

1.- Calcular:

a) $\log_2 8$

f) $\log_2 0,25$

k) $\log_4 64 + \log_8 64$

o) $\log 3 / \log 81$

b) $\log_3 9$

g) $\log_{0,5} 16$

l) $\log 0,1 - \log 0,01$

p) $\log_2 3 \times \log_3 4$

c) $\log_4 2$

h) $\log_{0,1} 100$

m) $\log 5 + \log 20$

q) $\log_9 25 \div \log_3 5$

d) $\log_{27} 3$

i) $\log_3 27 + \log_3 1$

n) $\log 2 - \log 0,2$

r) $\log_a \sqrt[3]{a^2}$

e) $\log_5 0,2$

j) $\log_5 25 - \log_5 5$

ñ) $\log 32 / \log 2$

s) $\log_{\sqrt{2}} 2$

Sol: a) 3; b) 2; c) 0,5; d) 1/3; e) -1; f) -2; g) -4; h) -2; i) 3; j) 1; k) 5; l) 1; m) 2; n) 1; ñ) 5; o) 0,25; p) 2; q) 1; r) 2/3; s) 2

2.- Determinar el valor de x en las siguientes expresiones:

a) $\log_3 81 = x$

g) $\log_x 25 = -2$

m) $\log_4 64 = (2x - 1) / 3$

b) $\log_5 0,2 = x$

h) $\log_{2x+3} 81 = 2$

n) $\log_6 [4(x - 1)] = 2$

c) $\log_2 16 = x^3 / 2$

i) $x + 2 = 10^{\log 5}$

ñ) $\log_8 [2(x^3 + 5)] = 2$

d) $\log_2 x = -3$

j) $x = 10^{4 \log 2}$

o) $x = \log 625 / \log 125$

e) $\log_7 x = 3$

k) $x = \log 8 / \log 2$

p) $\log(x + 1) / \log(x - 1) = 2$

f) $\log_x 125 = 3$

l) $\log_{9/16} x = 3/2$

q) $\log(x - 7) / \log(x - 1) = 0,5$

Sol: a) 4; b) -1; c) 2; d) 1/8; e) 343; f) 5; g) 1/5; h) 3; i) 3; j) 16; k) 3; l) 27/64; m) 5; n) 10; ñ) 3; o) 4/3; p) 3; q) 10

3.- Calcula el valor de las siguientes expresiones:

a) $\log_2 \frac{\sqrt[6]{64} \cdot 4^2}{2^5 \cdot \sqrt[3]{512}}$

b) $\log_3 \frac{27 \cdot \sqrt{729}}{81 \cdot \sqrt[3]{27}}$

c) $\log_5 \frac{25 \cdot \sqrt[4]{625}}{125}$

d) $\log_7 \frac{49 \cdot \sqrt[3]{343}}{\sqrt{2401}}$

e) $\log \left(\frac{0,01 \cdot \sqrt[3]{100}}{10^{-1} \cdot 0,1} \right)$

Sol: a) -3; b) 1; c) 0; d) 1; e) -5/2

4.- Aplica las propiedades de los logaritmos para reducir estas expresiones a un solo logaritmo:

a) $\log a + \log b$

f) $\log 2 + \log 3 + \log 4$

k) $\frac{1}{2} \log x - \frac{1}{3} \log y + \frac{1}{4} \log z$

b) $\log x - \log y$

g) $\frac{1}{3} \log a - \frac{1}{2} \log b - \frac{1}{2} \log c$

l) $\log(a - b) - \log 3$

c) $\frac{1}{2} \log x + \frac{1}{2} \log y$

h) $\frac{3}{2} \log a + \frac{5}{2} \log b$

m) $\log a - 4 \log b + \frac{1}{5} (\log c - 2 \log d)$

d) $\log a - \log x - \log y$

i) $\log a + \frac{1}{2} \log b - 2 \log c$

n) $\frac{p}{n} \log a + \frac{q}{n} \log b$

e) $\log p + \log q - \log r - \log s$

j) $\log(a + b) + \log(a - b)$

ñ) $\log_a ac + \log_d d^3 + \log_b b - \log_a c$

Sol: a) $\log(a \cdot b)$; b) $\log(x/y)$; c) $\log\sqrt{xy}$; d) $\log\left(\frac{a}{xy}\right)$; e) $\log\left(\frac{p \cdot q}{r \cdot s}\right)$; f) $\log 24$; g) $\log\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b \cdot c}}$; h) $\log\sqrt{a^3 \cdot b^5}$; i) $\log\frac{a\sqrt{b}}{c^2}$

j) $\log(a^2 - b^2)$; k) $\log\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{y}} \cdot \sqrt[4]{z}\right)$; l) $\log\frac{a-b}{3}$; m) $\log\left(\frac{a}{b^4} \cdot \sqrt[5]{\frac{c}{d^2}}\right)$; n) $\log\sqrt[3]{a^p \cdot b^q}$; ñ) 5

