

EJERCICIOS RESUELTOS

RADICALES

1 Calcula las siguientes operaciones, expresando el resultado con el menor número de radicales:

a) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{5}}$

c) $\sqrt{\frac{5}{3}} \cdot \sqrt{\frac{27}{5}}$

e) $\sqrt[4]{3^3} \cdot \sqrt[4]{3^{17}}$

b) $\sqrt[3]{16} : \sqrt[3]{2}$

d) $\sqrt[5]{2} : \sqrt[5]{2^4}$

f) $\sqrt[3]{\frac{1}{4}} : \sqrt[3]{2000}$

a) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{20}{5}} = \sqrt{4} = 2$

c) $\sqrt{\frac{5}{3}} \cdot \sqrt{\frac{27}{5}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 27}{3 \cdot 5}} = \sqrt{9} = 3$

e) $\sqrt[4]{3^3} \cdot \sqrt[4]{3^{17}} = \sqrt[4]{3^{20}} = 3^5$

b) $\sqrt[3]{16} : \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{8} = 2$

d) $\sqrt[5]{2} : \sqrt[5]{2^4} = \sqrt[5]{\frac{2}{2^4}} = \frac{1}{\sqrt[5]{2^3}}$

f) $\sqrt[3]{\frac{1}{4}} : \sqrt[3]{2000} = \sqrt[3]{\frac{1}{8000}} = \frac{1}{20}$

2 Calcula las siguientes operaciones, extrayendo el máximo número de factores.

a) $(\sqrt[4]{2^7})^3$

b) $(\sqrt{3 \cdot 2^3})^7$

c) $\sqrt[3]{2^{18}}$

a) $(\sqrt[4]{2^7})^3 = \sqrt[4]{2^{21}} = 2^5 \sqrt[4]{2}$

b) $(\sqrt{3 \cdot 2^3})^7 = \sqrt{3^7 \cdot 2^{21}} = 3^3 \cdot 2^{10} \sqrt{6}$

c) $\sqrt[3]{2^{18}} = \sqrt{2^6} = 2^3$

3 Extrae fuera de la raíz todos los factores posibles.

a) $\sqrt{2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^7}$

b) $\sqrt[3]{a^5 \cdot b^{12} \cdot c^7}$

a) $\sqrt{2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^7} = 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot \sqrt{3 \cdot 5}$

b) $\sqrt[3]{a^5 \cdot b^{12} \cdot c^7} = a \cdot b^4 \cdot c^2 \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot c}$

4 Extrae fuera de la raíz todos los factores posibles.

a) $\sqrt[5]{\frac{2^6 \cdot 3^{12}}{5^{20}}}$

b) $\sqrt[4]{\frac{2^8 \cdot 4^5}{8^3}}$

a) $\sqrt[5]{\frac{2^6 \cdot 3^{12}}{5^{20}}} = \frac{2 \cdot 3^2}{5^4} \sqrt[5]{2 \cdot 3^2}$

b) $\sqrt[4]{\frac{2^8 \cdot 4^5}{8^3}} = \sqrt[4]{\frac{2^8 \cdot 2^{10}}{2^9}} = \sqrt[4]{2^9} = 2^2 \cdot \sqrt[4]{2}$

5 Introduce los factores dentro de la raíz y simplifica.

a) $2^3 \cdot 3^5 \cdot \sqrt{2^7}$

c) $\frac{2^3 \cdot 3^4}{5} \cdot \sqrt[3]{\frac{5^{11} \cdot 2}{3^{10}}}$

b) $3^5 \cdot 7 \cdot \sqrt[4]{3 \cdot 7^2}$

d) $\frac{ab^3}{c^{-2}} \sqrt{\frac{a^3}{b^3 c^3}}$

a) $2^3 \cdot 3^5 \cdot \sqrt{2^7} = \sqrt{2^6 \cdot 3^{10} \cdot 2^7} = \sqrt{2^{13} \cdot 3^{10}}$

c) $\frac{2^3 \cdot 3^4}{5} \cdot \sqrt[3]{\frac{5^{11} \cdot 2}{3^{10}}} = \sqrt[3]{\frac{2^9 \cdot 3^{12} \cdot 5^{11} \cdot 2}{5^3 \cdot 3^{10}}} = \sqrt[3]{2^{10} \cdot 3^2 \cdot 5^8}$

b) $3^5 \cdot 7 \cdot \sqrt[4]{3 \cdot 7^2} = \sqrt[4]{3^{21} \cdot 7^6}$

d) $\frac{ab^3}{c^{-2}} \sqrt{\frac{a^3}{b^3 c^3}} = \sqrt{\frac{a^2 b^6 a^3}{c^{-4} b^3 c^3}} = \sqrt{a^5 b^3 c}$

