

Unidad 5 — Expresiones Algebraicas (Pag. 84)

- Monomio $5xy^2$
 - Coeficiente: números 5
 - Parte Literal: letras con exponentes xy^2

Grado: suma de los exponentes de la parte literal

Valor numérico: resultado al substituir las letras por un valor concreto

$$5xy^2 \text{ cuando } x=3, y=2 \rightarrow 5 \cdot 3 \cdot 2^2 = 60$$

- Mon. Semejantes: tienen la misma parte literal
- Mon. Opuestos: mismo monomio cambiado de signo

Operaciones con Monomios

Suma y Resta: **SÓLO CON MON. SEMEJANTES!**

Se realiza la operación con los coeficientes y

la parte literal queda igual.

~~$5x^3$~~

$$3x + 5x = 8x, \quad 2x^2 - 5x^2 = -3x^2; \quad 3x + 2x^2 = 3x + 2x^2$$

Multiplicación y División: Se multiplican (o dividen) los coeficientes

entre sí; y por otra parte se multiplican (o dividen) las partes literales.

$$3x \cdot 2x^2 = 6x^3, \quad 2xy \cdot 2y^2 = 4xy^3; \quad 12x : 4x^4 = 3x^{-3}$$

$$\frac{3}{2}x^2 \cdot \frac{5}{x} = \frac{15}{2}x; \quad \frac{3}{2}x^2 \cdot \frac{2}{5} \cdot x = \frac{3 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot 5} x^3 = \frac{3}{5}x^3$$

Página 85, Ejercicio 6

$$a) 2x^2 - 5x^3 - 5x^2 + x^3 + 3x^2$$

$$-4x^3$$

$$b) 7x^2y + 3xy^2 - (4xy^2 + 3x^2y) = 7x^2y + 3xy^2 - 4xy^2 - 3x^2y = 4x^2y - xy^2$$

$$a) x^3 \cdot (2x^2 + 3x^2) - x \cdot [x^4 - (-3x^4)] =$$

$$x^3 \cdot 5x^2 - x [x^4 + 3x^4]$$

$$5x^5 - x \cdot 4x^4$$

$$5x^5 - 4x^5$$

$$x^5$$

$$b) xy \cdot (1x^2y - \frac{1}{2}yx^2) + 6x^5y^2 : (2x^2) =$$

$$xy \cdot (\frac{1}{2}x^2y) + 3x^3y^2 = \frac{1}{2}x^3y^2 + 3x^3y^2 = \frac{7}{2}x^3y^2$$

$$c) \frac{1}{2}x^3y^5 : (\frac{3x^2y}{5} : \frac{2x}{7} - xy) + x^2y^4 = \frac{1}{2}x^3y^5 : (\frac{21}{10}xy - xy) + x^2y^4 =$$

$$= \frac{1}{2}x^3y^5 : \frac{11}{10}xy + x^2y^4 = \frac{32}{22}x^2y^4 = \frac{16}{11}x^2y^4$$

$$\frac{10}{22}x^2y^4 + \frac{22}{22}x^2y^4$$

Polinomio: Expresión algebraica formada por la suma y/o resta de monomios no semejantes.

$$5x^3 - 2x^2 + 3x - y + 12$$

- Término: cada monomio que forma el polinomio (signo incluido).
- Término independiente: el número sin parte literal (signo incluido).
- Grado: el grado del monomio de mayor grado.
- Polinomio opuesto: resultado de cambiar los signos de un polinomio.
- Valor numérico: resultado de sustituir las variables por un valor dado.
- Raíces de un polinomio: valores de las variables que hacen que el valor numérico sea 0.