5.- Sabiendo que $\log 2 \approx 0,3$ y que $\log 3 \approx 0,48$ calcula los siguientes logaritmos:

1) $\log 4$

5) $\log 12$

09) $\log 25$

13) $\log 45$

2) $\log 5$

6) $\log 15$

10) $\log 30$

14) $\log 60$

3) $\log 6$

7) $\log 18$

11) $\log 36$

15) $\log 72$

4) $\log 8$

8) $\log 24$

12) $\log 40$

16) $\log 75$

Sol: 1) 0,6; 2) 0,7; 3) 0,78; 4) 0,9; 5) 1,08; 6) 1,18; 7) 1,26; 8) 1,38; 9) 1,4; 10) 1,48; 11) 1,56; 12) 1,6; 13) 1,66; 14) 1,78; 15) 1,86; 16) 1,88

6.- Conociendo los valores de $\log 2$ y de $\log 3$, halla los valores de las siguientes expresiones:

a) $\log 14,4$

c) $\log 3600$

e) $\log \frac{\sqrt{5,4}}{12,8}$

g) $\log(\sqrt{3,2} \cdot \sqrt{1,6})$

b) $\log 0,048$

d) $\log \sqrt{5,76}$

f) $\log \frac{1}{6561}$

h) $\log \sqrt[3]{\frac{9}{2}}$

Sol: a) $4\log 2 + 2\log 3 - 1$; b) $4\log 2 + 2\log 3 - 3$; c) $2(\log 2 + \log 3) + 2$; d) $3\log 2 + \log 3 - 1$; e) $\frac{1}{2} + 3/2 \log 3 - 13/2 \log 2$; f) $-8\log 3$; g) $9/2 \log 2 - 1$; h) $2/3 \log 3 - 1/3 \log 2$

7.- Expresa en forma de logaritmo cada igualdad:

$$a) 4^x = 16 \quad b) 10^x = 1,48 \quad c) a^x = \frac{b \cdot c}{d} \quad d) p^x = \frac{a+b}{a-b} \quad e) \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{27}{8}$$

$$\text{Sol: } a) \log_4 16 = x \quad b) \log_{10} 1,48 = x \quad c) \log_a \frac{b \cdot c}{d} = x \quad d) \log_p \frac{a+b}{a-b} = x \quad e) \log_{\frac{2}{3}} \frac{27}{8} = x$$

8.- Expresa en la forma exponencial las siguientes igualdades:

$$a) \log_a x = y \quad b) \log_{10} 1000 = x \quad c) \log_a a^2 = 2 \quad d) \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} = 3$$

$$e) \log_{\frac{p}{q}} q = -1 \quad f) \log_{x-y} (x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3) = 3$$

$$\text{Sol: } a) a^y = x; b) 10^x = 1000; c) a^2 = a^2; d) \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}; e) p = q^2; f) (x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

9.- Determina el valor de x en las siguientes ecuaciones logarítmicas y exponenciales:

$$a) \log 4x = 3 \cdot \log 2 + 4 \cdot \log 3$$

$$g) \frac{\log(7+x^2)}{\log(x-4)} = 2$$

$$b) \log(2x-4) = 2$$

$$h) 2 \cdot \log(3x-4) = \log 100 + \log(2x+1)^2$$

$$c) 2 \cdot \log(3-x) = -1$$

$$i) \log_2(x^2 - 1) - \log_2(x+1) = 2$$

$$d) \log(x+1) + \log x = \log(x+9)$$

$$j) \log^2 x - 3 \log x = -2$$

$$e) \log(x+3) = \log 2 - \log(x+2)$$

$$k) 2 \cdot \log(x+5) = \log(x+7)$$

$$f) \log(x^2 + 15) = \log(x+3) + \log x$$

$$l) \log \sqrt{x-1} = \log(x+1) - \log \sqrt{x+4}$$

Sol: a) 162; b) 52; c) No; d) ± 3 ; e) 4 y 1; f) 5; g) 9/8; h) -14/17 y -6/23; i) 5; j) 10 y 100; k) -3; l) 5

