Radicales

1.- Reducir a índice común los siguientes radicales:

a) $\sqrt[3]{4}, \sqrt{5}, \sqrt[4]{7}$ **b)** $\sqrt[4]{a^3}, \sqrt[6]{a^2}, \sqrt[3]{a^4}$ **c)** $\sqrt{b}, \sqrt[3]{a}, \sqrt[4]{ab}$

Sol: a) $\sqrt[12]{4^4}, \sqrt[12]{5^6}, \sqrt[12]{7^3}$ b) $\sqrt[12]{a^9}, \sqrt[12]{a^4}, a\sqrt[12]{a^4}$ c) $\sqrt[12]{b^6}, \sqrt[12]{a^4}, \sqrt[12]{b^3 \cdot a^3}$

2.- Extraer factores de los siguientes radicales:

a) $\sqrt{8}$ **b)** $\sqrt[3]{16}$ **c)** $\sqrt{\dfrac{27}{4}}$ **d)** $4\sqrt{8b^3a^7}$

e) $\sqrt[3]{\dfrac{729}{512}}$ **f)** $\sqrt[3]{-125}$ **g)** $\sqrt[3]{\dfrac{b^6}{216}}$ **h)** $\sqrt[3]{\dfrac{-1}{27b^6}}$

i) $\sqrt[5]{\dfrac{-32}{b^{10}}}$ **j)** $\sqrt[3]{\dfrac{216}{343}}$ **k)** $\sqrt{4x^6y^{12}}$ **l)** $\sqrt[4]{14641}$

Sol: a) $2\sqrt{2}$; b) $2\sqrt[3]{2}$; c) $\dfrac{3}{2}\sqrt{3}$; d) $8 \cdot a^3 \cdot b\sqrt{2ab}$; e) $\dfrac{9}{8}$; f) -5; g) $\dfrac{b^2}{6}$;

h) $\dfrac{-1}{3b^2}$; i) $\dfrac{-2}{b^2}$; j) $\dfrac{6}{7}$; k) $2x^3y^6$; l) 11

3.- Introduce los factores en el radical y simplifica:

a) $2x\sqrt{x}$ **b)** $3\sqrt[3]{3}$ **c)** $\dfrac{2}{3}\sqrt[3]{9}$ **d)** $\dfrac{3}{8}\sqrt{\dfrac{2}{27}x}$

e) $\dfrac{4x}{3}\sqrt{\dfrac{9}{4}xy}$ **f)** $3mx^2\sqrt{\dfrac{1}{3}mx}$ **g)** $\dfrac{2a}{3}\sqrt[3]{\dfrac{9a}{16}}$ **h)** $\dfrac{7}{2}\sqrt{\dfrac{8}{21}}$

Sol: a) $\sqrt{4x^3}$; b) $3\sqrt[3]{3^4}$; c) $\sqrt[3]{\dfrac{8}{3}}$; d) $\sqrt{\dfrac{x}{96}}$; e) $\sqrt{4x^3y}$; f) $\sqrt{3m^3x^5}$; g) $\sqrt[3]{\dfrac{a^4}{6}}$; h) $\sqrt{\dfrac{14}{3}}$

4.- Simplifica:

a) $\sqrt[3]{81b^7}$ **b)** $\sqrt[5]{128m^{10}}$ **c)** $\sqrt[7]{256b^{14}c^{11}}$

d) $\sqrt[4]{b^7m^3}$ **e)** $\sqrt{2,\widehat{7}b^3}$ **f)** $\sqrt[5]{\dfrac{1}{243}b^7m^{45}}$

g) $\sqrt[3]{0,001b^7}$ **h)** $\sqrt{324b^3x}$ **i)** $\sqrt[3]{\dfrac{8}{729}b^5m^{14}}$

j) $\sqrt[5]{125m^{10}c^{13}b^7}$ **k)** $\sqrt[3]{\dfrac{216}{343}m^{12}b^{15}c}$ **l)** $\sqrt[5]{1024m^{37}c^{18}}$

