

1. **Extraordinaria 2025** Dadas as matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Que condición ten que cumprir k para que A sexa invertible? Calcule A^{-1} cando sexa posible.
- b) Para $k = 0$, calcule a matriz X que satisfai a igualdade $AX - A = B^2 + A^T$ sendo A^T a trasposta de A .

2. **Ordinaria 2025** Responda as dúas cuestións seguintes:

- a) Se $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ ache $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tales que $A^2 + \alpha A + \beta I = 0$, onde I e 0 son as matrices identidade e cero, respectivamente.

- b) Calcule a matriz cadrada X tal que $XA = B$, se $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ e
- $$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$
- Son iguais XA e AX ?

3. **Extraordinaria 2024** Se $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{pmatrix}$, dea resposta aos dous apartados seguintes:

1. Calcule os valores de x e y que fan que A conmute con todas as matrices antisimétricas X de orde 2, é dicir, que fan que se cumpra a igualdade $AX = XA$ para toda matriz antisimétrica X de orde 2.

2. Se $x = -1$ e $y = 1$, calcule a matriz M que satisfai a igualdade $2M = A^{-1} - AM$.

4. **Ordinaria 2024** Sexan A e B dúas matrices tales que $A + 2B = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ e

$$A + B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Calcula A^2 .

b) Calcula a matriz X que satisfai a igualdade $A^2X - (A + B)^T = 3I - 2X$, sendo I a matriz identidade de orde 2 e $(A + B)^T$ a trasposta de $(A + B)$.

5. **Extraordinaria 2023**

a) Calcule A se $(AB)^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

b) Se $A = \begin{pmatrix} 3 & x \\ y & z \end{pmatrix}$ é invertible, obteña os valores de x, y e z sabendo que

$\det(A - 3I) = 0$, que $y \neq 0$ e que $(3z)A^{-1} + I = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$. Enténdase que I é a matriz identidade.

6. **Ordinaria 2023** Despexe a matriz X da ecuación $XA = A + XB$, se A e B son matrices cadradas tales que $A - B$ é invertible. Logo calcule X se $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $B = (A^2 - A - I)^{-1}$, onde I é a matriz identidade de orde 2.

7. **Extraordinaria 2022**

- a) Obteña a matriz antisimétrica A de orde 2×2 tal que $a_{12} = 1$. Logo, calcule a súa inversa no caso de que exista. **Nota:** a_{ij} é o elemento que está na fila i e na columna j de A .

b) Sexa $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. Se $B = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} \\ 1 & b_{22} \end{pmatrix}$, ache os valores que b_{12} e de b_{22} sabendo que B non ten inversa e que $\det(A^{-1}B + A) = -1$.

8. **Ordinaria 2022** Despexe X da ecuación matricial $AB(X - I) = C$, onde I é a matriz identidade (asuma que o produto AB ten inversa). Logo, calcule X se:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

9. **Extraordinaria 2021** Despexe X na ecuación matricial $B(X - I) = A$, onde I é a matriz identidade e A e B son matrices cadradas, con B invertible. Logo, calcule X se:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$$

10. **Ordinaria 2021** Sexa $A = (a_{ij})$ a matriz de dimensión 3×3 definida por $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = 2 \\ (-1)^j(i-1) & \text{se } i \neq 2 \end{cases}$. Explique se A e $A + I$ son ou non invertibles e calcule as inversas cando existan. (Nota: a_{ij} é o elemento de A que está na fila

i e na columna j , e I é a matriz identidade.)

11. **Extraordinaria 2020** Para a ecuación matricial $A^2X + AB = B$, pídese:

- a) Despexar X supoñendo que A (e por tanto A^2) é invertible, e dicir cales serían as dimensión de X e de B se A tivese dimensión 4×4 e B tivese 3 columnas.

b) Resolvela no caso en que $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$.

12. **Ordinaria 2020** Sexan A e B as dúas matrices que cumpren $A + B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

e $A - B = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$. Pídese:

- a) Calcular $A^2 - B^2$. (Advertencia: neste caso, $A^2 - B^2 \neq (A + B)(A - B)$.)
- b) Calcular a matriz X que cumpre a igualdade $XA + (A + B)^T = 2I + XB$, sendo I a matriz identidade de orde 2 e $(A + B)^T$ a trasposta de $A + B$.