10.- Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

$$a) \log_3(x+2) + \log_3(x-4) = 3 \quad b) 2^{2+x} - 2^{1+x} + 2^x = \frac{1}{2} \quad c) \log_3\left(\frac{x+1}{2x-1}\right) = 2 \quad d) e^x - 6e^{-x} = 1$$

$$e) \log 2 + \log(11-x^2) = 2 \log(5-x) \quad f) \log_3(3^x - 8) = 2 - x \quad g) 3^x - 3^{1-x} = 2 \quad h) 2^{2x} - 2^x = 12$$

$$i) 3 \log x - \log 30 = \log \frac{x^2}{5} \quad j) \log(5 \log 100) = x \quad k) 3^{2x+1} - 5 = 11 \quad l) 7^{3x-2} = 1$$

$$\text{Sol: } a) x = 7 \quad b) x = -1 - \frac{\log 3}{\log 2} \quad c) x = \frac{10}{17} \quad d) x = \ln 3 \quad e) \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = \frac{1}{3} \end{cases} \quad f) x = 2 \quad g) x = 1 \quad h) x = 2 \quad i) x = 6 \quad j) x = 2 \quad k) x = \frac{2 \log 2}{\log 3} - \frac{1}{2} \quad l) x = \frac{2}{3}$$

11.- Calcula el valor de x en estas igualdades:

$$a) \log 3^x = 2 \quad b) \log x^2 = -2 \quad c) 7^x = 115 \quad d) 5^{-x} = 3 \quad e) e^{x-2} = e^{2(x-1)} \quad f) \log_x 32 = \frac{5}{2} \quad g) \log_9 x = 2$$

Sol: a) 4,19; b) $\pm 0,1$; c) 2,438; d) -0,683; e) 0; f) 4; g) 81

12.- Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

$$a) \log \sqrt{3x+1} - \log \sqrt{2x-3} = 1 - \log 5 \quad e) \log(x + \sqrt{x^2 - 1}) = -\log(x - \sqrt{x^2 - 1}) \quad i) 2 \log(x) = 3 + \log\left(\frac{x}{10}\right)$$

$$b) \log(2^{2-x})^{2+x} + \log(1250) = 4 \quad f) 5 \log \frac{x}{2} + 2 \log \frac{x}{3} = 3 \cdot \log x - \log \frac{32}{9} \quad j) \log(x) + \log 5 = 2$$

$$c) \log_2 x \cdot \log_x 2x \cdot \log_{2x} y = \log_x x^2 \quad g) \frac{\log 2 + \log(11-x^2)}{\log(5-x)} = 2 \quad k) \log(3-x^2) = \log 2 + \log x$$

$$d) (x^2 - 4x + 7) \cdot \log 5 + \log 16 = 4 \quad h) 3 \cdot \log x - \log 32 = \log\left(\frac{x}{2}\right) \quad l) 2 \log x - \log(x^2 - 6) = 1$$

$$\text{Sol: } a) 11/5; b) 1 y -1; c) x > 0 y = 4; d) 1 y 3; e) identidad; f) 3; g) 3 y 1/3; h) 4; i) 10; j) 20; k) 1; l) \frac{2\sqrt{15}}{3}$$

13.- Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $\log(2x - 7) - \log(x - 1) = \log 5$

d) $2\log x - 2\log(x + 1) = 0$

g) $\frac{\log(16 - x^2)}{\log(3x - 4)} = 2$

b) $\log x - \log(x + 3) = 2\log(x + 1)$

e) $\log x = \frac{2 - \log(x)}{\log(x)}$

h) $\frac{\log(35 - x^2)}{\log(5 - x)} = 3$

c) $4\log\left(\frac{x}{5}\right) + \log\left(\frac{625}{4}\right) = 2\log(x)$

f) $\log(25 - x^3) - 3\log(4 - x) = 0$

i) $\log_5 x + \frac{\log_5 125}{\log_5 x} = \frac{7}{2}$

Sol: a) -2/3; b) 1; c) 2; d) -1/2; e) 10; f) $\frac{4 \pm \sqrt{3}}{2}$; g) 12/5; h) $5 - \sqrt{10}$; i) 25 y $5\sqrt{5}$

14.- Simplifica las siguientes expresiones exponentiales:

a) $3^{x+2} \cdot 9^{x-1} \cdot 3^2$

b) $2^{x-1} \cdot 2^{x^2-1} \cdot 2^{3-x}$

c) $\frac{4^{x-2}}{8^{x-1}}$

d) $\left(5^{4^x}\right)^{8^{x+1}} - \left(5^{2^{2x+1}}\right)^{2^{3x+2}}$

e) $\frac{2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-1}}{4^{x-2}}$

f) $\frac{e^{x-1} + e^{x+3}}{e^{4x}}$

g) $\frac{4^x \cdot 2^{3-x}}{2^{x+1} + 2^{x-1}}$

h) $\frac{e^{x+1} - e^{x-2}}{e^{2x-1}}$

i) $\frac{2^{m+3} + 3 \cdot 2^{m+1} - 5 \cdot 2^{m+2}}{2^{m-1} + 3 \cdot 2^{m-2} - 4 \cdot 2^{m-3}}$

j) $\frac{3^{x+1} + 3^x}{2 \cdot 9^x}$

Sol: a) 3^{3x+2} ; b) 2^{x^2+1} ; c) 2^{-x-1} ; d) 0; e) $7 \cdot 2^{3-x}$; f) $(e^3 + e^{-1}) \cdot e^{-3x}$; g) $\frac{16}{5}$; h) $(e^3 - 1) e^{-x-1}$; i) -8; j) $2 \cdot 3^{-x}$