$$P(x) = 3x + 2$$

$$\rightarrow P(4) = 3 \cdot (4) + 2 = 14$$

$$\rightarrow P(x) = 0$$

$$3x + 2 = 0$$

$$x = -2/3$$

$$a) P(x) = \underline{2x^4} - 3x^2 + 2x - \underline{4x^4} + x^3 - 1$$

$$P(x) = -2x^4 - 3x^2 + 2x + x^3 - 1$$

Grado 4

$$-P(x) = +2x^4 + 3x^2 - 2x - x^3 + 1$$

$$b) Q(y) = \underline{y^3} - 2y^2 + \underline{y^3} + y^2 - \underline{2y^3} + y + 3$$

$$Q(y) = -1y^2 + y + 3$$

grado 2

$$-Q(y) = +1y^2 - y - 3$$

$$c) R(x, y) = y^2 + 3xy - 2x^2 + 5 + x - y + 2x^2y$$

~~$$R(x, y) = y^2 + 3xy + 5 + x + 2x^2y$$~~

grado 3

~~$$-R(x, y) = -y^2 - 3xy + 2x^2 - 5 - x + y - 2x^2y$$~~

a) $A(x) = x^3 - 2x + 1$, para $x = -2$

Valor numérico quando $x = -2 \rightarrow A(-2)$

$$A(-2) = (-2)^3 - 2 \cdot (-2) + 1 = -8 + 4 + 1 = -3$$

b) $B(x) = -2x^3 + x^2 + 6$

$$B(1) = -2 \cdot (1)^3 + 1^2 + 6 = -2 + 1 + 6 = 5$$

d) $D(x, y) = x^3 \cdot y - 6y + x$

$$D(2, 2) = (2)^3 \cdot 2 - 6 \cdot (2) + (2) = 8 \cdot 2 - 12 + 2 = 16 - 10 = 6$$

c) $C(x) = \frac{2}{3}x^2 + 1$

$$C(0) = \frac{2}{3} \cdot 0^2 + 1 = \frac{2}{3} \cdot 0 + 1 = 0 + 1 = 1$$

e) $E(x, y, z) = -\frac{3}{4}xz^2 + 5y^3$

$$E(-2, -2, -1) = -\frac{3}{4} \cdot -2 \cdot (-1)^2 + 5 \cdot (-2)^3 = -38/5$$

$$C(3) = \frac{2}{3} \cdot 3^2 + 1 = \frac{2}{3} \cdot 9 + 1 = 6 + 1 = 7$$

$$\textcircled{12} \text{ a) } P(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 1$$

$$P(1) = 2 - 1 - 2 + 1 = 0 \rightarrow \text{Si es raíz}$$

$$P(-1) = 2(-1)^3 - (-1)^2 - 2(-1) + 1 = \\ = -2 - 1 + 2 + 1 = 0 \rightarrow \text{Si es raíz}$$

$$\text{b) } Q(x) = 2x^3 - 2x^2 - x + 1$$

$$Q(1) = 2 - 2 - 1 + 1 = 0 \rightarrow \text{Si}$$

$$Q(-1) = 2(-1)^3 - 2(-1)^2 - (-1) + 1 = \\ = -2 - 2 + 1 + 1 = -2 \rightarrow \text{No es raíz}$$

$$\text{c) } R(x) = x^3 - x^2 + 3x + 5$$

$$R(1) = 1 - 1 + 3 + 5 = 8 \rightarrow \text{No}$$

$$R(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 + 3(-1) + 5 = \\ = -1 - 1 - 3 + 5 = 0 \rightarrow \text{Si}$$

Suma y Resta de Polinomios

Se suman o restan los monomios semejantes.

$$P(x) = 3x^2 - 2x + 2 \quad P(x) + Q(x) = 2x^2 + 3x + 2$$

$$Q(x) = -x^2 + 5x \quad P(x) - Q(x) = 4x^2 - 7x + 2$$

$$-Q(x) = +x^2 - 5x$$

Multiplicación de Polinomios

Se multiplican todos los monomios de un polinomio por los del otro, después, se agrupan los monomios semejantes.

