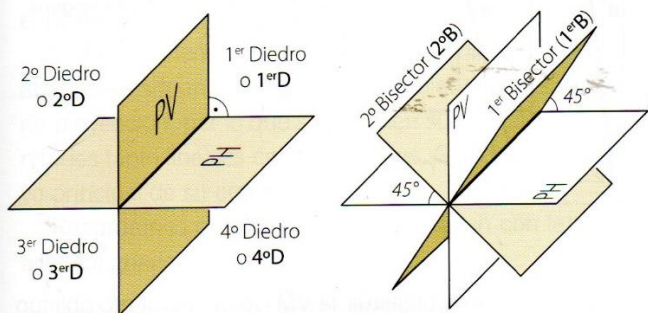


7.1. INTRODUCCIÓN

Recordemos los elementos del sistema diédrico, que ya estudiamos el curso pasado. Como ya sabemos el sistema diédrico se fundamenta en las proyecciones cilíndricas ortogonales de puntos sobre dos planos de proyección: uno horizontal, llamado plano horizontal de proyección o PH, y otro vertical llamado plano vertical de proyección o PV. Estos planos, ilimitados y opacos, se cortan ortogonalmente, la recta intersección es la línea de tierra o LT. El PH y el PV dividen el espacio en cuatro diedros, también llamados cuadrantes. Los diedros se nombran 1º, 2º, 3º y 4º, siguiendo el sentido anti horario. Los planos bisectores son dos y dividen el espacio en ocho partes u octantes iguales. El 1º bisector o 1ºB, cruza por el 1ºD y el 3ºD, y el 2º bisector o 2ºB, por el 2ºD y el 4ºD.



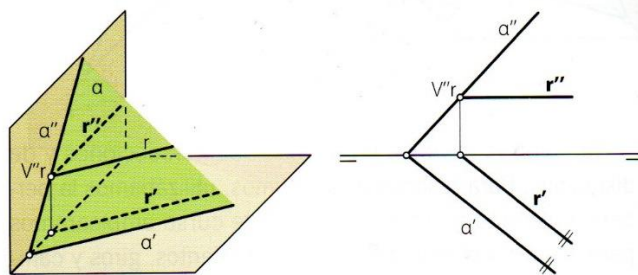
El observador se colocará siempre en el 1ºD, y sólo se considera vista la parte de los cuerpos que allí se encuentran.

En el curso pasado estudiamos también la representación del punto, de la recta y del plano y las diferentes posiciones que pueden adoptar estos elementos en el espacio

con respecto a los planos de proyección. Vamos a repasar las rectas notables.

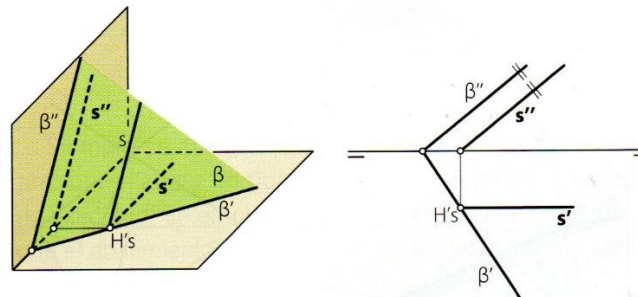
• RECTA HORIZONTAL DEL PLANO:

- Proyección horizontal paralela a la traza homónima del plano.
- Trazo vertical en traza homónima del plano.



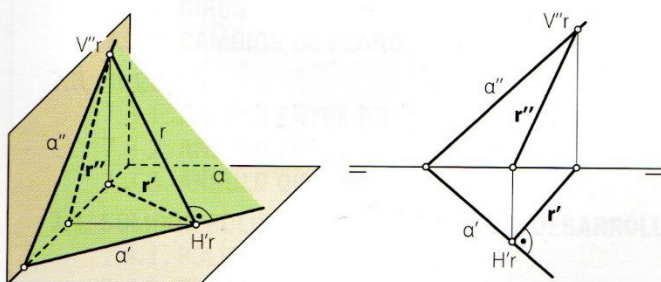
• RECTA FRONTAL DEL PLANO:

- Proyección vertical paralela a la homónima del plano.
- Trazo vertical en la homónima del plano.



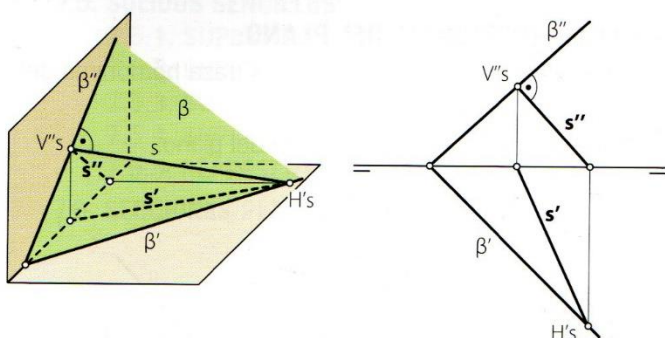
• RECTA DE MÁXIMA PENDIENTE (r.m.p.):

Proyección horizontal perpendicular a traza homónima del plano.



