

Matemáticas aplicadas ás CCSS 1º Bach - Pendentes Parte I

1. Escribe en forma de intervalo ou semirrecta, cando sexa posible, o conxunto de números que verifica as seguintes desigualdades:

a) $\left|1 - \frac{2x}{3}\right| < 6$

b) $|4x + 5| \geq 3$

c) $\left|2 + \frac{x}{6}\right| > 10$

d) $|-x + 3| \geq 4$

2. Dados os seguintes conxuntos numéricos.

$$A (-3, 2) \quad B (1, 5] \quad C [-2, 4] \quad D (4, 8)$$

Calcula:

$$A \cup B \quad C \cup A \quad C \cap D \quad B \cup C \quad C \cap B \quad B \cap D$$

3. Calcula:

$$a) \sqrt{320} + \sqrt{80} - \sqrt{500} \quad b) \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{2} \quad c) \sqrt{\frac{7}{64}} + \sqrt{\frac{7}{4}} \quad d) \sqrt[5]{96} - \sqrt[5]{\frac{3}{32}} \quad e) \sqrt[3]{\frac{135}{8}} - \sqrt[3]{\frac{5}{8}}$$

4. Racionaliza e simplifica:

$$a) \frac{2}{\sqrt{2}} \quad b) \frac{4}{\sqrt{6}} \quad c) \frac{6}{\sqrt{12}} \quad d) \frac{3}{\sqrt{15}} \quad e) \frac{1 + \sqrt{6}}{2\sqrt{3}} \quad f) \frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2} \quad g) \frac{3}{\sqrt[3]{5}} \quad h) \frac{1}{\sqrt[8]{a^5}}$$

$$i) \frac{8}{\sqrt{5} - 1} \quad j) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \quad k) \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \quad l) \frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{3} - 2\sqrt{2}} \quad m) \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + 3} \quad n) \frac{2 - \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}$$

5. Opera e simplifica:

$$a) \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[4]{2} \quad b) \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[6]{a^5} \quad c) \frac{\sqrt[8]{8}}{\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{2}} \quad d) \frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} \cdot (3 + 2\sqrt{2})$$

6. Calcula utilizando a definición de logaritmo:

$$a) \log_2 8 \quad b) \log_4 2 \quad c) \log_{27} 3 \quad d) \log_5 0,2 \quad e) \log_2 0,25 \quad f) \log_{0,5} 16 \quad g) \log_{0,1} 100 \\ h) \log_3 1 \quad i) \log_5 5 \quad j) \log_{\sqrt{2}} 2 \quad k) \log_a \sqrt[3]{a^2} \quad l) \log 0,001 \quad m) \ln(e \cdot \sqrt{e})$$

7. Empregando a definición de logaritmo obtén o valor de x:

$$a) \log_2 x = -3 \quad b) \log_x 25 = -2 \quad c) \log \sqrt[3]{100} = x$$

8. Calcula

a) $\log\left(\frac{0,01 \cdot \sqrt[3]{100}}{10^{-1} \cdot 0,1}\right)$ b) $\log_5\left(\frac{25 \cdot \sqrt[4]{625}}{125}\right)$

9. Aplica as propiedades dos logaritmos para reducir estas expresións a un solo logaritmo:

a) $\frac{1}{2}\log x + \frac{1}{2}\log y$ b) $\log a - \log x - \log y$ c) $\frac{1}{2}\log a - \frac{1}{3}\log y + \frac{1}{4}\log z$

d) $3\ln 2 + \ln 5 + \ln \frac{1}{25} - \ln 3$

10. Sabendo que $\log 2 \cong 0,3$ e que $\log 3 \cong 0,5$, calcula aproximacións os seguintes logaritmos:

a) $\log 4$ b) $\log 5$ c) $\log 6$ d) $\log 8$ e) $\log 12$ f) $\log 15$ g) $\log 18$ h) $\log 72$

i) $\log 14,4$ j) $\log 3600$ k) $\log \sqrt[3]{\frac{9}{2}}$

11. Obtén o valor de x nas seguintes igualdades:

a) $\log 4x = 3\log 2 + 4\log 3$ b) $\log 3^x = 2$ c) $7^x = 115$ d) $10^{3-x} = 1$ e) $2^{x+1} = 16^x$

f) $e^x = 18$ g) $2^x = 9$

12. Sabendo que $\log k = 14,4$, calcula:

a) $\log \frac{k}{100}$ b) $\log 0,1k^2$ c) $\log \sqrt[3]{\frac{1}{k}}$ d) $\log \sqrt{k}$

