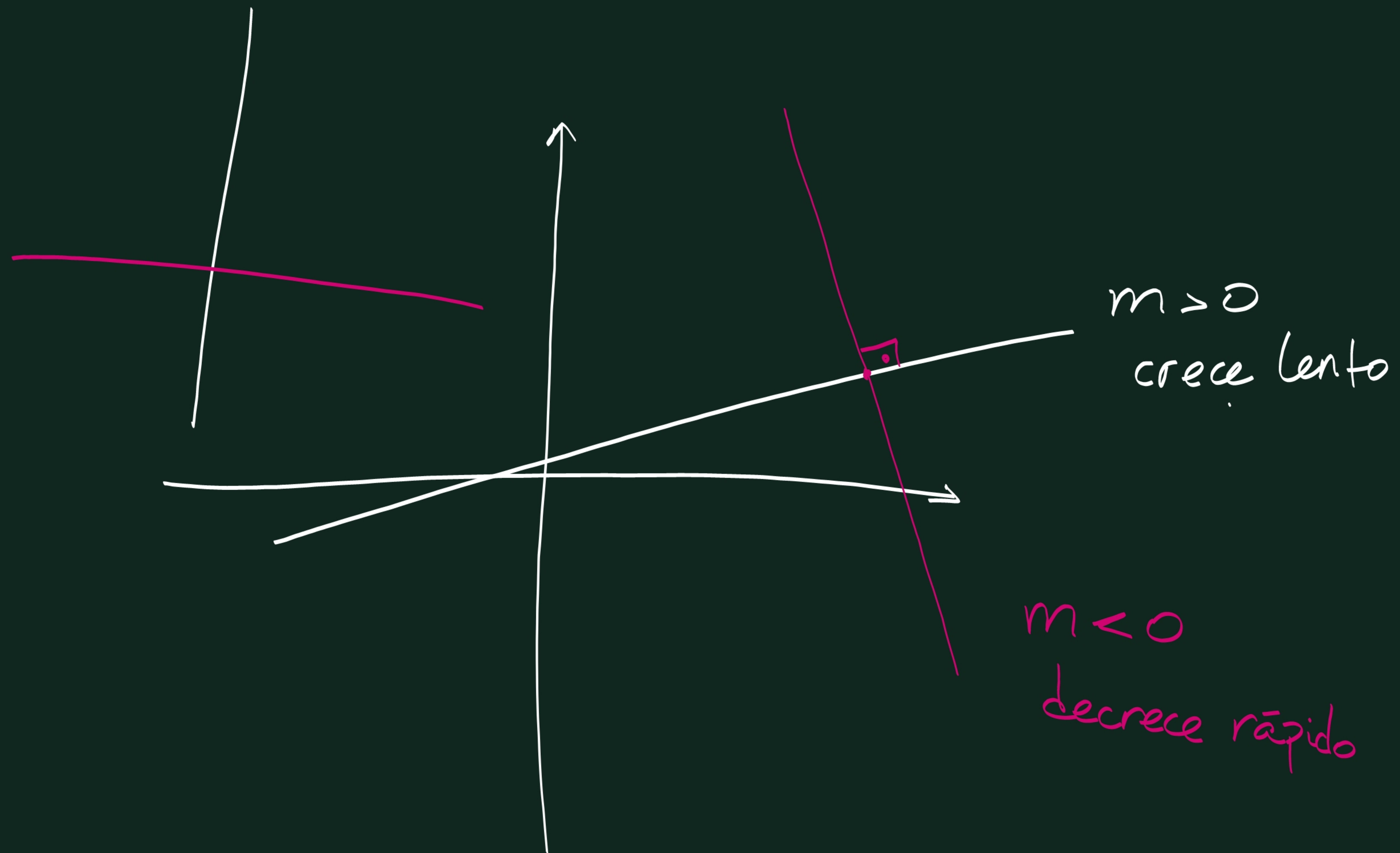
Cálculo da recta normal.

Calculamos o punto e a pendiente da tangente.