• RECTA DE MÁXIMA INCLINACIÓN (r.m.i.):

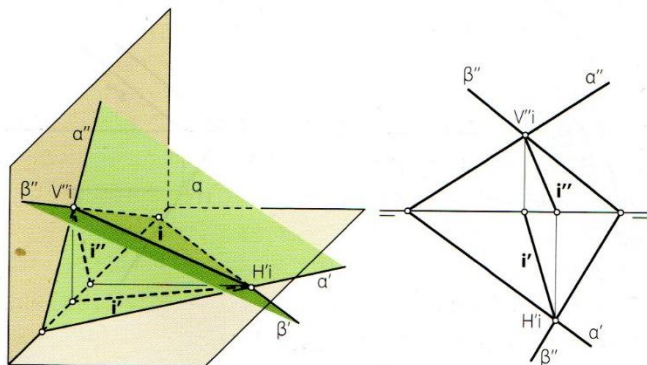
Proyección vertical perpendicular a la homónima del plano.



También resolvimos problemas de intersecciones y de distancias. Para resolver estos últimos, utilizábamos la perpendicularidad entre elementos; este curso emplearemos para ello los métodos diédricos, abatimientos, giros y cambios de planos. Antes de comenzar el estudio de estos métodos, vamos a realizar un breve repaso de los casos de intersecciones que estudiamos el curso pasado.

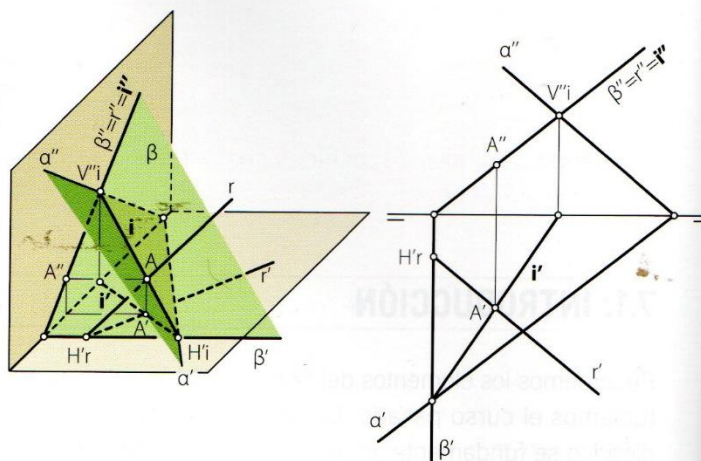
• INTERSECCIÓN ENTRE DOS PLANOS:

La solución es una recta cuyas trazas se encuentran en la intersección de las trazas homónimas de los dos planos.



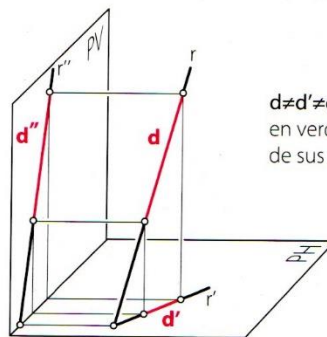
• INTERSECCIÓN ENTRE RECTA Y PLANO:

La solución es un punto. Para hallarlo contenemos la recta en un plano auxiliar y hallamos la intersección con el plano dado como si de dos planos se tratara. Donde la recta intersección corta a la recta dada, tenemos el punto intersección.



7.2. MÉTODOS: ABATIMIENTOS, GIROS Y CAMBIOS DE PLANO

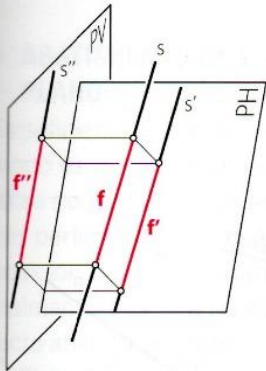
La VM de los elementos del espacio sólo se aprecia cuando éstos son paralelos o están contenidos en al menos uno de los planos de proyección.



$d \neq d' \neq d''$. El segmento d no se muestra en verdadera magnitud (VM) en ninguna de sus proyecciones.

Así pues, para conseguir la VM de un elemento oblicuo al PH y al PV, podemos hacer dos cosas:

- 1.^a Mover el elemento del espacio para ponerlos paralelos a PH o PV. Esto se consigue mediante abatimientos o giros.
- 2.^a Mover los planos de proyección para colocarlos paralelos a los elementos del espacio. Este método diédrico se llama cambio de plano.



$f=f' \neq f''$. El segmento f se muestra en verdadera magnitud (VM) en su proyección horizontal f' por ser s paralela a PH.

En este caso se ha realizado un cambio de plano.

Cuando hablamos de métodos nos referimos a procedimientos empleados en geometría descriptiva para facilitar las operaciones de cara a la resolución de un problema complejo.

Con frecuencia las figuras situadas en el espacio requieren, para obtener sus proyecciones diédricas, unos procesos laboriosos. Y además, por estar contenidas en planos oblicuos a los de proyección, se proyectan deformadas, o mejor dicho, no se proyectan en verdadera magnitud (VM). Los métodos permiten de forma sencilla el conocimiento de la verdadera magnitud de las entidades, inaccesibles en general desde las proyecciones diédricas. Como hemos dicho vamos a estudiar los tres métodos: abatimientos, giros y cambios de plano.

