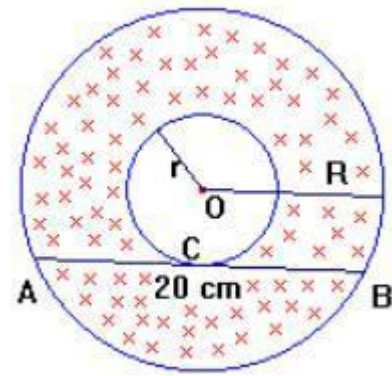


RALLYE 2002

1. Pastel en forma de coroa

O 6 de Xaneiro do 2002, colocando a miña regra de 20 cms. Sobre o pastel de Reis, dinme conta de que os seus extremos estaban sobre o círculo grande en A e en B e que era tanxente en C o círculo pequeno.



1 Calcula $R^2 - r^2$

2 ¿Cal é a área da parte punteada?

2 Unha investigación de Sherlock Holmes

O célebre detective interroga a 4 sospeitosos, él sabe que o culpable está entre eles.

“È Pedro” di Miguel.

“Non, e Antón” di Pedro.

“De tódolos xeitos, non son eu” di Fernando.

“Pedro é un mentireiro, atrévese a dicir que son eu ” di finalmente Antón.

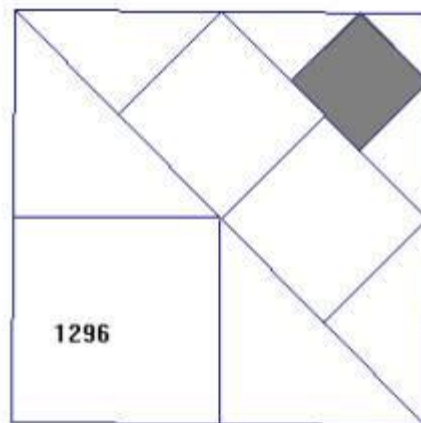
Sherlock Holmes sabe que só un di a verdade e atopa o culpable.

¿Quen e o culpable?

¿Quen di a verdade?

3. Do cadrado grande ao pequeno

A área de un dos cinco cadrados da figura adxunta esta indicado en cm^2 ¿Cal é a área



do pequeno cadrado negro?

4. Unha data “sorprendente”

Neste exercicio, na escritura da data, o día e o mes están sempre escritos con dúas cifras, podendo a primeira ser cero eventualmente

Sendo o 25/06/1987 unha data “sorprendente” pois ela ten tódalas súas cifras diferentes.

¿Cal é a próxima data “sorprendente”?

5 Pasaxe ao euro

Antes da pasaxe o euro, Cecilia e Patricio recolleitaron tódalas moedas de peseta e de peso da casa.

Eles conseguiron 427 moedas de peso e 519 moedas de peseta.

Cecilia ocupase das moedas de peso e Patricio das moedas de peseta. Eles forman pilas de moedas, todas coa mesma cantidade N de pezas, pero quedan 2 pilas incompletas, unha de 7 pezas de Cecilia e unha de 3 pezas de Patricio.

Atopar N

6 Esas sumas curiosas

1.- *Atopar 2 enteiros consecutivos que sumen 105*

2. *Atopar 3 enteiros consecutivos que sumen 105*

3. *¿De cantas maneiras se pode escribir 105 como suma de enteiros estrictamente positivos consecutivos? .*

7 O bo ano

O resto da división por 5 de 2002 é 2.