$$\begin{aligned} P(x) \cdot Q(x) &= (3x^2 - 2x + 2) \cdot (-x^2 + 5x) = -3x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 15x^3 - 10x^2 + 10x = \\ &= -3x^4 + 17x^3 - 12x^2 + 10x \end{aligned}$$

$$(3x^2y + x) \cdot (y + 5) = 3x^2y^2 + xy + 15x^2y + 5x$$

División de Polinomios

$$\begin{array}{r} 2x^3 + 3x^2 - 2x - 3 \\ - (2x^3 - 2x) \\ \hline 0 + 3x^2 + 0 - 3 \\ - (3x^2 - 3) \\ \hline 0 0 \rightarrow \text{Resto} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} | x^2 - 1 \\ \hline 2x + 3 \end{array}$$

$$(2x^3 + 3x^2 - 2x - 3) : (x^2 - 1) = 2x + 3$$

Dividendo Divisor Cociente

$$\text{Dividendo} = \text{Divisor} \cdot \text{Cociente} + \text{Resto}$$

Páginas 88 y 89, Ejercicios 18 y 14

$$\textcircled{18} \text{ a) } (x^5 - x^3 + x) : (x + 1)$$

$$\text{e) } (2x^3 - 8x^2 + 3x - 1) : (-x + 2)$$

$$\text{b) } (x^5 - 243) : (x - 3)$$

$$\text{f) } x^5 : (2 + x)$$

$$\text{c) } (6x^4 + 3x^3 + 4x + 2) : (2x + 1)$$

$$\text{d) } (x^6 - 2x^5 + 3x^3 - 6x^2 - x + 6) : (x - 2)$$

$$a) \quad x^5 \quad - x^3 \quad x$$

$$-(x^5 + x^4)$$

$$0 \quad -x^4 \quad -x^3 \quad x$$

$$-(-x^4 - x^3)$$

$$0 \quad 0 \quad 0$$

$$x$$
$$-(x + 1)$$

$$0 \quad -1 \rightarrow \text{Resto}$$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ \hline x^4 - x^3 + 1 \end{array} \rightarrow \text{Cociente}$$

$$\begin{array}{r}
 \cancel{x^5} \\
 -(x^5 - 3x^4) \\
 \hline
 0 + 3x^4 \\
 -(3x^4 - 9x^3) \\
 \hline
 0 + 9x^3 \\
 -(9x^3 - 27x^2) \\
 \hline
 0 + 27x^2 \\
 -(27x^2 - 81x) \\
 \hline
 0 + 81x \\
 -(81x - 243) \\
 \hline
 0 \quad 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 -243 \overline{) x^5 - 3x^4} \\
 x^4 + 3x^3 + 9x^2 + 27x + 81 \\
 \hline
 \end{array}$$

$x^5 : x = x^4$
 $3x^4 : x = 3x^3$

$$\begin{array}{r} c) \quad 6x^4 + 3x^3 + 4x + 2 \\ - (6x^4 + 3x^3) \\ \hline \end{array}$$

$$0 \quad 0 \quad +4x + 2$$

$$- (4x + 2)$$

$$\hline 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \rightarrow \text{resto}$$

$$\begin{array}{r} 2x + 1 \\ \hline 3x^3 + 2 \end{array}$$

$$d) \quad \begin{array}{r} x^6 - 2x^5 + 3x^3 - 6x^2 - x + 6 \quad | \quad x - 2 \\ - (x^6 - 2x^5) \\ \hline + 3x^3 - 6x^2 - x + 6 \\ - (3x^3 - 6x^2) \\ \hline - x + 6 \\ - (-x + 2) \\ \hline 4 \end{array}$$

$x^5 + 3x^2 - 1 \rightarrow$ Cociente

Dividendo = Divisor · Cociente + Resto

$04 \rightarrow$ resto

$$f) x^5$$

$$-(x^5 + 2x^4)$$

$$0 - 2x^4$$

$$-(-2x^4 - 4x^3)$$

$$0 + 4x^3$$

$$-(4x^3 + 8x^2)$$

$$0 - 8x^2$$

$$-(-8x^2 - 16x)$$

$$0 + 16x$$

$$-(16x + 32)$$

$$0 - 32$$

$$\underline{1x+2}$$

$$x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16$$

$$a) 2x^3 + 3x^2 - x + 2$$

$$b) x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x + 2$$

$$c) x^4 - 4x^3 - x^2$$

$$d) -2x^3 + 3x^2 + 5x$$

$$e) 6x^5 + 4x^4 - 7x^3 - 3x^2 - x + 1$$

$$f) 2x^7 - 8x^6 + x^5 + 17x^4 - 8x^3 - 4x^2 - x + 1$$

14

Regla de Ruffini

Permite dividir polinomios entre monomios

del tipo $(x+a)$ o $(x-a)$.