7.2.1. ABATIMIENTOS

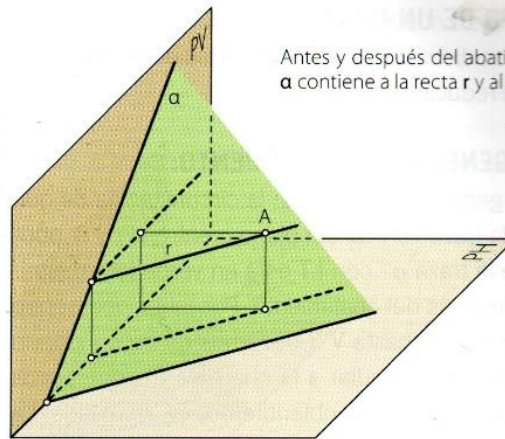
Abatir un plano es hacer coincidir a éste con otro que se considera de proyección, o bien, situarlo paralelamente a él, girándose para ello alrededor de la recta de intersección de ambos. Esta recta (traza) alrededor de la cual se abate el plano, recibe el nombre de **charnela** o **ch**.

Todos los elementos que estén contenidos en el plano abatido se sitúan después del abatimiento sobre el plano de proyección, por lo que se obtienen sus verdaderas magnitudes tanto lineales como angulares. Siendo éste el motivo principal de su empleo.

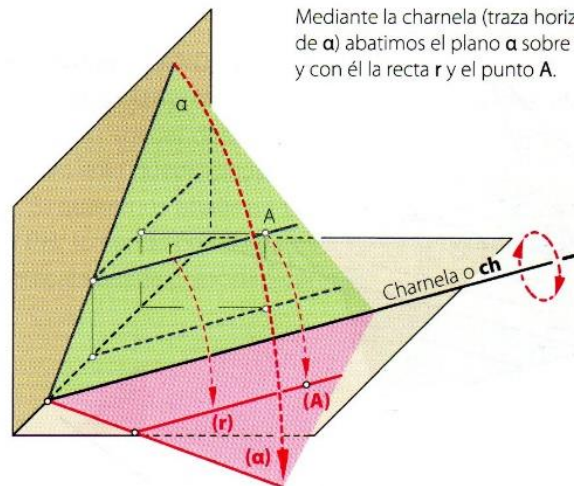
Recordemos que los planos se designan con letras del alfabeto griego.

Alfabeto griego (letas minúsculas).

α Alfa	η Eta	ν Ny	τ Tau
β Beta	θ Theta	ξ Xi	υ Upsilon
γ Gamma	ι Iota	ο Ómicron	φ Fi
δ Delta	κ Kappa	π Pi	χ Ji
ε Épsilon	λ Lambda	ρ Ro	ψ Psi
ζ Dseta	μ My	σ Sigma	ω Omega



Antes y después del abatimiento, el plano α contiene a la recta r y al punto A .



Mediante la charnela (traza horizontal de α) abatimos el plano α sobre el PH, y con él la recta r y el punto A .

ch Charnela

(α) Plano abatido
(A) Punto abatido
(r) recta abatida

Usamos igualmente paréntesis para las proyecciones abatidas de los puntos, rectas, trazas y planos: **(A')**, **(r')**, **(H'r)**, **(α')**, etc.

Siempre se abate un plano sobre otro. Aunque las expresiones "abatir un punto" y "abatir una recta" carecen de exactitud, se emplean por su sencillez, entendiéndose que el abatimiento se realiza con un plano que contenga a estos elementos.

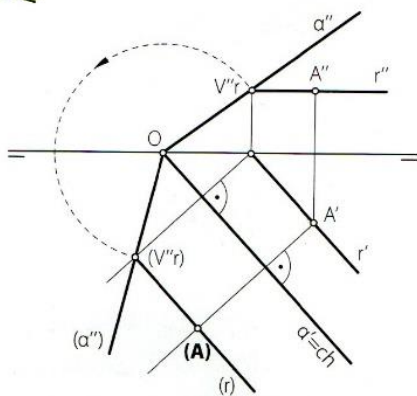
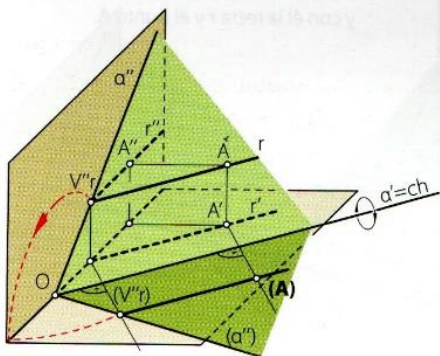
Existen dos procedimientos para abatir, el método general de abatimiento y el método reducido.

ABATIMIENTO DE UN PUNTO

Como ya hemos dicho, existen dos métodos de abatimiento, el general y el reducido.