Para calcular a pendiente da recta normal (m' ou m_n ou $m_{\perp}$) usamos a seguinte relación:

$m' = \frac{-1}{m}$

$$\left. \begin{array}{l} m = 28 \rightarrow m' = \frac{-1}{28} \\ (2, 16) \end{array} \right\} \begin{array}{l} y - y_0 = m'(x - x_0) \\ y - 16 = \frac{-1}{28}(x - 2) \end{array}$$



$$\textcircled{5} \quad f(x) = 1 - 3x^2$$

Tanxente e normal en $x = -1$

$$y = 1 - 3 \cdot (-1)^2 \Rightarrow y_0 = -2$$

$$f'(x) = 0 - 6x$$

$$f'(-1) = 0 - 6(-1) \Rightarrow 6 = m$$

$$m' = -\frac{1}{m} \Rightarrow m' = -\frac{1}{6}$$

$$y - (-2) = -\frac{1}{6} \cdot (x - (-1))$$

$$y + 2 = -\frac{x}{6} - \frac{1}{6}$$

$$y = -\frac{x}{6} - \frac{1}{6} - 2 \Rightarrow y = \frac{-x - 1 - 12}{6} \Rightarrow y = -\frac{13 - x}{6}$$

$$y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$$

$$y - (-2) = 6 \cdot (x - (-1))$$

$$y + 2 = 6x + 6$$

$$y = 6x + 6 - 2$$

$$y = 6x + 4$$

$$y = \frac{-13 - x}{6}$$

⑥ a) $f(x) = 5 \rightarrow f'(x) = 0$

b) $f(x) = 3x^6 \rightarrow f'(x) = 18x^5.$

c) $f(x) = 7^x \rightarrow f'(x) = 7^x \cdot \ln 7$

$$f(x) = \ln x \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$y = \ln(3x^2) \rightarrow y' = 6x \cdot \frac{1}{3x^2} = \frac{6x}{3x^2} = \frac{2}{x}$$

$$y = f(g(x)) \rightarrow y' = g'(x) \cdot f'(g(x))$$

$$g(x) = 3x^2 \rightarrow g'(x) = 6x$$

$$y = \ln(5^x) \rightarrow y' = \frac{\cancel{5^x} \ln 5}{\cancel{5^x}} = \ln 5$$

$$f(x) = \log_a x \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

$$y = \log_5 (2x^4) \rightarrow y' = 8x^3 \cdot \frac{1}{2x^4 \cdot \ln 5}$$

$$y = f(g(x)) \rightarrow y' = g'(x) \cdot f'(g(x))$$

$$g(x) = 2x^4 \rightarrow g'(x) = 8x^3$$

$$f(x) = \text{sen}(x) \rightarrow f'(x) = \cos(x)$$

$$y = \text{sen}(2x^3) \rightarrow y' = \cos(2x^3) \cdot 6x^2$$

$$f(g(x)) = \text{sen}(2x^3)$$

$$g(x) = 2x^3$$

$$f(x) = \cos(x) \rightarrow f'(x) = -\text{sen}(x)$$

$$y = \cos(7x^2) \rightarrow y' = -\text{sen}(7x^2) \cdot 14x$$

$$f(x) = \operatorname{tg}(x) = \frac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}$$

$$f'(x) = \frac{\cos(x) \cdot \cos(x) + \operatorname{sen}(x) \cdot \operatorname{sen}(x)}{\cos^2(x)} = \frac{\cos^2(x) + \operatorname{sen}^2(x)}{\cos^2(x)} =$$

$$\textcircled{1} \quad = \frac{1}{\cos^2(x)} = \sec^2(x) \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{3} \quad = 1 + \operatorname{tg}^2(x)$$

$$\textcircled{6} \quad g) \quad f(x) = \frac{x + \text{sen}(x)}{\textcircled{3} \cos(x)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x + \text{sen } x}{\cos x}$$

$$y = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$y' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