Pág. 89, Ej 19 } Deberes
Pág. 99, Ej 68 }

$$(4x^4 - 5x^3 + 7x) : (x - 2)$$

	4	-5	0	7	0	
+2		8	6	12	38	
	4	3	6	19	38	→ Resto: 38

$4x^3 + 3x^2 + 6x + 19$: Cociente

P. 89, Ej 19

a) $(x^4 + x^2 + 1) : (x^2 + 1)$

$$\begin{array}{r} x^4 \quad \quad \quad + x^2 \quad \quad \quad + 1 \\ -(x^4 \quad \quad \quad + x^2) \\ \hline \end{array} \quad \left| \frac{x^2 + 1}{x^2} \right. \text{COCIENTE}$$

b) $(2x^3 + 3x^2 - 2x - 3) : (x^2 - 1)$

$$\begin{array}{r} -(2x^3 \quad \quad - 2x) \\ \hline \end{array} \quad \left| \frac{x^2 - 1}{2x + 3} \right. \text{RESTO}$$

$$0 + 3x^2 \quad 0 - 3$$

$$-(+3x^2 \quad - 3)$$

$$\hline 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$$

c) $2x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 2x + 2$

$$0 + 2x^4 + x^3 + x^2 + 2x + 2$$

$$0 + 2x^3 + x^2 + 2x + 2$$

$$0 + 2x^2 + 2x + 2$$

$$0 + 3x + 2$$

$$\left| \frac{2x^2 - x}{x^3 + x^2 + x + 1} \right.$$

$$x^3 + x^2 + x + 1$$

7.99, Ej. 68

$$P(x) = x^5 - 3x^3 + x^2 - 5x + 2$$

$$Q(x) = x^4 - 7x^3 + 3x^2 - 5$$

$$R(x) = x^2 - 3$$

$$a) P(x) \ominus [Q(x) \ominus R(x)]$$

$$x^5 - 3x^3 + x^2 - 5x + 2 - [x^4 - 7x^3 + 3x^2 - 5 - x^2 + 3] =$$

$$= x^5 - 3x^3 + x^2 - 5x + 2 - x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 2 =$$

$$= x^5 - x^4 + 4x^3 - x^2 - 5x + 4$$

$$b) P(x) \cdot R(x) - Q(x)$$

$$(x^5 - 3x^3 + x^2 - 5x + 2) \cdot (x^2 - 3) = x^7 - 3x^5 + x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 3x^5 + 9x^3 - 3x^2 + 15x - 6 =$$

$$= x^7 - 6x^5 + x^4 + 4x^3 - 1x^2 + 15x - 6$$

$$x^7 - 6x^5 + x^4 + 4x^3 - 1x^2 + 15x - 6$$

$$- (x^4 - 7x^3 + 3x^2 - 5)$$

$$x^7 - 6x^5 + 11x^3 - 4x^2 + 15x - 1$$

Página 90, Ej. 22

a) $(x^5 - 1) : (x - 1)$

$$\begin{array}{r|rrrrrrr} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \\ +1 & \downarrow & & & & & & \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \underline{0} \end{array}$$

Cociente: $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$

Resto: 0

b) $(x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 2) : (x + 1)$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -3 & 2 & 0 & -2 & \\ -1 & \downarrow & & & & & \\ \hline & 1 & -4 & 6 & -6 & \underline{4} & \end{array}$$