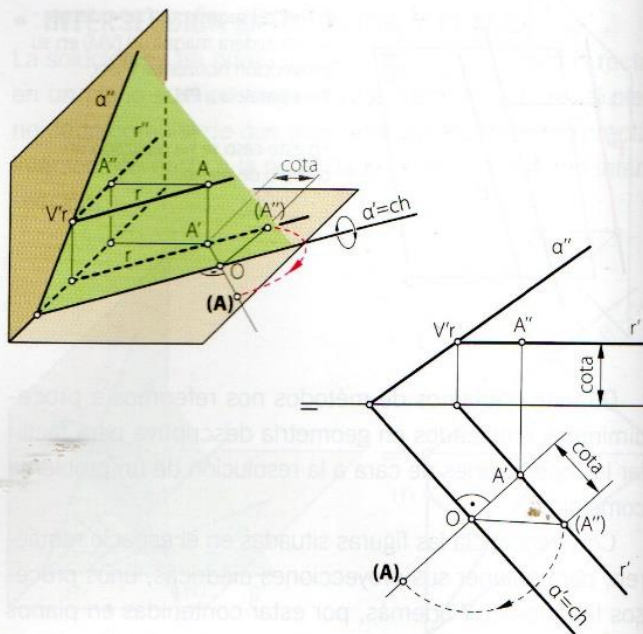
• MÉTODO GENERAL DE ABATIMIENTO:

En el método general se aprovecha la circunstancia de que el segmento de traza vertical del plano α entre $V''r$ y el punto de corte de la traza α'' con LT está en verdadera magnitud, antes y después del abatimiento. Por tanto, con centro en el punto O y radio hasta $V''r$ trazamos un arco y donde éste corte a la perpendicular a la charnela trazada por la proyección horizontal de $V''r$, obtendremos $(V''r)$ abatido. La recta r pasa por $(V''r)$ y mantiene su paralelismo con la traza horizontal del plano una vez abatida; el punto (A) abatido se encontrará igualmente en (r) , trazando por la proyección A' la perpendicular a la charnela hasta cortar a (r) .

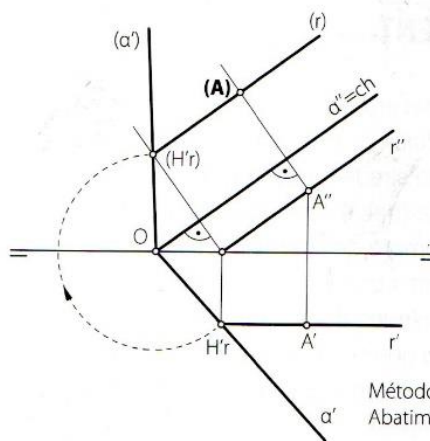
**• MÉTODO REDUCIDO DE ABATIMIENTO:**

Queremos abatir un punto A contenido en un plano α . Consideramos como charnela la traza horizontal del plano α , recta del plano que ya estará abatida por encontrarse en el PH.

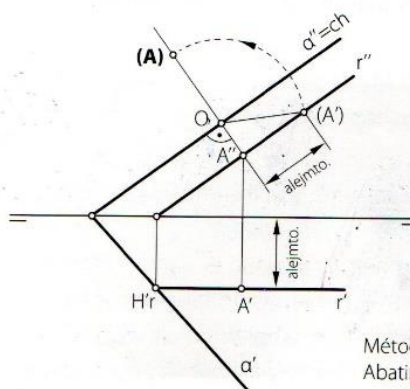
Se contiene al punto A en una recta horizontal r del plano α . Por la proyección horizontal del punto se traza una perpendicular a la charnela. Sobre la r' se lleva la cota del punto, obteniendo el punto (A'') . Con centro en O y radio $O(A'')$, se traza un arco que corta a la perpendicular en un punto (A), punto A abatido.



El abatimiento sobre el PV puede realizarse tomando como charnela la traza vertical del plano α . El procedimiento es el mismo, pero operando con la proyección vertical del punto y tomándose el alejamiento en lugar de la cota. Seguidamente se muestra el abatimiento de un mismo punto A sobre PV mediante los dos métodos.



Método general de abatimiento.
Abatimiento de A sobre el PV.

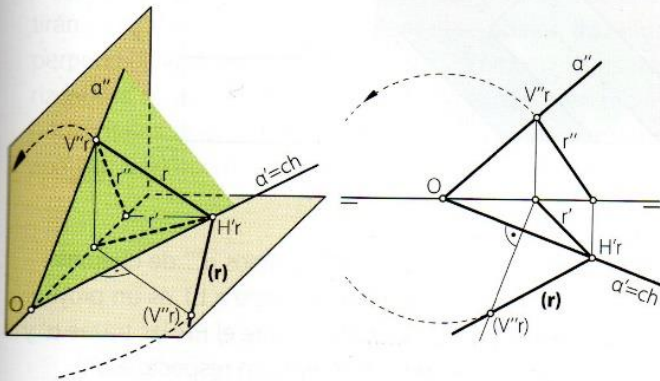


Método reducido de abatimiento
Abatimiento de A sobre el PV.