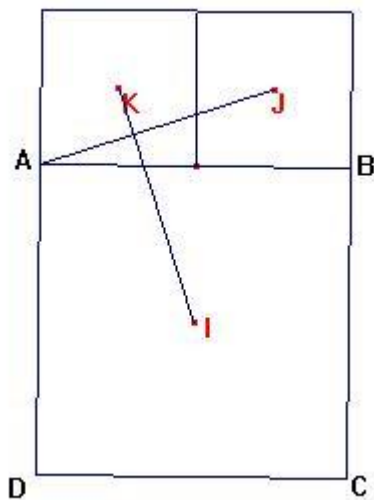
1. *¿Cal é o resto da división por 5 de 2002^2 ?*
2. *¿Cal é o resto da división por 5 de 2002^3 ?*
3. *¿Cal é o resto da división por 5 de 2002^{2002} ?*

8 Tres cadrados

O Cadrado ABCD, de centro I, ten 20 cm de lado.

Constrúense dos cadrados pequenos iguais, de centros respectivos J e K, como indica a figura.

Calcular cunha precisión de $1/10^{\text{ésimo}}$ mm as lonxitudes AJ e IK



ESPECIAL TERCEIRO

9. ¡Viva o Domingo!

Durante un mesmo mes, 3 domingos foron nun día par. ¿Cal é o día da semana que corresponde ao 20 dese mes?

R.

☐	☐	☐		☐	☐	2
☐	☐	☐		☐	☐	9
☐	☐	☐		☐	☐	16
☐	☐	☐	20	☐	☐	23
☐	☐	☐		☐	☐	30

10 A multiplicación dos cubos

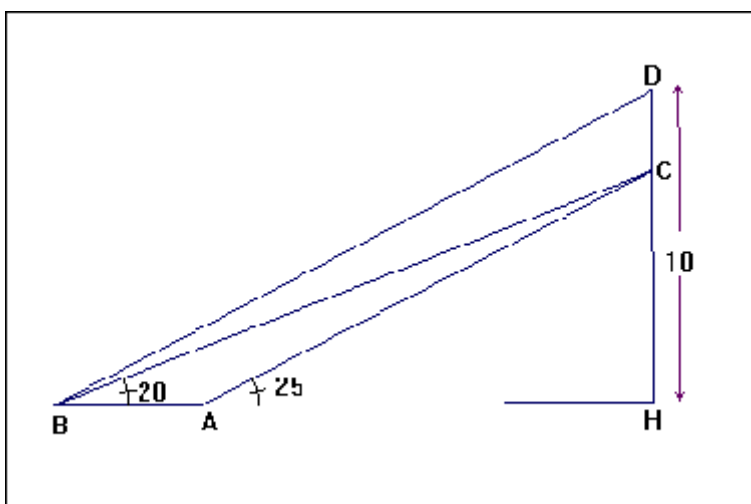
A un cubo de madeira de 4 cm de lado se lle pintan cinco das súas caras. Despois córtase en 64 cubiños de un cm de lado cada un deles.

¿Cantos cubiños se obteñen con 3 caras pintadas, con dúas caras pintadas, con unha soa cara pintada e sen caras pintadas?

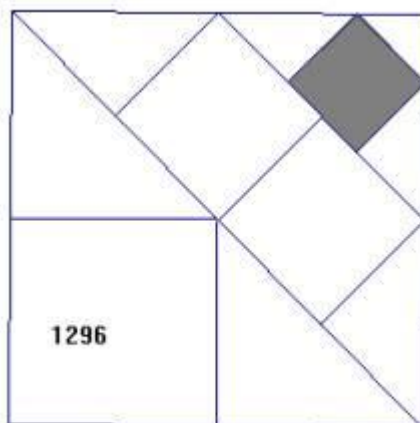
Pedro, un dos competidores, comenza a agatuñalo. Cando a súa man chega o punto C da figura, situado a unha altura de 10 metros, cansado, párase.

Un observador colocado en A, a ras do chan, ve entón o punto C baixo un ángulo de 25° . O observador retrocede a B e ve entón o punto C baixo un ángulo de 20° e a cima do pao cun ángulo de 25° .

¿Qué distancia debe aínda percorrer Pedro para coller o saco de caramelos?



A área de un dos cinco cadrados da figura adxunta esta indicado en cm^2 Cal é a área do



pequeno cadrado negro?