6 Realiza las operaciones indicadas.

a) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[6]{a^5}$

b) $\sqrt[4]{\frac{2^3}{3^7}} \cdot \sqrt[6]{\frac{3^7 \cdot 2^5}{7}}$

a) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[6]{a^5} = \sqrt[12]{a^8} \cdot \sqrt[12]{a^9} \cdot \sqrt[12]{a^{10}} = \sqrt[12]{a^{27}} = \sqrt[4]{a^9}$

b) $\sqrt[4]{\frac{2^3}{3^7}} \cdot \sqrt[6]{\frac{3^7 \cdot 2^5}{7}} = \sqrt[12]{\frac{2^9}{3^{21}}} \cdot \sqrt[12]{\frac{3^{14} \cdot 2^{10}}{7^2}} = \sqrt[12]{\frac{2^{19}}{3^7 \cdot 7^2}}$

7 Realiza las operaciones indicadas.

$$\text{a) } \frac{\sqrt[4]{2^3 \cdot 3}}{\sqrt[3]{2 \cdot 3^2}} \quad \text{b) } \frac{\sqrt[3]{x^2 y^7} \cdot \sqrt{xy}}{\sqrt[6]{x^{11} y^8}} \quad \text{c) } \sqrt[4]{3^2 \cdot \sqrt[5]{3^4}}$$

$$\text{a) } \frac{\sqrt[4]{2^3 \cdot 3}}{\sqrt[3]{2 \cdot 3^2}} = \sqrt[12]{\frac{2^9 \cdot 3^3}{2^4 \cdot 3^8}} = \sqrt[12]{\frac{2^5}{3^5}}$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt[3]{x^2 y^7} \cdot \sqrt{xy}}{\sqrt[6]{x^{11} y^8}} = \frac{\sqrt[6]{x^4 y^{14}} \cdot \sqrt[6]{x^3 y^3}}{\sqrt[6]{x^{11} y^8}} = \sqrt[6]{\frac{y^9}{x^4}}$$

$$\text{c) } \sqrt[4]{3^2 \cdot \sqrt[5]{3^4}} = \sqrt[4]{\sqrt[5]{3^{10} \cdot 3^4}} = \sqrt[20]{3^{14}} = \sqrt[10]{3^7}$$

8 Realiza las siguientes operaciones.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{8} - 5\sqrt{2} + \sqrt{200} & \text{d) } \sqrt[3]{24} - \sqrt{2} - 6\sqrt[3]{3} + \sqrt{32} \\ \text{b) } 2\sqrt[3]{5} - \sqrt[6]{25} + \sqrt[3]{\frac{5}{8}} & \text{e) } \sqrt{50} - \sqrt{\frac{18}{4}} + \sqrt{\frac{72}{25}} \\ \text{c) } \sqrt{5a^2} - \sqrt{80a^2} + \sqrt{20a^4} & \text{f) } 10 \cdot \sqrt[3]{0,024} + 5 \cdot \sqrt[3]{0,003} \end{array}$$

$$\text{a) } \sqrt{8} - 5\sqrt{2} + \sqrt{200} = 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 10\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$\text{b) } 2\sqrt[3]{5} - \sqrt[6]{25} + \sqrt[3]{\frac{5}{8}} = 2\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{5} + \frac{1}{2}\sqrt[3]{5} = \frac{3}{2}\sqrt[3]{5}$$

$$\text{c) } \sqrt{5a^2} - \sqrt{80a^2} + \sqrt{20a^4} = a\sqrt{5} - 4a\sqrt{5} + 2a^2\sqrt{5} = (2a^2 - 3a)\sqrt{5}$$

$$\text{d) } \sqrt[3]{24} - \sqrt{2} - 6\sqrt[3]{3} + \sqrt{32} = 2\sqrt[3]{3} - \sqrt{2} - 6\sqrt[3]{3} + 4\sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 4\sqrt[3]{3}$$

$$\text{e) } \sqrt{50} - \sqrt{\frac{18}{4}} + \sqrt{\frac{72}{25}} = 5\sqrt{2} - \frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{6}{5}\sqrt{2} = \frac{47}{10}\sqrt{2}$$

$$\text{f) } 10 \cdot \sqrt[3]{0,024} + 5 \cdot \sqrt[3]{0,003} = 10 \cdot \frac{2}{10}\sqrt[3]{3} + 5 \cdot \frac{1}{10}\sqrt[3]{3} = \frac{5}{2}\sqrt[3]{3}$$

9 Racionaliza las siguientes fracciones.

$$\text{a) } \frac{3}{\sqrt{2}} \quad \text{c) } \frac{12}{\sqrt[7]{2^5}} \quad \text{e) } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}$$

$$\text{b) } \frac{2}{5\sqrt{6}} \quad \text{d) } \frac{40}{\sqrt[4]{2^{17}}} \quad \text{f) } \frac{\sqrt[4]{2^9}}{\sqrt[6]{2^{11}}}$$

$$\text{a) } \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad \text{c) } \frac{12}{\sqrt[7]{2^5}} = \frac{12\sqrt[7]{2^2}}{\sqrt[7]{2^5} \cdot \sqrt[7]{2^2}} = \frac{12\sqrt[7]{2^2}}{2} = 6\sqrt[7]{2^2}$$

$$\text{b) } \frac{2}{5\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{5 \cdot 6} = \frac{\sqrt{6}}{15} \quad \text{d) } \frac{40}{\sqrt[4]{2^{17}}} = \frac{40\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2^{20}}} = \frac{40\sqrt[4]{2^3}}{2^5} = \frac{5\sqrt[4]{2^3}}{4}$$

$$\text{e) } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}\sqrt{5}}{\sqrt{3}\sqrt{5}\sqrt{3}\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{30}}{15}$$

$$\text{f) } \frac{\sqrt[4]{2^9}}{\sqrt[6]{2^{11}}} = \frac{\sqrt[4]{2^9} \cdot \sqrt[6]{2}}{\sqrt[6]{2^{12}}} = \frac{\sqrt[12]{2^{19}}}{4}$$