13. Factoriza os seguintes polinomios:

a) $P(x) = x^3 - 1$

b) $P(x) = 6x^2 - 7x + 2$

c) $P(x) = x^4 - 2x^3 - 10x^2 + 4x + 16$

d) $P(x) = 6x^3 + x^2 - 26x - 21$

e) $P(x) = x^4 - x^3 - 16 - 20x$

f) $P(x) = 6x^3 + 31x^2 + 4x - 5$

14. Opera e simplifica:

a) $\frac{2x}{x-1} - \frac{3x+1}{x-1} - \frac{1-x}{x^2-1}$

b) $x: \left(1 - \frac{1-x}{1+x}\right)$

c) $\frac{x+2}{x} : \left(\frac{x-1}{3} \cdot \frac{x}{2x+1}\right)$

d) $\left(\frac{1}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1}\right) : \frac{x}{x+1}$

15. Resolve as seguintes ecuacións:

a) $(x+1)^2 - (x-2)^2 = (x+3)^2 + x^2 - 20$

b) $x^3 + 4 + x - 6 = 0$

c) $x^4 - 9x^2 = 0$

d) $-x^3 - 4x^2 - x + 6 = 0$

$$\begin{array}{lll}
 \text{e) } x + \sqrt{5x + 10} = 8 & \text{f) } x + \sqrt{10x + 6} = 9 & \text{g) } \sqrt{2x - 3} + \sqrt{7 + x} = 4 \\
 \text{h) } \frac{x+1}{x} + 1 = \frac{x}{x-1} & \text{i) } \frac{x+2}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} = 1 & \text{j) } \frac{2x}{x+2} + \frac{x+2}{2x} = 2 & \text{k) } \frac{x+4}{x-4} - \frac{x-4}{x+4} = \frac{24}{x^2-16} \\
 \text{m) } 2^{1-x^2} = \frac{1}{8} & \text{n) } 9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0 & \text{o) } 4^{x+1} + 2^{x+3} + 320 = 0 & \text{p) } 3^x + 3^{1-x} = 4 \\
 \text{q) } \lg x^3 = 4 + \lg x & \text{r) } \lg(5x + 4) - \lg 2 = \frac{1}{2} \lg(x + 4) & \text{s) } \lg(x - 1) - \lg \sqrt{5 + x} - \lg \sqrt{5 - x} = 0
 \end{array}$$

16. Resolve os seguintes sistemas de ecuacións:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y+1}{4} = 1 \\ \frac{2x-1}{2} - \frac{2y+1}{6} = 1 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} \frac{x+3}{2} + \frac{y+3}{4} = 1 \\ \frac{1-x}{2} - \frac{2-y}{6} = 1 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} x + y = 1 \\ xy + 2y = 2 \end{cases} & \text{e) } \begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ x(x - y) = 2(y^2 - 4) \end{cases}
 \end{array}$$

17. Resolve os seguintes sistemas de inecuacións:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \begin{cases} 4x - 3 < 3 \\ x + 6 > 2 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} 3x - 2 > -7 \\ 5 - x < 1 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} 5 - x < -12 \\ 16 - 2x < 3x - 3 \end{cases} \\
 \text{d) } \begin{cases} x^2 - 3x < 6 \\ 6x^2 + 4x \geq 3 \end{cases} & \text{e) } \begin{cases} 2x + x^2 < 3x^2 + 4 \\ 7x^2 + x \geq 2x - 6 \end{cases}
 \end{array}$$

18. Resolve graficamente os seguintes sistemas de inecuacións con dúas incógnitas:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \begin{cases} 3x - 2y \leq 5 \\ x + y \geq 8 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x - y \leq 5 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} y \geq 1 \\ x \leq 3 \\ -x + y \leq 1 \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} 12x - 3y \geq 7 \\ -x + 2y \leq 12 \end{cases}
 \end{array}$$

19. Resolve empregando o método de Gauss:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 2x + 5y - 6z = 0 \\ 3x + 4y + z = 0 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x - y = 1 \\ 5x + 7y - 3z = 3 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} x - y - 2z = 8 \\ 2x + y - 3z = 11 \\ x + 2y + 3z = 5 \end{cases}
 \end{array}$$

20. Un comerciante compra 50 Kg de fariña e 80 Kg de arroz, polos que ten que pagar 66,10€, pero consegue un desconto do 20% no prezo da fariña e un 10% no prezo do arroz. Dese xeito paga 56,24€. ¿Cales son os prezos primitivos de cada artigo?