15.- Resuelve las siguientes ecuaciones exponentiales:

a) $2^{3x} = 0,5^{3x+2}$

e) $3^x + 3^{x+2} = 30$

i) $3^x - 3^{x-1} + 3^{x-2} = 21$

m) $3^x = 2^x$

b) $3^{4-x^2} = \frac{1}{9}$

f) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = \frac{31}{5}$

j) $3^{x^2} \cdot 3^{-2} = 9$

n) $5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$

c) $\frac{4^{x-1}}{2^{x+2}} = 186$

g) $\frac{5^{x^2+1}}{25^{x+2}} = 3125$

k) $3^{-x} - 3^{-x} = \frac{728}{27}$

o) $2^x + \frac{1}{2^{x-2}} = 5$

d) $7^{x+2} = 5.764.801$

h) $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

l) $5^{x^2} \cdot 25^{x-1} = 5^{3x}$

p) $e^{x+1} - 2^{3-x} = 0$

Sol: a) -1/3; b) $\pm\sqrt{6}$; c) 11,54; d) 6; e) 1; f) 0; g) -2 y 4; h) 0 y 2; i) 3; j) ± 2 ; k) No; l) -1 y y; m) No; n) 2; o) 0 y 2; p) $\frac{3\ln(2)-1}{1+\ln 2}$

16.- Resuelve las siguientes ecuaciones exponentiales:

a) $3^x + 3^{1-x} = 4$

e) $9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81 = 0$

j) $10^{3-x} = 1$

b) $4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$

f) $2^{2x} + 2^{2x-1} + 2^{2(x-1)} + 2^{2x-3} + 2^{2(x-2)} = 1984$

k) $2^{x+1} = 16^x$

c) $3^{2(x+1)} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$

g) $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4} = 960$

l) $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$

d) $4 \cdot e^{-3x} - 5 \cdot e^{-x} + e^x = 0$

h) $5^{2x-1} = \sqrt[3]{25^x - \frac{1}{4}}$

i) $27^{4x+9} = 81^{x-7}$

m) $2^{1-x^2} = \frac{1}{8}$

Sol: a) 0 y 1; b) 3; c) -2 y 1; d) 0 y ln2; e) 2; f) 5; g) 10; h) $\frac{1}{2}$ y 5/2; i) 11/4; j) 3; k) 1/3; l) 1; m) ± 2

17.- Despeja el valor de x en la expresión: $\log x - \log y = \log(x - y)$

Sol: $x = \frac{y^2}{y-1}$

18.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2^x - 2^y = 14 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3 \cdot 2^{x-1} - 2^{y-2} = 4 \\ 4 \cdot 2^{x+1} - 3 \cdot 2^y = 8 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 2^x + 2^y = 5 \\ 2^x - 3 \cdot 2^y = -3 \end{cases}$

j) $\begin{cases} x - y = 9 \\ \log x + \log y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 7^{2x+3y} = \frac{1}{7} \\ 7^{-4x-5y} = \frac{1}{7} \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x+2} + 5^{y+1} = 41 \end{cases}$

h) $\begin{cases} x - y = 8 \\ \log_2 x + \log_2 y = 7 \end{cases}$

k) $\begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \log(x+y) + \log(x-y) = \log 33 \\ e^x \cdot e^y = e^{11} \end{cases}$

f) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2^x - 2^y = \frac{7}{4} \end{cases}$

g) $\begin{cases} 3x + 2y = 64 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 2 \log(x) + \log(y) = 5 \\ \log(x \cdot y) = 1 \end{cases}$

Sol: a) x=4; y=1; b) x=4; y=-3; c) x=7; y=4; d) x=2; y=3 e) x=2; y=1; f) x=1; y=-2; g) $x = \frac{\log 3}{\log 2}$; y=1; h) x=16; y=8;

i) x=20; y=2; j) x=10; y=1; k) x=100; y=10; l) x=10; y=1000.

19.- Utilizando la fórmula del cambio de base se pide:

a) Demostrar que $\log_a b \cdot \log_b a = 1$

b) Hallar la relación entre el logaritmo neperiano y el logaritmo decimal.

c) Expresar $\log_2 x$ en función de $\log x$

d) Razona que $\log_4 5$ es un número irracional.

Sol: $\log_2 x = 3,3219 \log(x)$