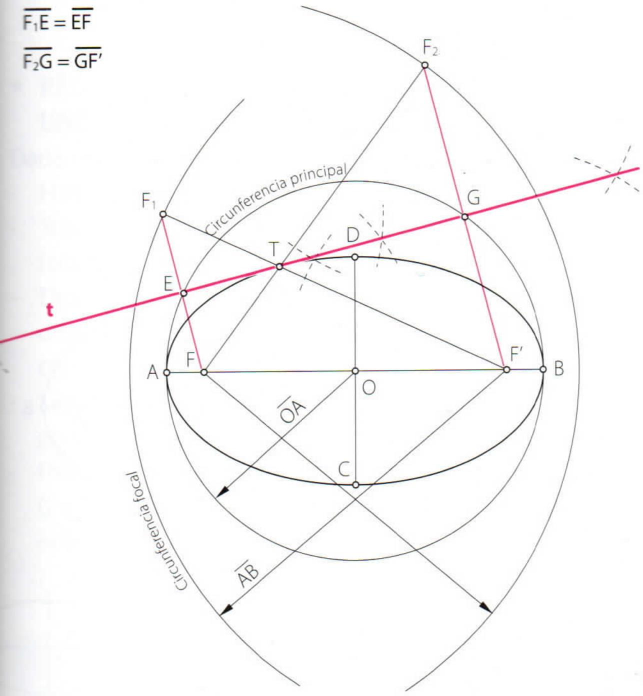
## 6.1. PROPIEDADES DE LAS RECTAS TANGENTES

### • EN LA ELIPSE:

Las proyecciones de los focos sobre cualquier recta tangente a la elipse pertenecen a la circunferencia principal.

El punto simétrico de un foco respecto de cualquier recta tangente a la elipse pertenece a la circunferencia focal cuyo centro es el otro foco.

La recta t tangente a una cónica en un punto T de la misma es bisectriz del ángulo FTF', siendo F y F' los focos de la curva.




El *Arco parabólico* (1959), monumento de 18 m de altura ubicado en la ciudad peruana de Tacna.

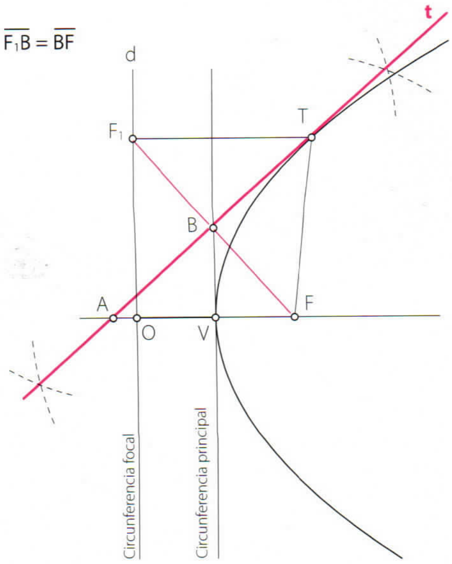
Catedral de Brasilia (1970). Oscar Niemeyer. Estructura arquitectónica de perfil hiperbólico.

### • EN LA PARÁBOLA:

La proyección del foco sobre una tangente pertenece a la circunferencia principal.

La directriz es el lugar geométrico de los puntos simétricos del foco F respecto de cada tangente.

El foco F equidista del punto de tangencia de una tangente y del punto donde ésta corta al eje de la parábola, es decir, $\overline{FT}=\overline{FA}$.



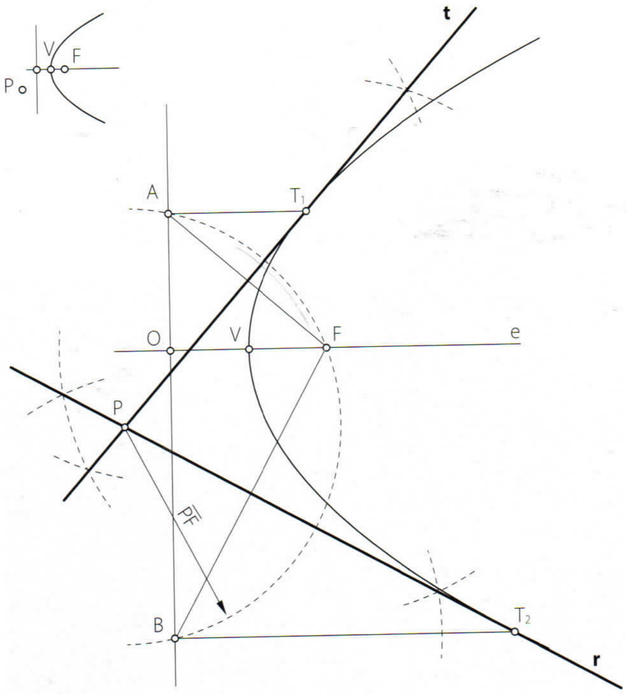
**Michel Floréal Chasles**

(15 nov. 1793 - 18 dic. 1880). Matemático francés. Considerado como padre de la Geometría proyectiva moderna. Sus trabajos versaron sobre temas de geometría proyectiva y descriptiva, en especial sobre las secciones y curvas cónicas.