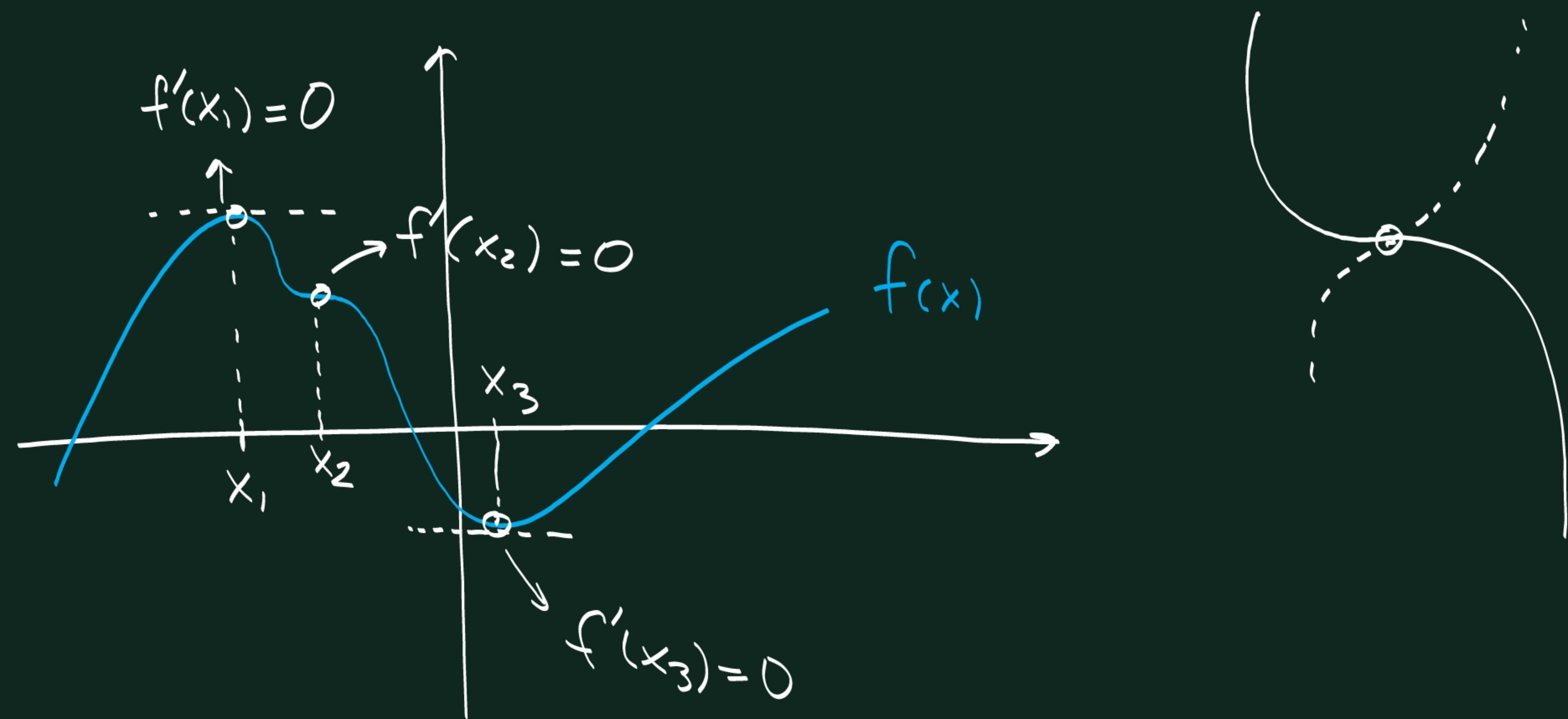
$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{(1 + \cos x) \cdot \cos x - (x + \text{sen } x) \cdot (-\text{sen})}{(\cos x)^2} =$$

$$* \text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{\cos(x) + (\cos x)^2 + \text{sen}(x) \cdot x + (\text{sen } x)^2}{(\cos x)^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1 + \cos(x) + \text{sen}(x) \cdot x}{(\cos x)^2}$$

Continuidade e Monotonia

Estudar a monotonia é buscar os seus máximos, mínimos e pontos de inflexão; así como os seus intervalos de crecemento e decrecemento.

