

3. **Ordinaria 2024** Sabendo que $P(A) = \frac{1}{3}$ e $P(B) = \frac{1}{2}$.

a) Supostos que A e B son sucesos independentes, calcule $P(A \cup B)$ e

$$P(\bar{A} | \bar{A} \cup \bar{B}).$$

b) Supostos que A e B son sucesos incompatibles, calcule $P(A \cup B)$ e

$$P(\bar{A} | \bar{A} \cup \bar{B}).$$

a) Independientes: $P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$$

$$= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) =$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$P(\bar{A} | \bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap (\bar{A} \cup \bar{B}))}{P(\bar{A} \cup \bar{B})} = \frac{P(\bar{A})}{P(\overline{A \cap B})} =$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{A} \cap (\bar{A} \cup \bar{B}) = \bar{A} \\ \bar{A} \cup \bar{B} = \overline{A \cap B} \end{array} \right\}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}} = \frac{4}{5}$$

b) Incompatibles: $P(A \cap B) = 0$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 0 = \frac{5}{6}$$

$$P(\bar{A} | \bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 - 0} = \frac{2}{3}$$

4. Extraordinaria 2023

- a) Calcule $P(A|B)$ se $B \subset A$. Logo, se $P(C) = 0,5$ e $P(D) = 0,6$, explíquese se C e D pode ser incompatibles. Por último, obteña $P(E \cup F)$ e $P(E \cap \bar{F})$ se E e F son independentes, $P(E) = 0,3$ e $P(F) = 0,2$.

b) (TEMA SEGUINTE)

$$a) \quad P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1.$$

$A \cap B = B$
 $\uparrow$
 $B \subset A$

Para que sexan incompatibles $P(C \cap D) = 0$

$$P(C \cup D) = P(C) + P(D) - P(C \cap D) =$$

$$= 0,5 + 0,6 - P(C \cap D)$$

Se son incompatibles $P(C \cup D) = 1,1 > 1$ que non pode ser, logo $P(C \cap D) > 0$, polo que C e D non son incompatibles.

Se son independentes $P(E \cap F) = P(E) \cdot P(F)$

$$P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F) =$$

$$= 0,3 + 0,2 - 0,3 \cdot 0,2 = 0,5 - 0,06 = 0,44$$

$$P(E \cap \bar{F}) = P(E) - P(E \cap F) = 0,3 - 0,06 = 0,24$$

"
 $P(E - F)$

5. Ordinaria 2023

a) Calcule as catro probabilidades $P(A)$, $P(A \cap \bar{B})$, $P(A|B)$, $P(B|A)$ sabendo que $P(A \cup B) = 0,8$, $P(A \cap B) = 0,2$, $P(A) = 2P(B)$

b) Nun coñecido congreso, o 60 % dos científicos inscritos participan online e o resto asisten en persoa.

Ademais, o 65 % dos inscritos son europeos e o 80 % dos que asisten en persoa tamén o son. Se se elixe ao azar a un dos inscritos, calcule a probabilidade de que sexa europeo e, á vez, participe online; logo, a de que participe online se se sabe que é europeo.

$$a) \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0,8 = P(A) + \frac{1}{2}P(A) - 0,2 \Rightarrow 1 = \frac{3}{2}P(A) \Rightarrow \\ \Rightarrow P(A) = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} - 0,2 = 0,47$$

$\downarrow$
 $P(A - B)$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{1/3} = 0,6$$

$$\hookrightarrow P(B) = \frac{1}{2}P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,2}{2/3} = 0,3$$

b) $A = \text{"participan online"}$

$B = \text{"son europeos"}$

$$P(A) = 0,6 \quad P(B) = 0,65 \quad P(B|\bar{A}) = 0,8$$

$$P(B \cap A) ? \quad P(A|B) ?$$

$$P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(B \cap A)}{1 - P(A)}$$

$$0,8 = \frac{0,65 - P(B \cap A)}{1 - 0,6} \Rightarrow 0,8 \cdot 0,4 - 0,65 = -P(B \cap A)$$

$$\Rightarrow P(B \cap A) = 0,33$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,33}{0,65} = 0,51$$

6. Ordinaria 2022

a) Nunha famosa biblioteca, o 70 % dos libros son novelas, o 40 % son clásicos anteriores ao século XIX e o 60 % dos clásicos son novelas. Se se elixe nesa biblioteca un libro ao azar, calcule a probabilidade de que non sexa unha novela, pero si un clásico

b) (TEMA SEGUINTE)

a) $A = \text{"ser novela"}$

$B = \text{"ser clásico anterior ao século XIX"}$

$$P(A) = 0,7 \quad P(B) = 0,4 \quad P(A|B) = 0,6$$

$$P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$\text{"} \\ P(B - A)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow 0,6 = \frac{P(A \cap B)}{0,4} \Rightarrow P(A \cap B) = 0,24$$

$$P(\bar{A} \cap B) = 0,4 - 0,24 = 0,16$$

7. Ordinaria 2022

a) Se $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ e $P(B) = \frac{1}{4}$, calcule $P(A)$ sabendo que A e B son sucesos incompatibles. Canto valería $P(A)$ se supuxésemos que A e B son, en lugar de incompatibles, independentes?