10 Extrae de la raíz todos los factores posibles.

$$\text{a) } \sqrt[5]{\frac{x^{12}y^{54}}{z^{100}}} \quad \text{b) } \frac{2^3}{3^4} \sqrt[6]{\frac{3^{20} \cdot 2^{10}}{5^6}} \quad \text{c) } \sqrt[3]{\frac{4^5 \cdot 6^4 \cdot 3}{18^2}}$$

$$\text{a) } \sqrt[5]{\frac{x^{12}y^{54}}{z^{100}}} = \frac{x^2 y^{10}}{z^{20}} \sqrt[5]{x^2 y^4}$$

$$\text{b) } \frac{2^3}{3^4} \sqrt[6]{\frac{3^{20} \cdot 2^{10}}{5^6}} = \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 2}{3^4 \cdot 5} \sqrt[6]{3^2 \cdot 2^4} = \frac{2^4}{3 \cdot 5} \sqrt[6]{3^2 \cdot 2^4} = \frac{2^4}{3 \cdot 5} \sqrt[3]{3 \cdot 2^2}$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{\frac{4^5 \cdot 6^4 \cdot 3}{18^2}} = \sqrt[3]{\frac{2^{10} \cdot 2^4 \cdot 3^4 \cdot 3}{2^2 \cdot 3^4}} = \sqrt[3]{2^{12} \cdot 3} = 2^4 \cdot \sqrt[3]{3}$$

11 Realiza las operaciones indicadas.

a) $\sqrt[8]{2^5 \cdot 3^6} \cdot \sqrt[6]{2^9 \cdot 3^5}$

b) $\frac{\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2^3}}$

a) $\sqrt[8]{2^5 \cdot 3^6} \cdot \sqrt[6]{2^9 \cdot 3^5} = \sqrt[24]{2^{15} \cdot 3^{18} \cdot 2^{36} \cdot 3^{20}} = \sqrt[24]{2^{51} \cdot 3^{38}}$

b) $\frac{\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}} = \sqrt[12]{\frac{a^9 a^6}{a^8}} = \sqrt[12]{a^7}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2^3}} = \sqrt[3 \cdot 4]{2^3} = \sqrt[12]{2^3}$

12 Calcula las siguientes operaciones.

a) $3\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$

b) $\frac{1}{2}\sqrt{20} - \sqrt{75} - 4\sqrt{45}$

a) $3\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (3 - 7 + 4)\sqrt{2} = 0\sqrt{2} = 0$

b) $\frac{1}{2}\sqrt{20} - \sqrt{75} - 4\sqrt{45} = \frac{1}{2}2\sqrt{5} - 5\sqrt{3} - 4 \cdot 3\sqrt{5} = -11\sqrt{5} - 5\sqrt{3}$

13 Expresa como un único radical:

a) $5\sqrt{6}$

b) $2\sqrt{3} \cdot 7\sqrt{2}$

c) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{6}$

a) $5\sqrt{6} = \sqrt{5^2 \cdot 6}$

b) $2\sqrt{3} \cdot 7\sqrt{2} = 14\sqrt{6} = \sqrt{14^2 \cdot 6}$

c) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{30}$

d) $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{3}}$

e) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2}$

f) $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[6]{5}}{\sqrt[3]{4}}$

d) $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{3}} = \sqrt{15}$

e) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2} = \sqrt[12]{2^4 \cdot 2^3} = \sqrt[12]{2^7}$

f) $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[6]{5}}{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[6]{\frac{3^3 \cdot 5}{4^2}}$

14 Racionaliza las siguientes fracciones.

a) $\frac{3}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$

c) $\frac{2}{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

d) $\frac{5}{8 - 2\sqrt{2}}$

a) $\frac{3}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} = \frac{3(\sqrt{7} - \sqrt{3})}{(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})} = \frac{3(\sqrt{7} - \sqrt{3})}{7 - 3} = \frac{3(\sqrt{7} - \sqrt{3})}{4}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{4}}{3 - 2} = \sqrt{6} + 2$

c) $\frac{2}{2\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{2(2\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(2\sqrt{3} - \sqrt{2})(2\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{2(2\sqrt{3} + \sqrt{2})}{4 \cdot 3 - 2} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{5}$

d) $\frac{5}{8 - 2\sqrt{2}} = \frac{5(8 + 2\sqrt{2})}{(8 - 2\sqrt{2})(8 + 2\sqrt{2})} = \frac{5(8 + 2\sqrt{2})}{56}$