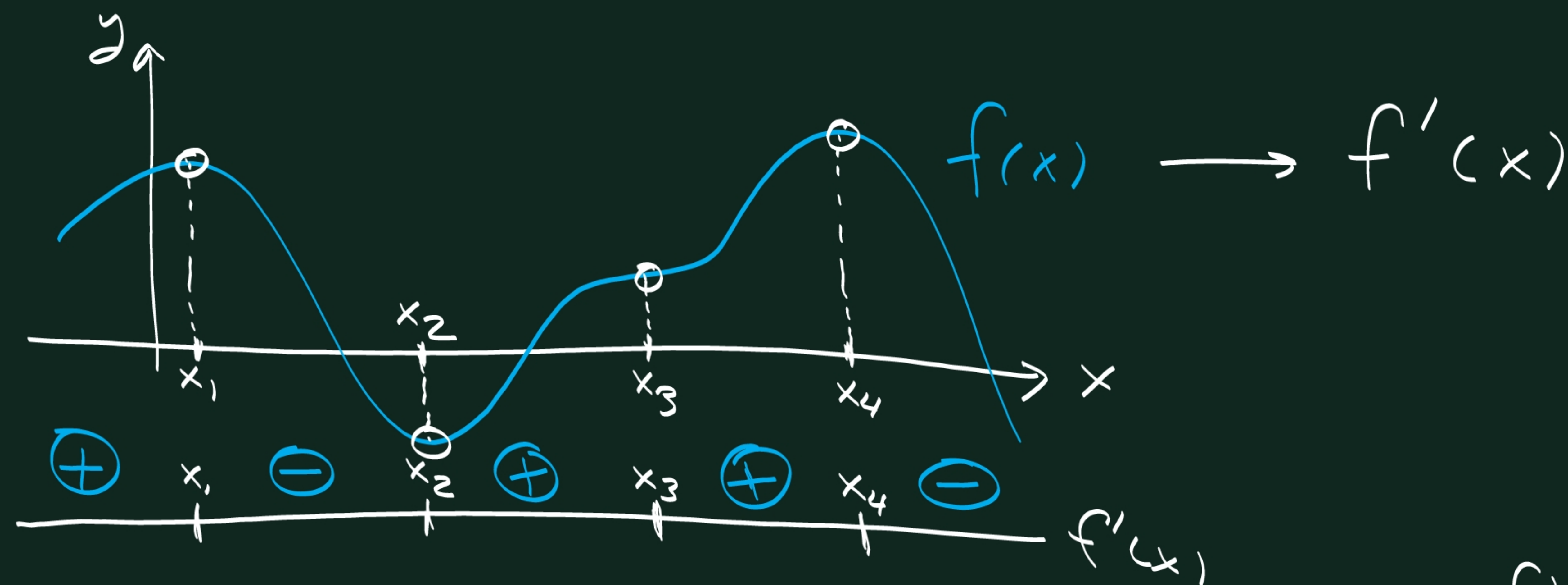


Un punto de inflexión é un punto onde a función cambia a súa curvatura/concavidade.

$$f'(x) = 0 \begin{cases} - \text{Máximo} \\ - \text{Mínimo} \\ - \text{pto. de Inflexión} \end{cases}$$

$$f'(x) > 0 \rightarrow f(x) \text{ e' creciente.}$$

$$f'(x) < 0 \rightarrow f(x) \text{ e' decreciente.}$$



$$f'(x) = 0, \text{ e resuelvo la ecuación resultante. } \begin{cases} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{cases}$$

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2 \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4x - 1$$

Corte eixo X: (1,0), (2,0), (-1,0) Corte eixo Y: (0,2)

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

$$y = +2$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2 & -1 & +2 \\ 1 & & 1 & -1 & -2 \\ \hline & 1 & a & -1 & b & -2 & c & 0 \end{array}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} < -1$$

- Estudo da monotonia:

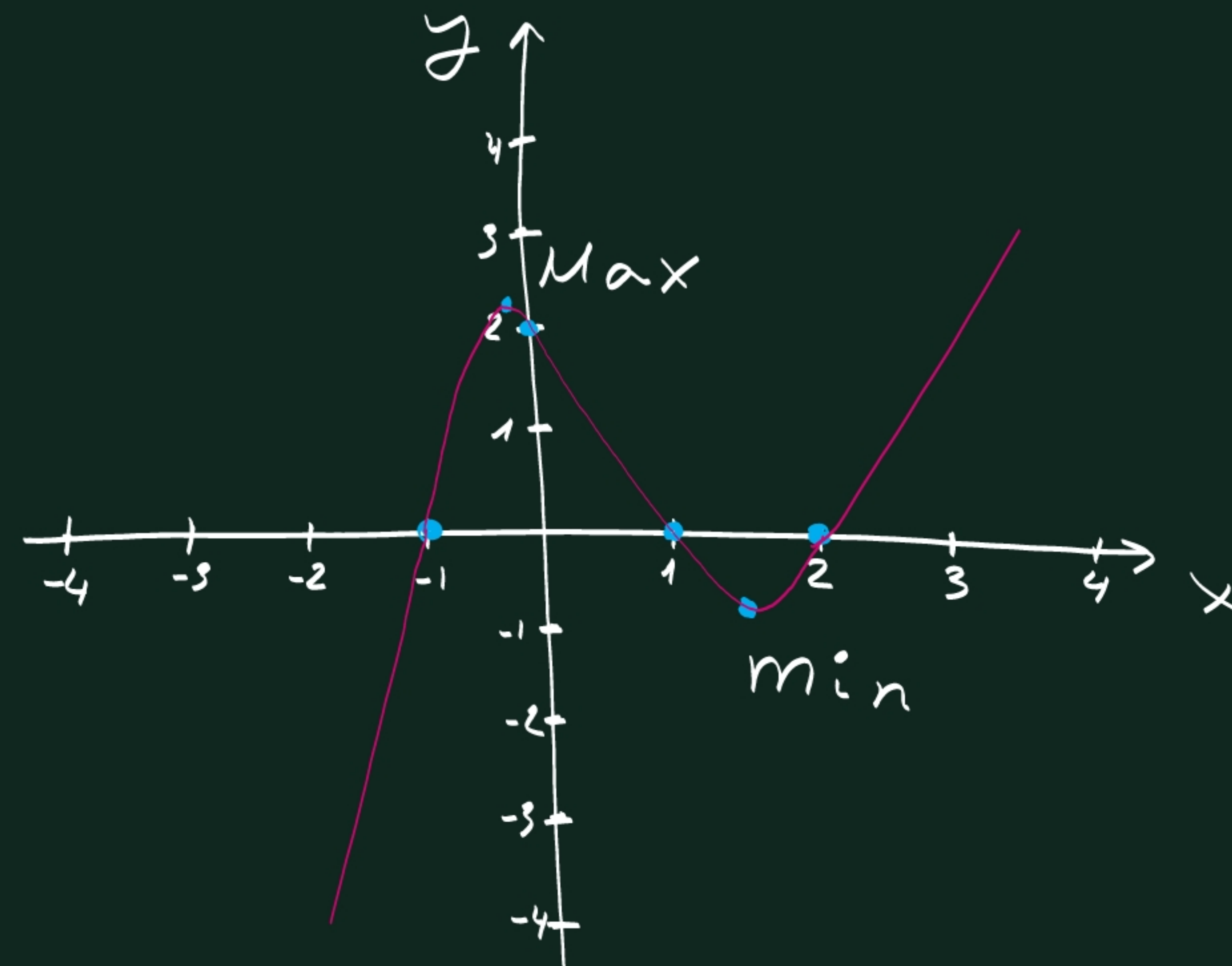
- Maximos e mínimos:

$$3x^2 - 4x - 1 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 1,54 \rightarrow y_1 = -0,63 \\ x_2 = -0,22 \rightarrow y_2 = 2,1 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{c} \oplus \quad \ominus \quad \oplus \\ \hline -0,22 \quad 1,54 \end{array}$$

Min
(1,54; -0,63)

Max
(-0,22; 2,1)



⑥ m) $f(x) = \sin(3x^2 + 1)$

$$f'(x) = 6x \cdot \cos(3x^2 + 1)$$

n) $f(x) = \ln(\sin \sqrt{3x^5}) = \ln(\sin(\sqrt{3} \cdot \sqrt{x^5}))$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{\sqrt{3} \cdot \frac{5}{2} \sqrt{x^3} \cdot \cos \sqrt{3x^5}}{\sin \sqrt{3x^5}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \frac{5}{2} \cdot \sqrt{x^3}}{\operatorname{tg}(\sqrt{3x^5})}$$

$$g(x) = \sqrt{3x^5} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{x^5} = \sqrt{3} \cdot x^{5/2}$$

$$g'(x) = \sqrt{3} \cdot \frac{5}{2} \cdot x^{3/2}$$

$$\textcircled{7} \quad f(x) = \frac{x}{x^2+1}$$

Tanx. Horizontal $\rightarrow m=0 \rightarrow f'(x)=0$

$$f'(x) = \frac{x^2+1 - x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2}$$

Iguale $f'(x)$ a 0:

$$\frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2} = 0$$

$$-x^2+1=0$$

$$x = \sqrt{1} = \pm 1$$

A tanxente de $f(x)$ é horizontal
em $x=-1$ e $x=1$.

$$\textcircled{9} \quad f(x) = ax^3 + bx + c \rightarrow f'(x) = 3ax^2 + b$$

• Pasa por $(0, 5) \rightarrow f(0) = 5 \rightarrow 5 = a \cdot 0^3 + b \cdot 0 + c \rightarrow \boxed{c = 5}$

• Punto. Singular en $(2, -3) \rightarrow 0 = 3ax^2 + b \rightarrow 0 = 3 \cdot a \cdot 2^2 + b$
 $(f'(x) = 0)$ $\text{Ec. 1 } \boxed{0 = 12a + b}$

• Pasa por $(2, -3) \rightarrow f(2) = -3 \rightarrow -3 = a \cdot 2^3 + b \cdot 2 + 5$

$\boxed{-8 = 8a + 2b} \text{ Ec. 2}$

$$\begin{cases} 12a + b = 0 \\ 8a + 2b = -8 \end{cases} \xrightarrow{(-2)} \begin{array}{r} -24a - 2b = 0 \\ 8a + 2b = -8 \\ \hline -16a = -8 \\ \boxed{a = 1/2} \end{array}$$

$\rightarrow 12 \cdot \frac{1}{2} + b = 0$

$\boxed{b = -6}$

10

$$a) f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

$$f'(x) = 3 \cdot x^2 - 6x$$

$$3x^2 - 6x = 0$$

$$3x(x-2) = 0 \rightarrow \begin{matrix} x=0 \\ x=2 \end{matrix}$$

$$f(0) = 0 - 0 + 1 = 1 \rightarrow (0, 1)$$

$$f(2) = 8 - 12 + 1 = -3 \rightarrow (2, -3)$$

{ Ptos. Singulares $\rightarrow f'(x)=0$
 Intervalos crec. / decrec.