21. Un estado compra 540.000 barrís de petróleo a tres subministradores diferentes que o venden a 27, 28 e 30 dólares o barril, respectivamente. A factura total ascende a 16 millóns de dólares. Se o primeiro subministrador recibe o 30% do petróleo comprado, ¿cal é a cantidade comprada a cada subministrador?

22. A idade dun pai é o cuádruplo da do seu fillo, pero dentro de 16 anos será soamente o dobre. ¿Cal é a idade actual de cada un?
23. Unha tenda vendeu 60 ordenadores, que tiñan como prezo orixinal 1200€, cun desconto do 20% a uns e un 25% a outros. Se se recadaron 56.400€, calcula a cantos ordenadores se lle rebaixou o 25%.
24. Un investidor, que dispón de 28.000€, coloca parte do seu capital nun banco ó 8% e o resto noutro banco ó 6%. Se a primeira parte lle produce anualmente 200€ máis que a segunda, ¿canto colocou en cada banco?
25. En dúas empresas, A e B, hai un posto comercial vacante. Na empresa A pagan de salario 300€ fixos máis 75€ por cada venta, na empresa B cóbrase 125€ por cada venta, sen fixo. ¿A partir de cantas vendas se cobra máis na empresa B que na A?
26. Un ordenador ordenador custa 1036 euros sen IVE. Sabendo que se aplica un 16% de IVE. ¿Cál será o seu prezo con IVE?
27. Despois de subir un 20%, o artigo vale 45,60 euros. Canto valía antes da suba?
28. Un artigo que custaba inicialmente 60 euros foi rebaixado en decembro un 12%. No mes de xaneiro tivo unha segunda rebaixa dun 15% e en febreiro dun 10%.
- a) Calcula é o prezo final despois das tres rebaixas?
- b) Cal é a porcentaxe total da rebaixa?
29. Depositamos nun banco 3000 €, a un interese simple do 3% anual, durante 5 anos. ¿Cal é o capital final?
30. Calcula o capital acumulado durante 10 anos a partir de 12000€ colocados ao 4% de interese composto, aboando os intereses anualmente.
31. Calcula en canto se transforma un capital de 2 500 euros depositado durante 4 meses ao 7% anual (periodos de capitalización mensuais). 7. Calcula en canto se transforman 3 000 euros depositados durante un año ao 8% anual, interese composto, se os periodos de capitalización son trimestrais.

32. Calcula o tempo ao que deben estar prestados 1000€ ao 6% de interese composto, para que se convertan en 1504€.

33. Se ingresamos 2700€ ao ano durante 10 anos ao 4% anual. Que cartos obteremos ao finalizar o periodo?

34. Recibimos un préstamo de 20000€, cun tipo de interese do 12% anual, e temos que devolvelo en catro anos mediante catro pagos iguais. Cal é o valor da anualidade?

Matemáticas aplicadas ás CCSS 1º Bach - Pendentes Parte II

1. Determina o dominio destas funcións:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \frac{2x+1}{x^2-5x+6} & \text{b) } f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x^2-5x+4} & \text{c) } f(x) = \sqrt{x^2-16} \\ \text{d) } f(x) = \frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{x+1}}{x} & \text{e) } f(x) = \frac{x}{1-\sqrt{x+1}} & \text{f) } f(x) = \sqrt{-x-2} \end{array}$$

2. Representa:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = \begin{cases} -x-1 & \text{se } x \leq -1 \\ 2x^2-2 & \text{se } -1 < x < 1 \\ x-1 & \text{se } 1 \geq x \end{cases} & \text{b) } f(x) = \begin{cases} \frac{-x^2}{2} + 2 & \text{se } x < 1 \\ x-3 & \text{se } x \geq 1 \end{cases} \end{array}$$

3. Dadas as funcións $f(x) = 1 - x^2$, $g(x) = \sqrt{4-2x}$ e $h(x) = \frac{1}{x^2-4}$ calcular:

$$\text{a) } (f \circ f)(x) \quad \text{b) } (g \circ f)(x) \quad \text{c) } (h \circ g)(x)$$

y halla sus dominios.