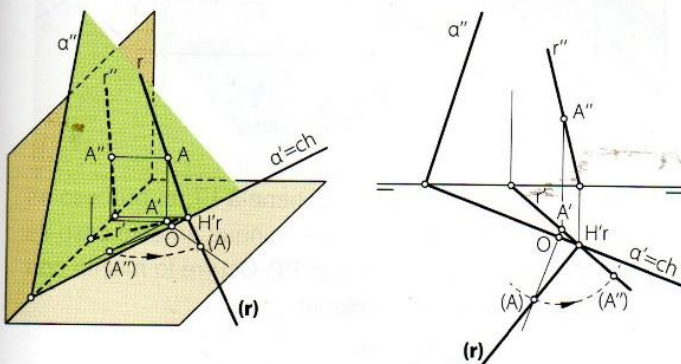
• ABATIMIENTO DE UNA RECTA CONTENIDA EN UN PLANO:

Es suficiente con abatir dos puntos de la recta. Lo más cómodo es que estos dos puntos sean las trazas de la recta (si se conocen), ya que son puntos de ella. Una de las trazas pertenecerá a la charnela y, por tanto, conservará su posición durante el abatimiento, y, la otra se abatirá normalmente. Uniendo las dos trazas abatidas obtendremos la recta abatida buscada.

El ángulo que forma la recta abatida con la traza del plano es el que forman en el espacio, y se muestra en verdadera magnitud.



Si una de las trazas de la recta quedara fuera de los límites del papel o en el caso de no conocer ninguna de ellas, se abaten otros puntos de la misma y se unen una vez abatidos.

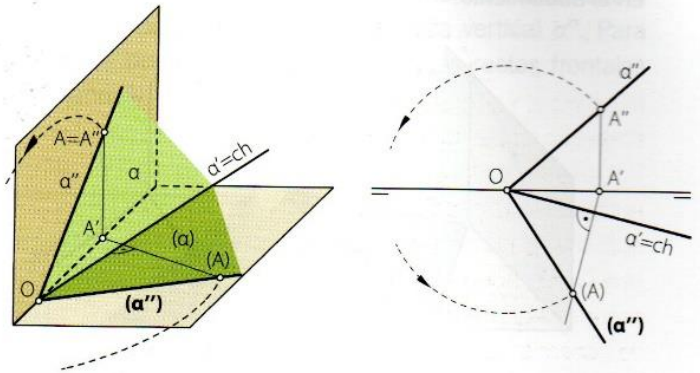


ABATIMIENTO DE UN PLANO

Para abatir un plano, bastará con abatir una de sus trazas mientras que la otra, que actúa de charnela, permanece inmóvil.

Para abatir el plano α hemos tomado el punto A contenido en su traza vertical α'' , y lo hemos abatido trazando con centro en O y radio $\overline{OA''}$ un arco hasta cortar con la perpendicular a la charnela α' trazada desde A' , obteniendo

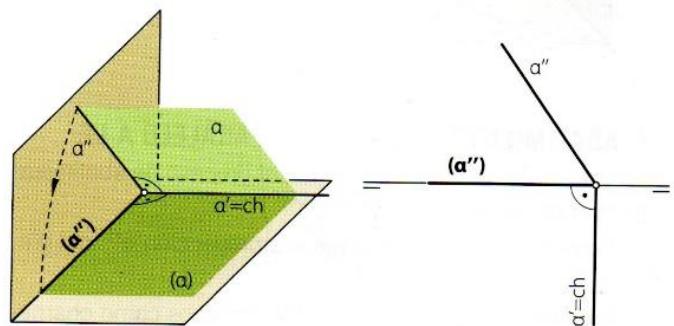
(A), que es un punto de (α'') . La unión de O con (A) es la solución, es decir, (α'') .



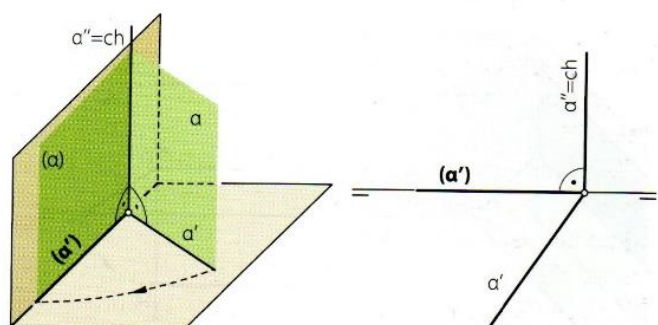
• ABATIR PLANOS PROYECTANTES:

Los planos proyectantes conservan la perpendicularidad entre sus trazas después del abatimiento. De hecho, el abatimiento puede dibujarse directamente.

Si queremos abatir un plano proyectante vertical sobre el PH, tomando como charnela su traza horizontal, la traza vertical abatida coincidirá con LT.



Si tenemos un proyectante horizontal y lo abatimos sobre el PV, tomando como charnela su traza vertical, la traza horizontal abatida coincidirá con LT.