## • RECTAS TANGENTES A UNA PARÁBOLA DESDE UN PUNTO EXTERIOR:

Dada la parábola de vértice V, foco F y un punto exterior P.

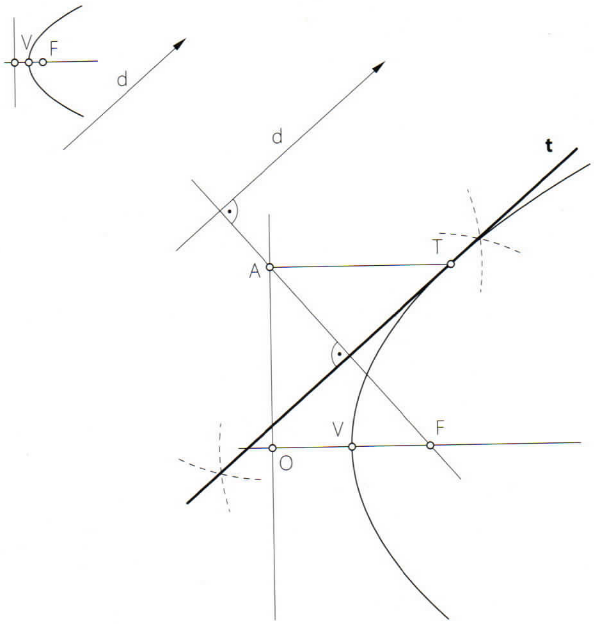
- Haciendo centro en P se traza un arco que pase por el foco F, éste corta a la circunferencia focal (directriz) en los puntos A y B.
- Las mediatrices de los segmentos $\overline{AF}$ y $\overline{FB}$ son las tangentes buscadas t y r.
- Para hallar los puntos de tangencia se traza por A y por B rectas paralelas al eje y donde éstas cortan a las tangentes t y r obtenemos los puntos de tangencia $T_1$ y $T_2$.

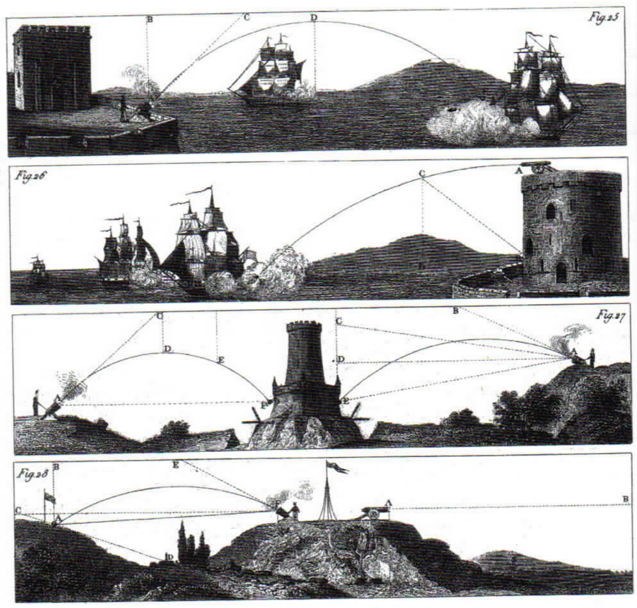



## • RECTA TANGENTE A UNA PARÁBOLA PARALELA A UNA DIRECCIÓN DADA:

Dada la parábola de vértice V, foco F y la dirección d.

- Desde el foco F se traza la perpendicular a la dirección d que corta a la circunferencia focal (directriz) en el punto A.
- La mediatriz del segmento $\overline{AF}$ es la recta tangente buscada t.
- Para hallar el punto de tangencia se traza por A la paralela al eje hasta cortar a la recta tangente t en el punto T.



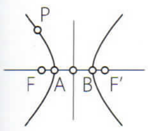
ESTUDIOS DE TRAYECTORIAS DE PROYECTILES DE CAÑÓN QUE DESCRIBEN PARÁBOLAS.