En $(0, 1)$ la función tiene un máximo.

$E_n(2, -3) \quad \quad \quad \text{mínimo.}$

$f(x)$ crece en: $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

$f(x)$ decrece en: $(0, 2)$

$$b) f(x) = x^4 - 4x^3 + 10$$

$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 = 4x^2(x-3)$$

$$4x^2(x-3) = 0 \begin{cases} \nearrow x=0 \text{ (sol. dobre)} \\ \searrow x=3 \end{cases}$$

Derivada 2ª, 3ª ...

$$f(x) = x^5 - 2x^3$$

$$f'(x) = 5x^4 - 6x^2$$

2ª derivada: $f''(x) = (f'(x))' = 20x^3 - 12x$

3ª " : $f'''(x) = 60x^2 - 12$

Boletín:

11) $f(x) = x^4 - 4x^2$

- Ptos de corte ✓
- Ptos. singulares ($f'(x) = 0$)
- Intervalos crec/decrec.

Ptos. corte Eixo X: $(0,0), (-2,0), (2,0)$

$$x^4 - 4x^2 = 0$$

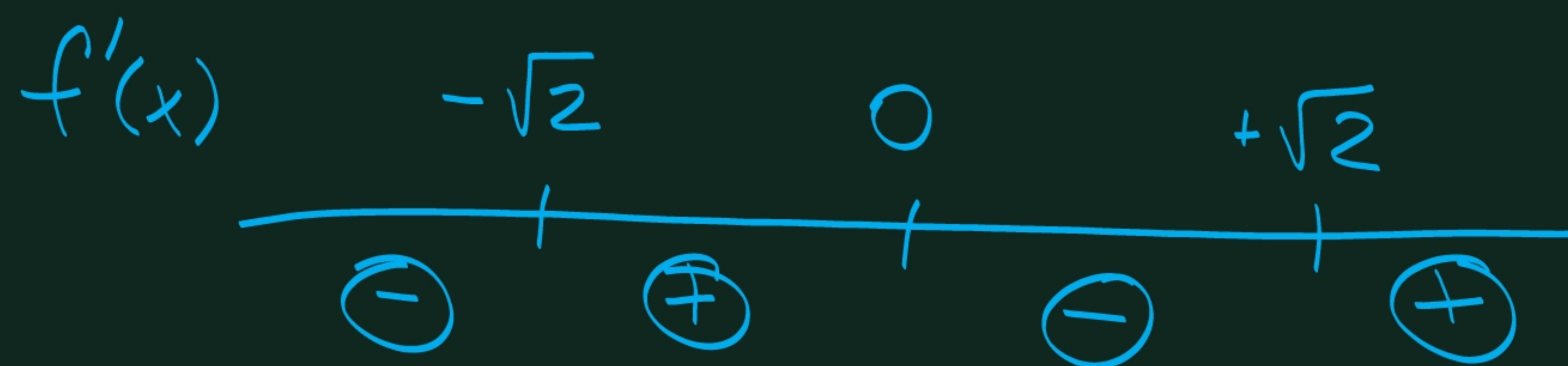
$$x^2 \cdot (x^2 - 4) = 0 \begin{cases} x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

Ptos. Corte Eixo Y: $(0,0)$

$$f'(x) = 4x^3 - 8x$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow 4x^3 - 8x = 0$$

$$4x(x^2 - 2) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = -\sqrt{2} \\ x = +\sqrt{2} \end{cases}$$



$$f(x) = 4x^3 + 2x^2 + 5x + 3$$

$$f'(x) = 12x^2 + 4x + 5 \quad \begin{cases} f'(x) < 0 \longrightarrow f(x) \text{ decresce} \\ f'(x) = 0 \longrightarrow f(x) \text{ constante: extremo relativo} \\ f'(x) > 0 \longrightarrow f(x) \text{ cresce} \end{cases}$$