b) Nunha certa cidade, o 21 % das persoas len ciencia ficción, o 63 % len novela negra, e o 17 % len tanto ciencia ficción como novela negra. Se se elixe ao azar unha persoa desa cidade, calcule:

- A probabilidade de que lea novela negra sabendo que le ciencia ficción.
- A probabilidade de que non lea nin ciencia ficción nin novela negra.

a) Incompatibles $A \cap B = \emptyset$ $P(A \cap B) = 0$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{1}{3} = P(A) + \frac{1}{4} - 0 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

Independentes $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$\frac{1}{3} = P(A) + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} P(A) \Rightarrow \frac{3}{4} P(A) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{12} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1}{9}$$

b) $A = \text{"ler ciencia ficción"}$ $B = \text{"ler novela negra"}$

$$P(A) = 0,21 \quad P(B) = 0,63 \quad P(A \cap B) = 0,17$$

$P(B|A)$?

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,17}{0,21} \approx 0,81$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) ?$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= 0,21 + 0,63 - 0,17 = 0,67 \end{aligned}$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0,67 = 0,33$$

8. **Extraordinaria 2021** Nunha determinada cidade, o 8% da poboación practica ioga, o 20% ten mascota e o 3% practica ioga e ten mascota. Se nesa cidade se elixe unha persoa ao azar, calcule:

1. A probabilidade de que non practique ioga e á vez teña mascota.
2. A probabilidade de que teña mascota sabendo que practica ioga.

$$A = \text{"practicar ioga"} \quad B = \text{"ter mascota"}$$

$$P(A) = 0,08 \quad P(B) = 0,2 \quad P(A \cap B) = 0,03$$

$$a) P(\bar{A} \cap B) ?$$

$$P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,2 - 0,03 = 0,17$$

$$P(\bar{B} - A)$$

$$b) P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,03}{0,08} = 0,375$$

9. Ordinaria 2021

a) a) Sexan A e B dous sucesos dun mesmo espazo mostral. Calcule $P(A)$

sabendo que $P(B) = 2P(A)$, $P(A \cap B) = 0,1$ e $P(A \cup B) = 0,8$.

b) Diga se os sucesos A e B son ou non independentes, se se sabe que $P(A) =$

$0,6$, $P(B) = 0,3$ e $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,82$.

$$a) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0,8 = P(A) + 2P(A) - 0,1 \Rightarrow 0,9 = 3P(A) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(A) = 0,3$$

b) Son independentes se $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) \Rightarrow 0,82 = 1 - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 1 - 0,82 = 0,18$$

$$P(A) \cdot P(B) = 0,6 \cdot 0,3 = 0,18$$

Efectivamente $P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$, logo son independentes.

10. **Ordinaria 2020** O 57 % dos estudantes matriculados na Universidade de Cambridge son naturais do Reino Unido e, de entre todos eses, o 83 % aproban con honores. Ademais, a porcentaxe global de aprobados con honores é do 80 %. Calcular a probabilidade de que un estudante elixido ao azar non nacese no Reino Unido sabendo que aprobou con honores.

$A = \text{"nacer en Reino Unido"}$

$B = \text{"aprobar con honores"}$

$$P(A) = 0,57 \quad P(B|A) = 0,83 \quad P(B) = 0,8$$

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow 0,83 = \frac{P(A \cap B)}{0,57} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0,4731$$

$$P(\bar{A}|B) = \frac{0,8 - 0,4731}{0,8} = 0,41$$

11. **Ordinaria 2020** Selecciónanse 250 pacientes para estudar a eficacia dun novo medicamento. A 150 deles adminístráraselles o medicamento, mentres que o resto son tratados cun placebo. Sabendo que se curaron o 80 % dos que tomaron o medicamento, cal é a probabilidade de que, seleccionado un paciente ao azar, tomase o placebo ou non curase?

$A =$ "adminístrase o medicamento"

$B =$ "se curaron"

$$P(A) = \frac{150}{250} = 0,6 \quad P(B|A) = 0,8$$

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) ?$$

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow 0,8 = \frac{P(A \cap B)}{0,6} \Rightarrow P(A \cap B) = 0,48$$

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - 0,48 = 0,52$$