4. Calcula las funciones recíprocas de:

$$\text{a) } f(x) = x^2 \quad \text{b) } f(x) = 2x+3 \quad \text{c) } f(x) = -x \quad \text{d) } f(x) = \frac{1}{x}$$

5. Calcula os seguintes límites:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 + 3x + 2} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sqrt{1-x} - 1} \\ \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 8}{2x^2 - 5} \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - x + 1}{\sqrt{x^6 + 1}} \\ \text{e) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 - 2x - 3}{x^3 - 4x^2 + 4x - 3} \\ \text{f) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x+3} - 2} \\ \text{g) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+4} - \sqrt{x-4} \\ \text{h) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 - 5} - (2x - 3) \end{array}$$

5. Calcular canto debe valer a para que a seguinte función sexa continua en todo o seu dominio.

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x \leq 2 \\ 3 - ax^2 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

6. Considérase a función:

$$f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{se } 0 < x < 1 \\ ax^2 + b & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Determina os valores de a e b para que $f(x)$ sexa continua e $f(2) = 3$.

7. Calcular canto deben valer m , n para que a seguinte función sexa continua en todo o seu dominio.

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{se } x \leq 1 \\ mx + n & \text{se } 1 < x \leq 3 \\ -x^2 + 10x - 11 & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

8. Calcular canto deben valer a , b para que a seguinte función sexa continua en todo o seu dominio.

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + a & \text{se } x < -1 \\ x^2 - 4 & \text{se } -1 \leq x < 2 \\ \ln x - b & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

9. Calcula as asíntotas das seguintes funcións:

a) $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 4}$

b) $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 1}$

c) $f(x) = \frac{6x}{x^2 + 1}$

d) $f(x) = \frac{x^3 - 11x^2 + 30x}{x^2 - 36}$

e) $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 + x - 6}$

f) $f(x) = \frac{-x - 3}{-x^2 - 5x + 14}$

10. Calcula os seguintes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 3}{x^2 + x} \right)^{2x+1}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2 + x - 1}{2x^2 - 1} \right)^{\frac{2x+1}{x-2}}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{2x^2 - x + 1}{4x + 4} \right)^{\frac{2x}{x-3}}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2 - 3x}{-2x + 1} \right)^{\frac{-x}{2}}$$

11. Calcula as seguintes derivadas:

$$a) f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5x - 2$$

$$b) f(x) = \sqrt{x+1}$$

$$c) f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$$

$$d) f(x) = 2x^4 + 3x^2 - 2x + 5$$

$$e) f(x) = \sqrt{x+10}$$

$$f) f(x) = \frac{x+2}{x}$$

$$g) f(x) = x^2 \cdot (2x + 1)$$

$$h) f(x) = x^2 \cdot \sqrt{x}$$

12. Determina o crecemento das seguintes funcións:

$$a) f(x) = 3x^2 - 2x + 1$$

$$b) f(x) = 2x^3$$

$$c) f(x) = -3x^2 + 12x + 3$$

$$d) f(x) = (x + 2)^2$$

$$e) f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{2}$$

EXERCICIOS DE PROBABILIDADE:

1. Se lanza un dado no que as súas caras ten os números: 2, 3, 5, 7, 11, 13.

Indica:

- a) Dous sucesos compatibles e dous incompatibles.
- b) O suceso contrario a "Sacar un número de unha cifra".
- c) Que tipo de suceso é "Ser número primo".