Sol: a) $3b^2\sqrt[3]{3b}$; b) $2m^2\sqrt[5]{4}$; c) $2b^2c\sqrt[7]{2c^4}$; d) $b\sqrt[4]{b^3m^3}$; e) $\dfrac{5}{3}b\sqrt{b}$; f) $\dfrac{b}{3}m^9\sqrt[5]{b^2}$; g) $\dfrac{b^2}{10}\sqrt[3]{b}$;

h) $18b\sqrt{bx}$; i) $\dfrac{2}{9}bm^4\sqrt[3]{b^2m^2}$; j) $m^2c^2b\sqrt[5]{5^3c^3b^2}$; k) $\dfrac{6}{7}m^4b^5\sqrt[3]{c}$; l) $4m^7c^3\sqrt[5]{m^2c^3}$

5.- Reducir al máximo los siguientes radicales:

a) $\sqrt[6]{3^4}$ **b)** $\sqrt[10]{7^{18}}$ **c)** $\sqrt[20]{\left(\dfrac{3}{2}\right)^5}$ **d)** $\sqrt[16]{\dfrac{x^8y^{24}}{3^{32}}}$

Sol: a) $\sqrt[3]{3^2}$ b) $7\sqrt[5]{7^4}$ c) $\sqrt[4]{\dfrac{3}{2}}$ d) $\dfrac{y\sqrt{xy}}{3^2}$

6.- Decir si los siguientes radicales son semejantes:

a) $3\sqrt{2}, \sqrt{18}$ **b)** $2\sqrt{3}, \sqrt{243}, \sqrt{75}$ **c)** $\sqrt[3]{125a^4}, \sqrt[3]{27a^7}$

Sol: Todos si

7.- Calcular los siguientes productos:

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{7}$ **b)** $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{10}$ **c)** $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2b} \cdot \sqrt[6]{a^3b^2}$

Sol: a) $\sqrt[12]{2^4 \cdot 7^3}$ b) $\sqrt[12]{3^6 \cdot 5^4 \cdot 10^3}$ c) $a\sqrt[3]{a^2b^2}$

8.- Calcular los siguientes cocientes:

a) $\dfrac{\sqrt[4]{8}}{\sqrt[6]{4}}$ **b)** $\dfrac{\sqrt[6]{27}}{\sqrt[4]{9}}$ **c)** $\dfrac{\sqrt[6]{125}}{\sqrt[4]{25}}$ **d)** $\dfrac{15\sqrt{32}}{3\sqrt{2}}$

Sol: a) $\sqrt[12]{2^5}$ b) 1   c) 1   d) 20

9.- Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\left(2+\sqrt{7}\right)\left(7-\sqrt{7}\right)$ **b)** $\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)$

c) $\sqrt{8}\left(\sqrt{2} - 5\sqrt{6} + \sqrt{18}\right)$ **d)** $\left(2\sqrt{3}+5\sqrt{2}\right)\left(7\sqrt{3}-2\right)$

e) $\sqrt{\sqrt{13}+3} \cdot \sqrt{\sqrt{13}-3}$ **f)** $\left(9\sqrt{5}-7\right) \cdot \left(9\sqrt{5}+7\right)$

Sol: a) $7+5\sqrt{7}$ b) 2 c) $16-20\sqrt{3}$ d) $42-4\sqrt{3}+35\sqrt{6}-10\sqrt{2}$ e) 2 f) 356

10.- Calcular las siguientes sumas:

a) $\sqrt{\dfrac{1}{3}} + \sqrt{27} - \sqrt{12}$ **b)** $\sqrt{\dfrac{1}{2}} + \sqrt{2} + \sqrt[4]{4} + \sqrt[6]{8} + \sqrt[4]{64}$

c) $5\sqrt[6]{8} - 3(\sqrt{4} + \sqrt[10]{32}) - 8\sqrt[8]{16} + \dfrac{1}{\sqrt{8}}$

Sol: a) $\dfrac{4}{3}\sqrt{3}$ b) $\dfrac{11}{2}\sqrt{2}$ c) $-\dfrac{1}{4}\left(23\sqrt{2}-24\right)$

11.- Realiza las siguientes sumas:

a) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$

c) $6\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$ d) $2\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 8\sqrt{5}$

e) $3\sqrt{2} - 4\sqrt{8} + 5\sqrt{50} - 3\sqrt{32}$ f) $\sqrt{24} - 5\sqrt{6} + \sqrt{486}$

g) $4\sqrt{12} - 3\sqrt{75} + 6\sqrt{300} - \sqrt{108}$ h) $\sqrt{75a^3b^2} + \sqrt{3ab^4}$