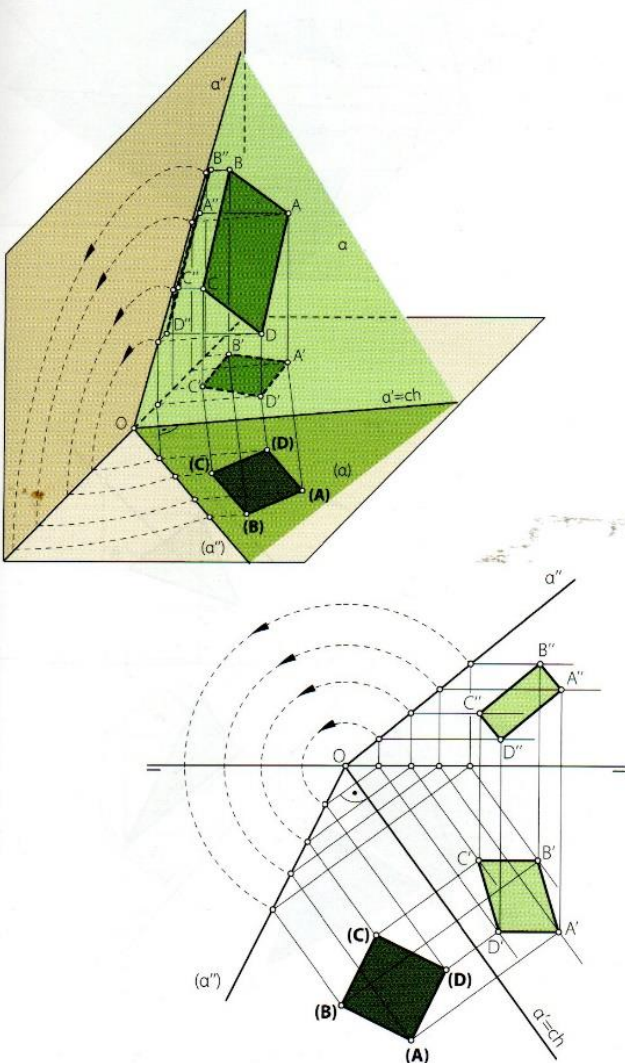


ABATIMIENTO DE FIGURAS PLANAS

Para abatir cualquier figura plana es necesario abatir el plano que la contiene junto con varios puntos de dicha figura, ayudándose de rectas auxiliares horizontales y frontales que contengan a dichos puntos. En el caso de formas poligonales se abatirán los vértices de las figuras.

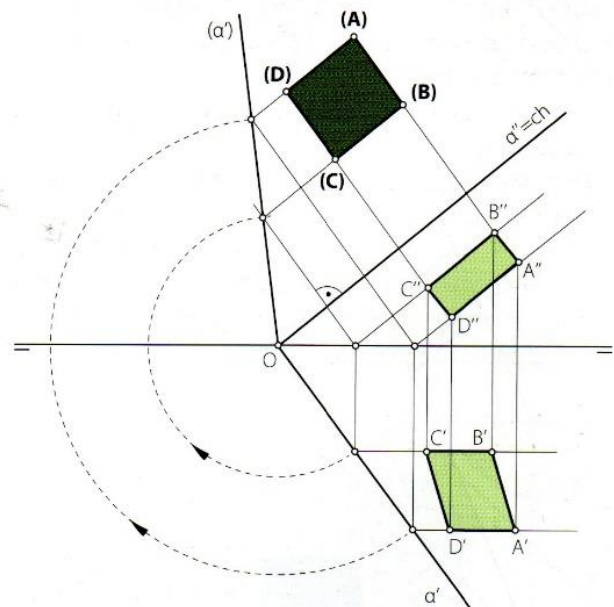
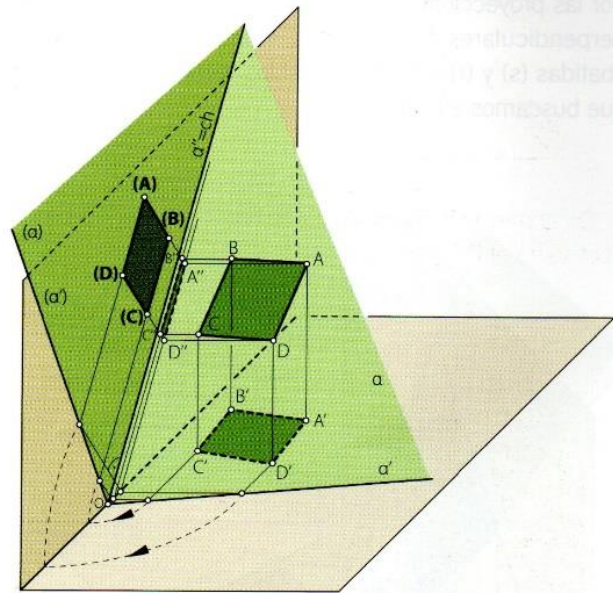
• **ABATIMIENTO DE UN CUADRADO CONTENIDO EN UN PLANO OBLICUO, SOBRE EL PH:**

Partimos de las proyecciones del cuadrado. Se va a abatir el plano que contiene a la figura tomando la traza horizontal α' como charnela. Se contienen los puntos (vértices del cuadrado) en rectas horizontales del plano que se abatirán junto con el plano α . Los puntos se abaten trazando perpendiculares a la charnela desde las proyecciones horizontales de los mismos, y donde éstas cortan a las rectas horizontales abatidas, tenemos los vértices del cuadrado abatido. Sólo queda unirlos y obtendremos la figura en VM.