Cociente: $x^3 - 4x^2 + 6x - 6$

Resto: 4

$$c) (x^5 + x^3 - x - 1) : (x - 2)$$

$$d) (4x^2 + 3) : (x + 2)$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ +2 & & 2 & 4 & 10 & 20 & 38 \\ \hline & 1 & 2 & 5 & 10 & 19 & 37 \end{array} \rightarrow \text{resto}$$

$$1x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 10x + 19 \rightarrow \text{cociente}$$

$$\begin{array}{r|rrr} & 4 & 0 & 3 \\ -2 & & -8 & 16 \\ \hline & 4 & -8 & 19 \end{array} \rightarrow \text{Resto}$$

$$\text{Cociente: } 4x - 8$$

$$e) (2x^4 - 18x^2 - x + 6) : (x - 3) \quad f) (-x^5 + x^4) : (x + 1)$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 2 & 0 & -18 & -1 & 6 \\ 3 & & 6 & 18 & 0 & -3 \\ \hline & 2 & 6 & 0 & -1 & \underline{3} \rightarrow \text{Resto} \end{array}$$

$$\text{Cociente: } 2x^3 + 6x^2 - x$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & & +1 & -2 & +2 & -2 & +2 \\ \hline & -1 & 2 & -2 & +2 & -2 & \underline{+2} \rightarrow \text{Resto} \end{array}$$

$$\text{Cociente: } -x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 2$$

$$g) (2x^3 - 7x + x^5 - 3) : (x + 1)$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 1 & 0 & 2 & 0 & -7 & -3 \\ -1 & & -1 & 1 & -3 & 3 & 4 \\ \hline & 1 & -1 & 3 & -3 & -4 & \underline{1} \rightarrow \text{resto} \end{array}$$

$$(x^4 - x^3 + 3x^2 - 3x - 4) \rightarrow \text{cociente}$$

23

$$a) \underbrace{(x^2 + x + 1)}_{\cdot (-1)} : \underbrace{(-x - 1)}_{(\cdot -1)} \quad (x \pm a)$$

$$(-x^2 - x - 1) : (x + 1)$$

-1	-1	-1	
-1	1	0	
-1	0	-1	→ resto

coiente: $-x$

b)

$$(2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - x - 2) : (-x + 1) =$$

$$(-2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + x + 2) : (x - 1)$$

1	-2	3	-4	1	2	
1	-2	1	-3	-2		
-2	1	-3	-2	0	0	→ resto

coiente: $(-2x^3 + x^2 - 3x - 2)$

Sacar Factor Común en Polinomios

$$\underline{12x^4} - \underline{8x^3} + \underline{4xy} - \underline{6x}$$

$$2x(6x^3 - 4x^2 + 2y - 3)$$

$$\frac{4x^4 - 12x^3}{2x^3 - 4x^2} = \frac{\overset{2x}{\cancel{4x^3}}(x-3)}{\cancel{2x^2}(x-2)}$$

Ruffini

→ Pág 90, Ej 23

Factor

Común

→ Pág 92, Ej 29

DEBERES

Página 92, Ej 29

$$4x \cdot (2x) = 8x^2$$

$$a) 8x^2 - 4x = 4x(2x - 1)$$

$$b) 18x^3y^2 - 12x^2y^3 = 6x^2y^2(3x - 2y)$$

$$c) 30a^2b - 14ab^2 + 5a^2b^2 = (30a - 14b + 5ab)ab$$

$$d) -9y^4 + 12y^3 - 3y^2 = 3y^2(-3y^2 + 4 - y)$$

$$e) 5xz^3 - 7x^2z^3 + xz^2 = xz^2(5z - 7x^2z + 1)$$

$$f) 30b^2 + 18ab^2 + 12b - 18b^2 = 6b(5b + 3ab + 2 - 3b)$$

Igualdades/Identidades Notables

Se forman a partir del producto de 2 binomios.

- Cuadrado de una suma: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$(x+4)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = x^2 + 8x + 16$$

- Cuadrado de una resta: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$(x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

- Suma por diferencia: $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

$$(x+4) \cdot (x-4) = x^2 - 16$$

Deberes { Pág. 93, Ej 34 y 35
Pág. 94, Ej 36