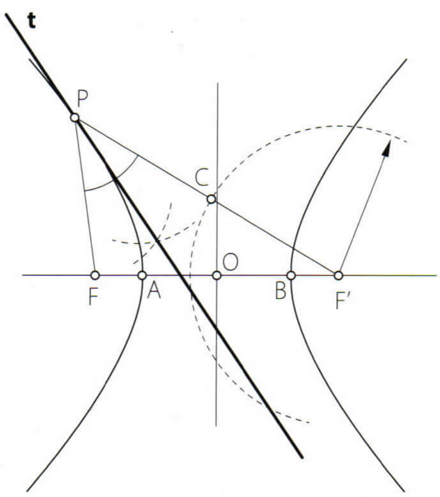
## 6.4. RECTAS TANGENTES A LA HIPÉRBOLA

### • RECTA TANGENTE A UNA HIPÉRBOLA EN UN PUNTO DE LA MISMA:

Dada la hipérbola de eje $\overline{AB}$, focos F y F', y un punto P de la misma.

- Trazamos la circunferencia focal correspondiente al foco F'.
- Unimos el foco F' con el punto P, cortando a la circunferencia focal en el punto C, simétrico del foco F, respecto de la recta tangente.
- La bisectriz del ángulo FPC es la recta tangente que buscamos t.
- Si repetimos el proceso desde el foco F hallaremos la otra recta tangente a la hipérbola.

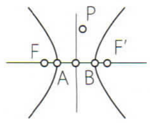


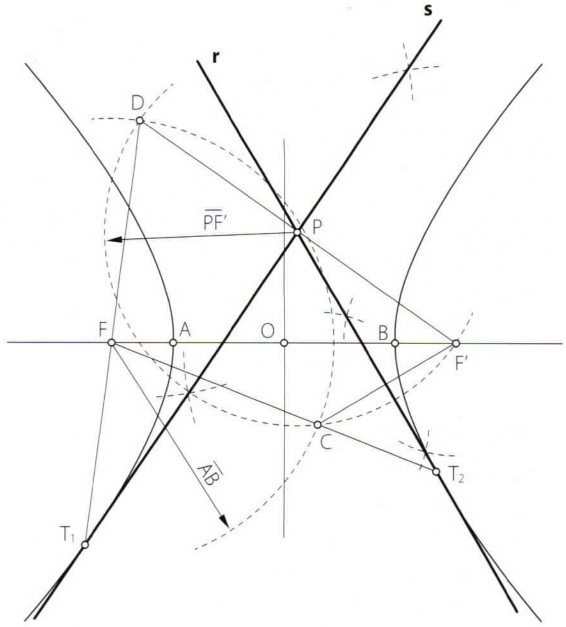




### • RECTAS TANGENTES A UNA HIPÉRBOLA DESDE UN PUNTO EXTERIOR:

Dada la hipérbola de eje $\overline{AB}$, focos F y F', y el punto exterior P.

- Trazamos la circunferencia focal correspondiente al foco F.
- Con centro en el punto P se traza un arco de circunferencia que pase por el foco F', éste corta a la circunferencia focal en los puntos C y D.
- Las mediatrices de los segmentos $\overline{CF'}$ y $\overline{DF'}$ son las tangentes buscadas r y s.
- Para hallar los puntos de tangencia debemos unir los puntos C y D con el foco F hasta cortar a las rectas tangentes en los puntos $T_1$ y $T_2$.




**Apolonio de Perga o de Pérgamo**

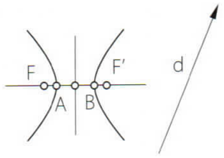
(262-190 a. C.) Griego conocido como El Gran Geómetra. Dedicó su trabajo a la geometría, y en especial a las secciones planas y a las curvas planas. Fue él quien puso nombre a la elipse, la parábola y la hipérbola.

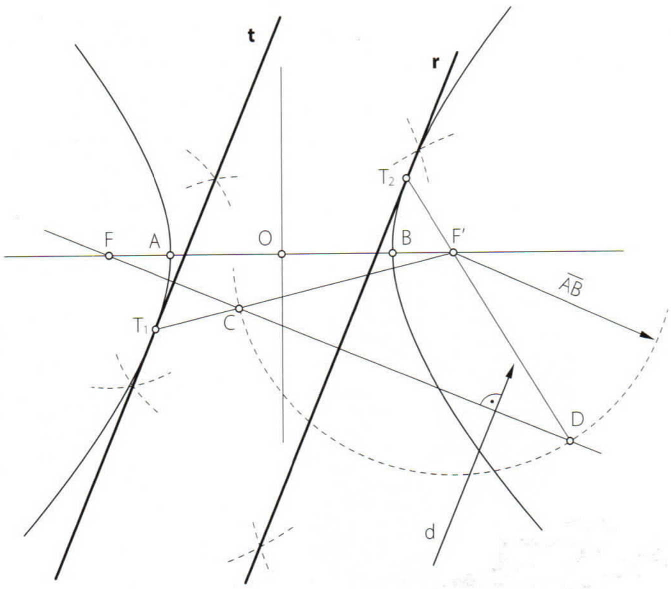
Se le atribuye también la teoría de los epiciclos, con la cual intentaba explicar el movimiento aparente de los planetas y de la velocidad de la Luna.