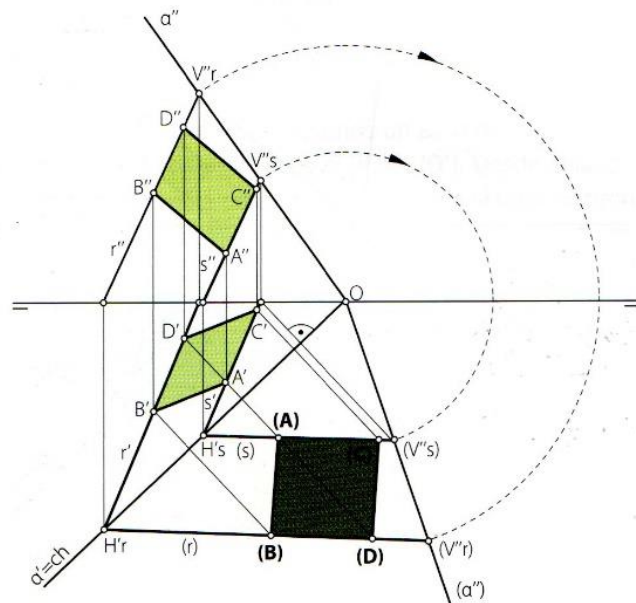
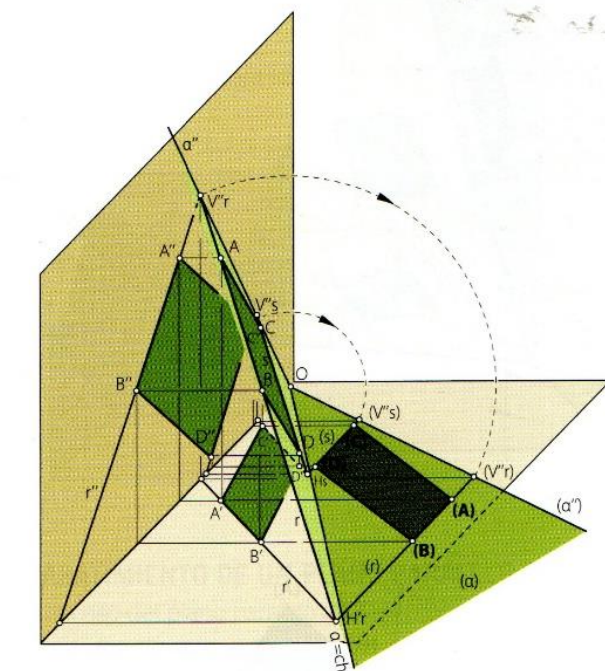
• **ABATIMIENTO DE UN CUADRADO CONTENIDO EN UN PLANO OBLICUO, SOBRE EL PV:**

En este caso, el procedimiento es como en el dibujo anterior, con la diferencia de que el plano α se abate sobre el PV tomando como charnela la traza vertical α'' . Para abatir los puntos de la figura usaremos rectas frontales del plano.



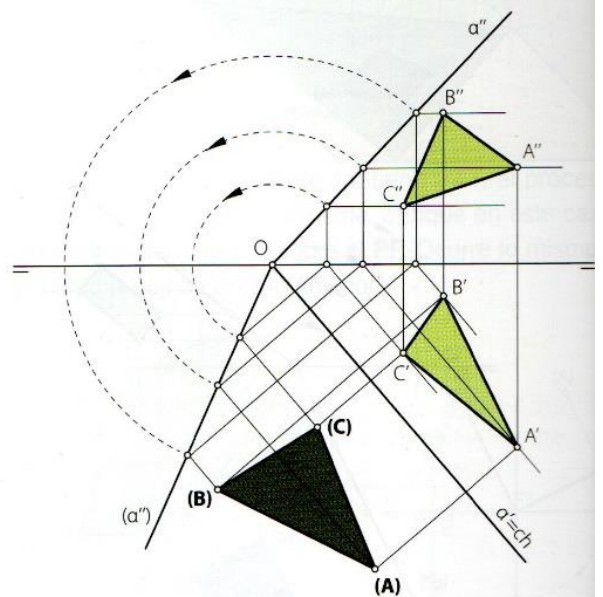
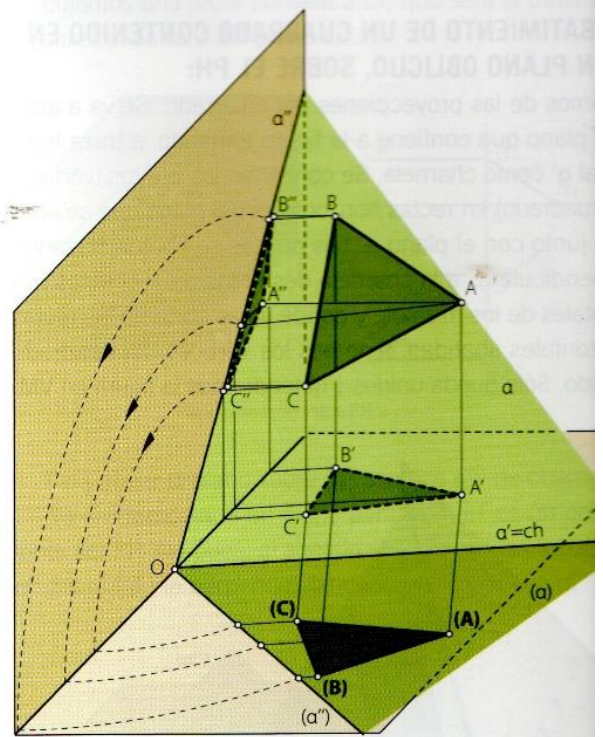
• **ABATIMIENTO SOBRE EL PH DE UN CUADRILÁTERO CONTENIDO EN UN PLANO OBLICUO Y QUE TIENE DOS DE SUS LADOS CONTENIDOS EN DOS RECTAS PARALELAS DEL PLANO:**