R. O lado do cadrado de área 1296 é 36. A metade da diagonal do cadrado grande é $36\sqrt{2}$. O lado dos seus cadrados iguais é $18\sqrt{2}$. O lado do cadrado negro é $\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 18\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

A área é 288.

4 Unha data “sorprendente”

Neste exercicio, na escritura da data, o día e o mes están sempre escritos con dúas cifras, podendo a primeira ser cero eventualmente

Sendo o 25/06/1987 unha data “sorprendente” pois ela ten tódalas súas cifras diferentes.

¿Cal é a próxima data “sorprendente”?

R. 17/06/2345

5 Pasaxe ao euro

Antes da pasaxe o euro, Cecilia e Patricio recolleitaron tódalas moedas de peseta e de peso da casa.

Eles conseguiron 427 moedas de peso e 519 moedas de peseta.

Cecilia ocupase das moedas de peso e Patricio das moedas de peseta. Eles forman pilas de moedas, todas coa mesma cantidade N de pezas, pero quedan 2 pilas incompletas, unha de 7 pezas de Cecilia e unha de 3 pezas de Patricio.

Atopar N

R. En N caixas caben $427-7=420$ moedas de peso. En N caixas caben exactamente, tamén, $519-3=516$ moedas de peseta. N é un divisor de 420 e 516 e $N>6$. Os divisores comúns son 2,3,6,12 e 12 é o único >7 .

6 Esas sumas curiosas

1.- *Atopar 2 enteiros consecutivos que sumen 105*

2. *Atopar 3 enteiros consecutivos que sumen 105*

3. *¿De cantas maneiras se pode escribir 105 como suma de enteiros estrictamente positivos consecutivos? .*

R. 1. $52+53$
2. $34+35+36$
3. $19+20+21+22+23$
 $15+16+17+18+19+20$
 $12+13+14+15+16+17+18$
 $6+7+8+\dots+13+14+15$
 $1+2+3+\dots+12+13+14$

7 O bo ano

O resto da división por 5 de 2002 é 2.

1. *¿Cal é o resto da división por 5 de 2002^2 ?*
2. *¿Cal é o resto da división por 5 de 2002^3 ?*
3. *¿Cal é o resto da división por 5 de 2002^{2002} ?*

$2002:5====$ resto 2
 $2002^2:5====$ resto 4
 $2002^3:5====$ resto 3
 $2002^4:5====$ resto 1

$2002^5:5====$ resto 2
 $2002^6:5====$ resto 4

...

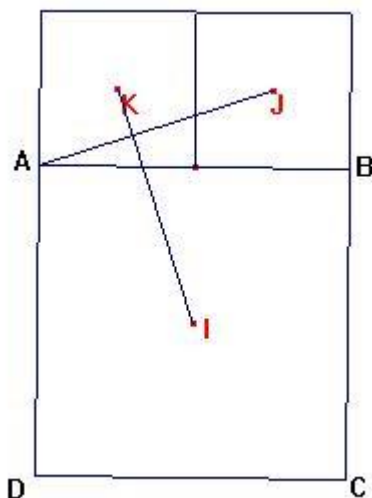
... $2002^{2002}:5=====$ resto 4, porque $2002:4$ dá resto 2

8 Tres cadrados

O Cadrado ABCD, de centro I, tem 20 cm de lado.

Constrúem-se dos cadrados pequenos iguais, de centros respectivos J e K, como indica a figura.

Calcular cunha precisión de $1/10^{\text{ésimo}}$ mm as lonxitudes AJ e IK



R. A projección de J sobre AB é E

$$AB=20; AE=15$$

$$(AJ)^2 = (AE)^2 + (JE)^2$$

$$(AJ)^2 = 15^2 + 5^2, \log AJ = 15.81$$

$$(KI)^2 = (KF)^2 + (FI)^2$$

$$(KI)^2 = 15^2 + 5^2, \log KI = 15.81$$

ESPECIAL TERCEIRO

9. ¡Viva o Domingo!