Sol: a)$5\sqrt{2}$;b)0;c)$3\sqrt{2}$;d)$14\sqrt{5}$;e)$8\sqrt{2}$;f)$6\sqrt{6}$;g)$47\sqrt{3}$;h)$\left(5ab+b^2\right)\sqrt{3a}$

12.- Opera:

a) $2\sqrt{20} + 4\sqrt{80} - 5\sqrt{180} + 3\sqrt{125}$ b) $\dfrac{1}{4}\sqrt{128} + 6\sqrt{512} - \dfrac{1}{2}\sqrt{32} - 3\sqrt{98}$

c) $\dfrac{2}{5}\sqrt{20} - \dfrac{3}{5}\sqrt{80} + \dfrac{1}{2}\sqrt{180} + 6\sqrt{45}$ d) $\dfrac{4}{3}\sqrt{27} - \dfrac{1}{3}\sqrt{243} + \sqrt{75} - 2\sqrt{48}$

e) $5\sqrt{44} - 3\sqrt{275} + 6\sqrt{396} - \sqrt{1331}$ f) $7\sqrt{28} - 4\sqrt{63} + 5\sqrt{343} - 2\sqrt{7}$

Sol: a) $5\sqrt{5}$; b) $75\sqrt{2}$; c) $\dfrac{97}{5}\sqrt{5}$; d) $-2\sqrt{3}$; e) $20\sqrt{11}$; f) $35\sqrt{7}$

13.- Racionaliza las siguientes expresiones:

a) $\dfrac{a}{\sqrt{m}}$ **b)** $\dfrac{5}{\sqrt{3}}$ **c)** $\dfrac{a}{a+\sqrt{b}}$ **d)** $\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}$

e) $\dfrac{5}{2\sqrt[3]{5}}$ **f)** $\dfrac{m}{q\sqrt[5]{m^2}}$ **g)** $\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ **h)** $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

i) $\dfrac{\sqrt{3}+a}{\sqrt{3}-a}$ **j)** $\dfrac{3}{5\sqrt[5]{3^2}}$ **k)** $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}$ **l)** $\dfrac{2\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{2\sqrt{y}-2\sqrt{x}}$

m) $\dfrac{4}{\sqrt{5}-1}$ **n)** $\dfrac{3}{3+\sqrt{6}}$ **ñ)** $\dfrac{3}{4-\sqrt{13}}$ **o)** $\dfrac{a+b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

p) $\dfrac{3}{2\sqrt[4]{3^3}}$ **q)** $\dfrac{7}{3\sqrt[6]{7^4}}$ **r)** $\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ **s)** $\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}$

Sol: a)$\dfrac{a\sqrt{m}}{m}$; b) $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$; c) $\dfrac{a^2-a\sqrt{b}}{a^2-b}$; d)$1+\sqrt{3}$; e) $\dfrac{\sqrt[3]{5^2}}{2}$;f)$\dfrac{\sqrt[5]{m^3}}{q}$;g)$\dfrac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$;

h) $4+\sqrt{15}$; i) $\dfrac{\sqrt{9}-a^2}{3-a}$; j)$\dfrac{\sqrt[5]{3^3}}{5}$; k)$\dfrac{a+x+2\sqrt{ax}}{x-a}$; l) -1;m) $\sqrt{5}+1$; n)$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$;

ñ)$\dfrac{-\sqrt{13}}{3}$;o)$\dfrac{(a+b)\cdot(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$;p)$\dfrac{\sqrt[4]{3}}{2}$; q) $\dfrac{\sqrt[6]{7^2}}{3}$; r) $\sqrt{5}+\sqrt{3}$; s)-1

14.- Calcula el valor de estas expresiones:

a)$\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \dfrac{2}{\sqrt{3}-1} - \dfrac{4}{\sqrt{5}-1}$ b)$\dfrac{3}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} + \dfrac{2}{\sqrt{3}+1} - \dfrac{5}{\sqrt{6}+1}$

c)$\dfrac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} - \dfrac{1}{\sqrt{2}+1} - \dfrac{6}{\sqrt{7}+1}$ d)$\dfrac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} - \dfrac{3}{\sqrt{7}-2} - \dfrac{1}{\sqrt{5}-2}$

Sol: a) -2; b) 0; c) 2; d) -4

15.- Calcula:

$$2\sqrt{8} - 3\sqrt[4]{64} + 5\sqrt[3]{32} - 2\sqrt[5]{128} - 3\sqrt[10]{32768}$$

Sol:- $-2\sqrt{2}$