## • RECTAS TANGENTES A UNA HIPÉRBOLA TANGENTES A UNA DIRECCIÓN DADA:

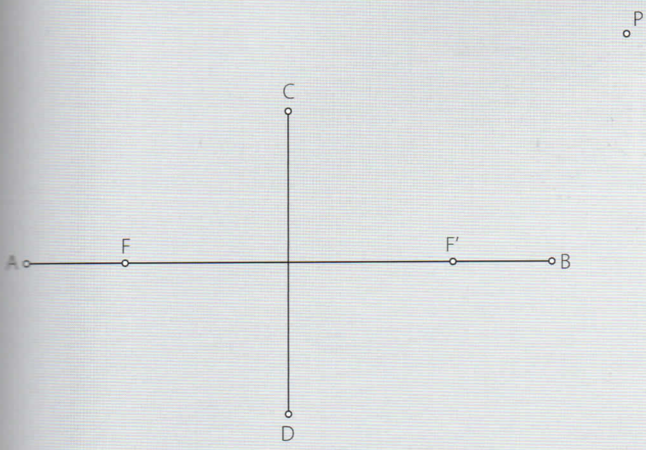
Dada la hipérbola de eje $\overline{AB}$, focos F y F', y la dirección d.

- Trazamos la circunferencia focal correspondiente al foco F'.
- Desde el foco F se traza la perpendicular a la dirección d que corta a la circunferencia focal en los puntos C y D.
- Las mediatrices de los segmentos $\overline{CF}$ y $\overline{DF}$ son las tangentes buscadas t y r.
- Para hallar los puntos de tangencia debemos unir los puntos C y D con el foco F' hasta cortar a las rectas tangentes en los puntos $T_1$ y $T_2$.

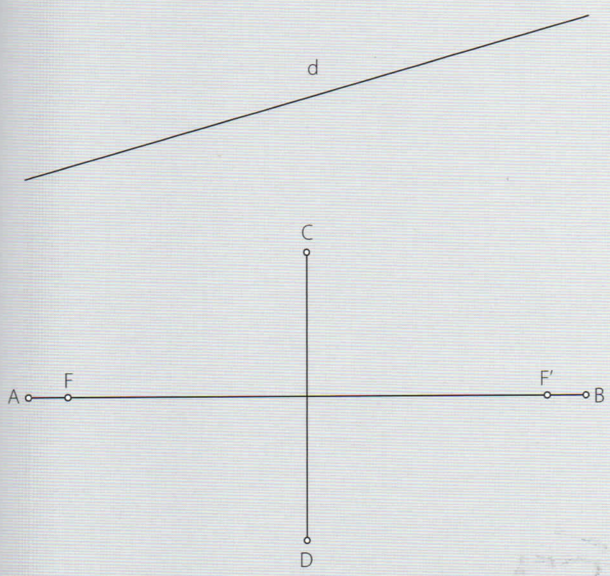


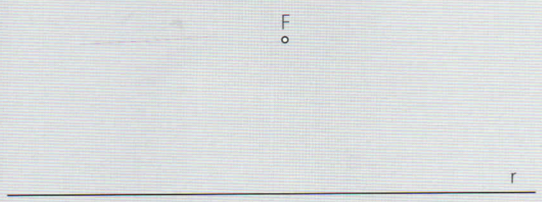
1. Construir una elipse dados sus focos y sus ejes, trazar las rectas tangentes a la misma por el punto **P** exterior.




2. Construir una elipse dados sus ejes y sus focos y trazar las rectas tangentes paralelas a la recta **d** dada.

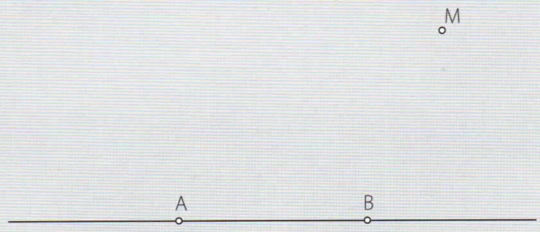



3. Dibujar el lugar geométrico de los puntos que equidistan de la recta **r** y del punto **F**. Trazar el eje de la cónica obtenida. Hallar la tangente a la curva en el punto **A** de la misma que equidista 40 mm del punto **F** y de la recta **r**.




4. Conocidos el foco **F** y el vértice **V** de una parábola, se pide determinar el eje y la directriz de la parábola, dibujar la cónica y trazar la tangente a la parábola por un punto **P** de la misma situado 50 mm por encima de su eje.


5. Dados el eje real, los vértices **A** y **B**, y un punto **M** de una de las asíntotas de una hipérbola, determinar las asíntotas, los focos, dibujar las dos ramas de la cónica y la tangente por uno de los puntos obtenidos.




6. Delinear la pieza representada.