2. Temos un cesto con froitas e verduras. De froitas hai mazás, laranxas e ceixas. De verduras temos espinacas, cenoiras e repolo. Considera os sucesos

A = "É de cor laranxa" e B = "O común no último mes". Escribe os sucesos:

- a) $A \cup B$
- b) $A \cap \overline{B}$
- c) $B - \overline{A}$

3. É posible que nun experimento aleatorio teñamos que $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,7$ e $P(A \cap B) = 0,2$? Por que?
4. Co propósito de clasificar certa documentación, Carolina crea cartafolios aos que lles pon un código de 5 letras: A, B, C, D, E.
 - a) Cantos cartafolios distintos pode facer?
 - b) Cantos terminarán en vocal?
 - c) Cal é a probabilidade de coller un cartafol ao chou e que remate en H.
 - d) Se están todos os cartafolios nun caixón e collo un ao chou, cal é a probabilidade de coller o do código ABCDE?
 - e) Cal é a probabilidade de coller un cartafol que remate en vocal?
 - f) Carolina rétate, escolle vocal ou consonante, se o cartafol extraído ao chou remata no que escollas, faite un regalo. Que escollerías? Razoa a túa resposta.
5. Invitan a 15 persoas á presentación dun libro, das cales, 10 son periodistas e 8 son editoras.
 - a) Cantas persoas son á vez periodistas e editores?
 - b) Cal é a probabilidade de que a primeira persoa en chegar non sexa un periodista?
6. Nun sorteo con 100 papeletas, Ismael ten 13 papeletas. Noutro sorteo con 140 papeletas, Luis ten 17. Que dos dous ten maior probabilidade de resultar premiado?
7. Sexan os sucesos $A = \text{"Chove hoxe"}$ e $B = \text{"Chove mañá"}$ coas probabilidades $P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,5$, $P(B | A) = 0,6$. Calcula a probabilidade de que:
 - a) Chova os dous días
 - b) Chova so hoxe
8. Nun grupo de 30 alumnos e alumnas, hai 20 persoas matriculadas en francés e o resto en alemán. Das que estudan francés o 75 % fan deporte, pero se consideramos a todo o alumnado, o 70 % fai deporte.
 - a) Cal é a probabilidade de que alguén elixido ao chou estudie francés e practique deporte?
 - b) Se eliximos ao chou un alumno, cal é a probabilidade de que estudie alemán e non faga deporte?

c) Cursar francés é independente de facer deporte?

9. Sabendo que $P(A | B) = 0,6$, $P(B | A) = 0,75$ e $P(A \cap B) = 0,3$, atopa:

a) $P(A \cup B)$

b) $P(\overline{A} | \overline{B})$

10. Unha enquisa mostra que o 70 % dos menores de 25 anos son estudantes. De entre os estudantes o 60 % fan deporte, e entre os que non son estudantes fan deporte o 40 %.

Se eliximos un menor de 25 anos, cal é a probabilidade de que non sexa estudante e practique deporte?

11. Na miña comunidade de veciños hai 18 vivendas habitadas polos seus propietarios e 12 que están alugadas. Entre as vivendas en propiedade, a metade teñen balcón e entre as alugadas so a terceira parte.

Se eliximos ao chou unha das vivendas, cal é a probabilidade de que sexa de aluguer con balcón?

12. O 85 % do persoal dunha empresa é fixa e o resto eventual. Dos traballadores fixos, o 75 % cobra máis de 1500 € ao mes e entre os eventuais a porcentaxe se reduce ao 40 %.

a) Se eliximos ao chou unha persoa fixa, cal é a probabilidade de que sexa fixa cun salario inferior a 1500 €?

b) Se eliximos ao chou unha persoa, cal é a probabilidade de que sexa eventual e cobre máis de 1500 €?

13. Para os tres exercicios anteriores responde as seguintes preguntas.

- a) No exercicio 10, a probabilidade de escoller a alguén ao chou e que practique deporte.
 - b) No exercicio 11, a probabilidade de escoller unha vivenda ao chou que teña balcón.
 - c) No exercicio 12, a probabilidade de seleccionar a unha persoa que cobre máis de 1500 euros.
14. Dos 15 canais que Irene ten sintonizados no seu televisor, 5 son para público infantil. Nos canais xeneralistas, hai 12 minutos de anuncios cada hora, mentres que nos infantís son 15 minutos cada hora.
- Se eliximos ao chou un momento do día e un canal aleatorio:
- a) Cal é a probabilidade de que estean emitindo anuncios?
 - b) Sabendo que están emitindo anuncios, cal é a probabilidade que sexa un canal infantil?
15. Das viaxes que realiza Ramón, un 65 % son en avión e o resto son en transporte terrestre. Das que fai en avión o 90 % son fóra de Europa, mentres que as de transporte terrestre fóra de Europa son un 2 %. Que porcentaxe das viaxes de Ramón son fóra de Europa?