Durante un mesmo mes, 3 domingos foron nun día par. ¿Cal é o día da semana que corresponde ao 20 dese mes?

R.

						2
						9

						16
			20			23
						30

Polo que o 20 é xoves.

10 A multiplicación dos cubos

A un cubo de madeira de 4 cm de lado se lle pintan cinco das súas caras. Despois córtase en 64 cubiños de un cm de lado cada un deles.

¿Cantos cubiños se obteñen con 3 caras pintadas, con dúas caras pintadas, con unha soa cara pintada e sen caras pintadas?

3 caras pintadas = 4 cubos
 2 caras pintadas = 20 cubos
 1 cara pintada = 28 cubos
 0 caras pintadas = 12 cubos

ESPECIAL CUARTO

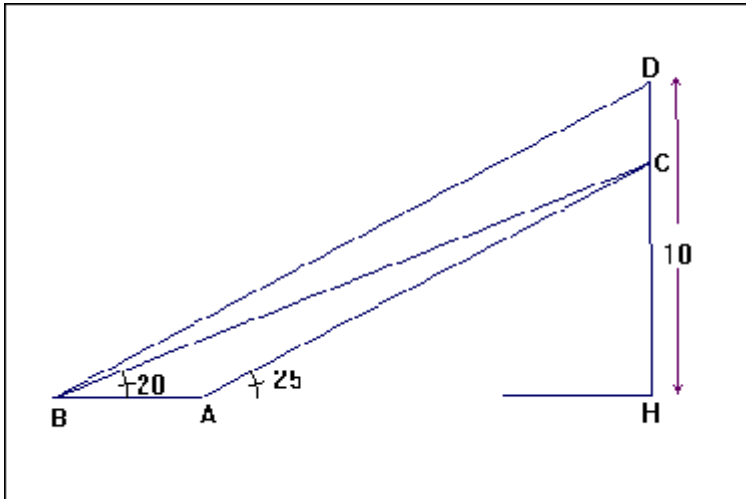
9 Escalar o pao

Para a festa do pobo, levantouse un pao. Na cima D do pao, puxeron un gran saco de caramelos.

Pedro, un dos competidores, comenza a agatuñalo. Cando a súa man chega o punto C da figura, situado a unha altura de 10 metros, cansado, párase.

Un observador colocado en A, a ras do chan, ve entón o punto C baixo un ángulo de 25° . O observador retrocede a B e ve entón o punto C baixo un ángulo de 20° e a cima do pao cun ángulo de 25° .

¿Qué distancia debe aínda percorrer Pedro para coller o saco de caramelos?



R.

Sexa $BA=y$; $AH=x$; $HC=10$; $CD=z$; entón:

$$\operatorname{tg} 25 = 10/x$$

$$\operatorname{tg} 20 = 10/(x+y)$$

$$\operatorname{tg} 20 = (10+z)/(x+y)$$

$$\text{Resolvendo } x=10/\operatorname{tg}25; \quad y= 10(1/\operatorname{tg}25 - 1/\operatorname{tg}20); \quad z=10(\operatorname{tg}25 - \operatorname{tg}20)/\operatorname{tg}20$$

10 Posta na caixa

Claudia ten unha caixa que ten a forma dun paralelepípedo rectángulo. Os centros das caras que teñen un vértice común forman un triángulo de lados 16 cm, 20 cm e 24 cm.

¿Cal é o volume da caixa?

R.

Sexa x , y , z a metade do lado da caixa, logo

$$16^2 = x^2 + y^2$$

$$20^2 = y^2 + z^2$$

$$24^2 = x^2 + z^2$$

Resolvendo o sistema $x=14'69$; $y=6'32$; $z=18'97$.

O volumen $V=1763'63$.