$$f''(x) = 24x + 4 \quad \begin{cases} f''(x) < 0 \longrightarrow \cap : \text{côncava} \\ f''(x) > 0 \longrightarrow \cup : \text{convexa} \end{cases}$$

$$f'(x) = 0 \begin{cases} \nearrow f''(x) < 0 \longrightarrow \text{Máximo} \\ \searrow f''(x) > 0 \longrightarrow \text{Mínimo} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} f(x) = \sqrt{x+2}, \quad f'(-1) = ?$$

$$\textcircled{2} f(x) = 3x^2 - 2x - 1, \quad f'(1) = ?$$

$$\textcircled{3} f(x) = \frac{4x+2}{x^2-2}, \quad f'(3) = ?$$

$$\textcircled{4} f(x) = \frac{1}{(x-3)^3}, \quad f'(4) = ?$$

$$f(x) = \sqrt{x+2}, \quad f'(-1)$$

$$f'(-1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+h} - 1}{h} \cdot \frac{\sqrt{1+h} + 1}{\sqrt{1+h} + 1} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1+h-1}{h \cdot (\sqrt{1+h} + 1)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h} \cdot 1}{\cancel{h} \cdot (\sqrt{1+h} + 1)} = \frac{1}{\sqrt{1+0} + 1} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = 3x^2 - 2x - 1 ; f'(1)$$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h^2 + 4h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 3h + 4 = 4$$

$$f(1) = 3 - 2 - 1 = 0$$

$$\begin{aligned} f(1+h) &= 3 \cdot (1+h)^2 - 2(1+h) - 1 = \\ &= 3 \cdot (1 + 2h + h^2) - 2 - 2h - 1 = \\ &= 3 + 6h + 3h^2 - 3 - 2h = 3h^2 + 4h \end{aligned}$$

$$f(x) = \frac{4x+2}{x^2-2} ; f'(3)$$

$$f(3) = \frac{12+2}{9-2} = \frac{14}{7} = 2$$

$$f(3+h) = \frac{4 \cdot (3+h) + 2}{(3+h)^2 - 2} = \frac{12+4h+2}{9+6h+h^2-2} = \frac{4h+14}{h^2+6h+7}$$

$$f'(3) = \frac{\frac{4h+14}{h^2+6h+7} - 2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{4h+14-2h^2-12h-14}{h^2+6h+7}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2h^2-8h}{h \cdot (h^2+6h+7)} =$$

$$= \frac{-2 \cdot 0 - 8}{(0^2+6 \cdot 0+7)} = \frac{-8}{7}$$

$$f(x) = \frac{1}{(x-3)^3}, \quad f'(4) = ?$$

$$f(4) = \frac{1}{(4-3)^3} = \frac{1}{1^3} = 1$$

$$f(4+h) = \frac{1}{(4+h-3)^3} = \frac{1}{(1+h)^3}$$

$$\begin{aligned} (h+1)^3 &= (h+1)^2 \cdot (h+1) = (h^2 + 2h + 1) \cdot (h+1) = \\ &= h^3 + 2h^2 + h + h^2 + 2h + 1 = h^3 + 3h^2 + 3h + 1 \end{aligned}$$

$$f'(4) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{(h+1)^3} - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1 - (h+1)^3}{(h+1)^3}}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 - (h+1)^3}{\textcircled{h} \cdot (h+1)^3} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h^{\overset{2}{3}} - 3h^{\overset{1}{2}} - 3\overset{1}{h}}{\cancel{h} \cdot (h^3 + 3h^2 + 3h + 1)} = \frac{-3}{1} = -3$$

- TVM e TVI = f'

- Tábua Derivadas

- Esboço de funções

Ptos de corte

Ptos. críticos $\rightarrow f'(x) = 0$

Crecimento / Decrecimento

- Cálculo da recta tanx.

- Calcular coeficientes de $f(x)$ a partir de pontos.

$$f(x) = ax^2 + bx + 5$$

$$P_1 \rightarrow f'(P_x) = 2$$

$$f(x) = x^3 - 3x - 2$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$\text{Tanx. en } x=2 \rightarrow f(2) = 8 - 6 - 2 = 0 \rightarrow \underline{(x_0, y_0) = (2, 0)}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f'(2) = 3 \cdot 4 - 3 = \underline{9} \equiv m$$