En este caso abatimos el plano α sobre PH, usando α' como charnela, junto con las rectas r y s que están contenidas en él y sobre las cuales se encuentran dos lados del cuadrado (comprobamos su paralelismo en el abatimiento). Por las proyecciones horizontales de los puntos trazamos perpendiculares a la charnela; éstas cortan a las rectas abatidas (s) y (r) obteniendo así los vértices del cuadrado que buscamos en VM.



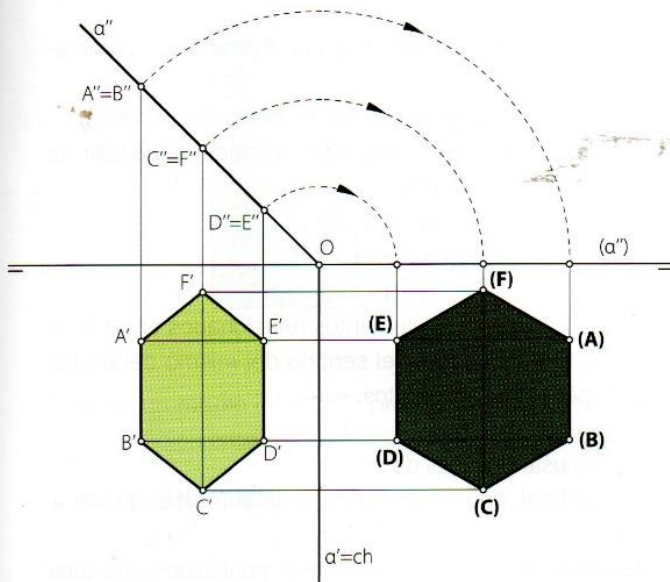
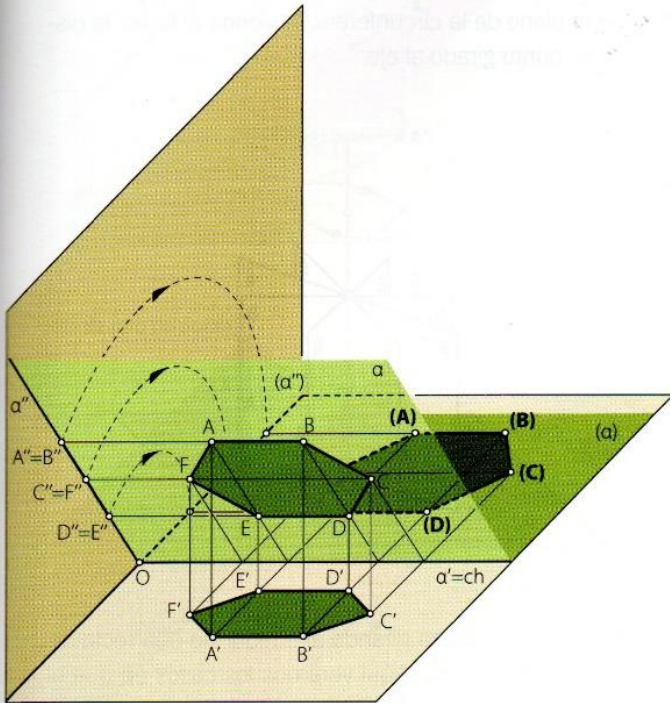
• **ABATIMIENTO DE UN TRIÁNGULO CONTENIDO EN UN PLANO OBLICUO, SOBRE EL PH:**

El procedimiento es el mismo que en los casos anteriores pero esta vez partiendo de las proyecciones de un triángulo.



• **ABATIMIENTO DE UN HEXÁGONO CONTENIDO EN UN PLANO PROYECTANTE VERTICAL, SOBRE EL PH:**

Al estar la figura contenida en un plano proyectante, α'' se abate sobre LT. La traza horizontal α' actúa de charnela.



• **ABATIMIENTO DE UNA CIRCUNFERENCIA CONTENIDA EN UN PLANO OBLICUO, SOBRE EL PH:**

En el caso de conocer el radio de la circunferencia, basta con abatir su centro y dibujarla. Para obtener puntos de la misma, trazaremos los diámetros necesarios.