$$y = 9(x - 2)$$

$y = 9x - 18$

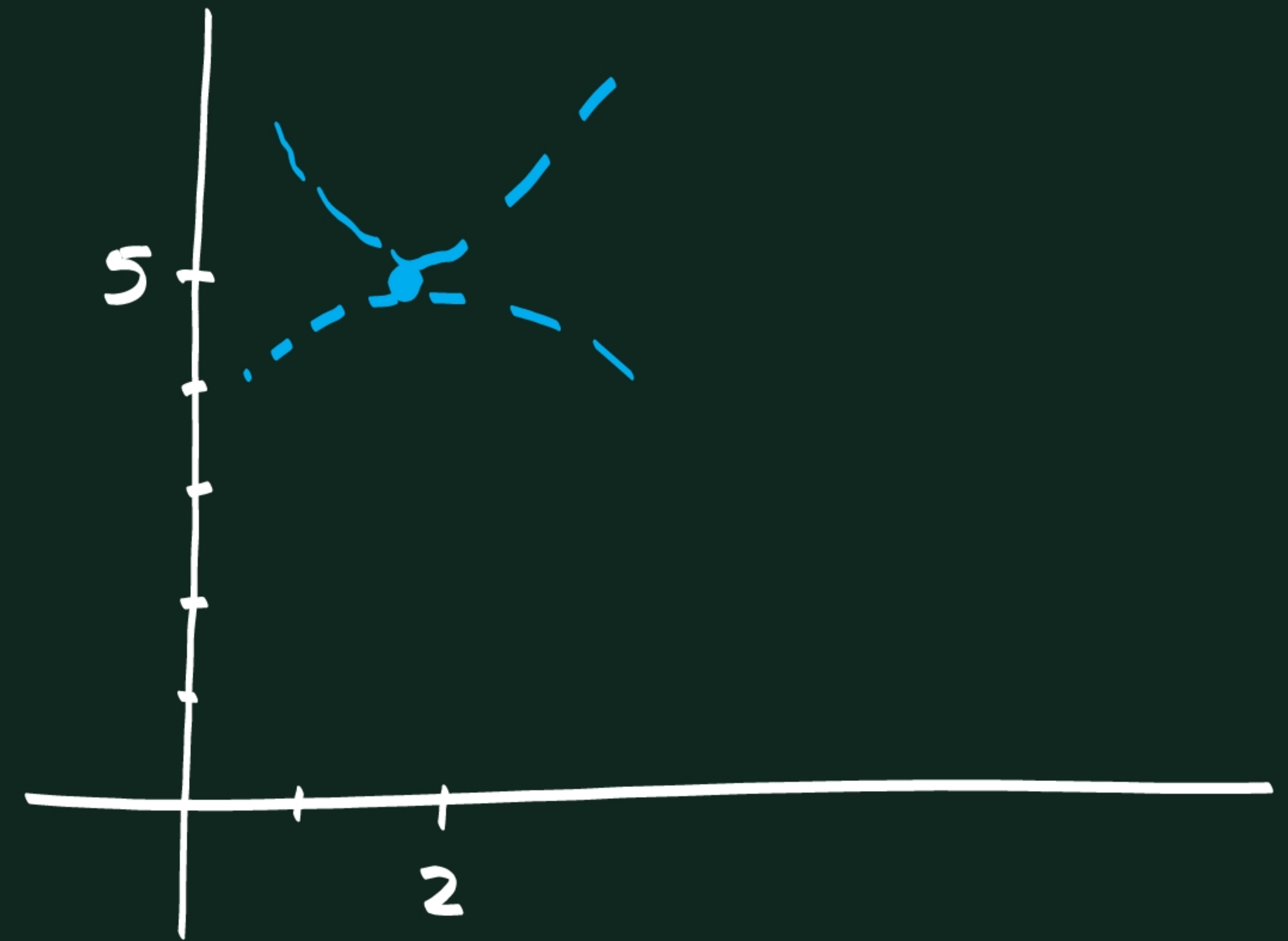
$$f(x) = \underline{a}x^3 + \underline{b}x + 11$$

$$a = ? \quad b = ?$$

Extremo relativo en $(2, 5)$

$$f'(2) = 0 ; f'(x) = 3ax^2 + b$$

$$\begin{aligned} 5 &= a \cdot 8 + b \cdot 2 + 11 \\ 0 &= 12a + b \end{aligned}$$



$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c \longrightarrow f'(x) = 6x^2 + 2ax + b$$

- Pasa por $(-3, 100) \longrightarrow 100 = -54 + a \cdot 9 + b \cdot (-3) + c$

- Máximo en $x=2 \longrightarrow 0 = 24 + 4a + b$
- Máximo en $x=-3 \longrightarrow 0 = 54 - 6a + b$

} 2 ec. 2 inc.