

ECUACIONES. SISTEMAS DE ECUACIONES.

PROBLEMAS CON ECUACIONES DE PRIMER GRADO, SEGUNDO GRADO Y SISTEMAS.

26. ¿Por qué es imprescindible comprobar la validez de las posibles soluciones de una ecuación irracional?
Indicar algún ejemplo.

27. Resolver las siguientes **ecuaciones con la x en el denominador**, y comprobar la solución obtenida
(NOTA: Con un * se señalan aquellos apartados en los que resulta crucial efectuar la comprobación):

a) $\frac{3-x}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = -2$	$(x=3)$	m) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{3}{4}$	$(x_1=2; x_2=-2/3)$
b) $\frac{x+2}{x} + 3x = \frac{5x+6}{2}$	$(x=2)$	n) $\frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 3$	$(x=3)$
c) $\frac{8}{x+6} + \frac{12-x}{x-6} = 1$	$(x_1=10; x_2=-3)$	o) $\frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} = \frac{3}{2}$	$(x_1=3; x_2=-4)$
d) $\frac{2x}{x-1} + \frac{3x+1}{x-1} = 2$	$(x=-1)$	p) $\frac{x+3}{x-1} - \frac{x^2+1}{x^2-1} = \frac{26}{35}$	$(x_1=6; x_2=-8/13)$
e) $\frac{3x+1}{x^3} + \frac{x+1}{x} = 1 + \frac{2x+3}{x^2}$	$(x=\pm 1)$	q) $\frac{4x}{x+1} + \frac{x}{2x-1} = 2$	$(\exists \text{ soluc. })$
f) $\frac{x-1}{x^2+2x} - \frac{2}{x^2-2x} = \frac{x}{x^2-4}$	$(x=-2/5)$	r) $\frac{x-3}{x^2-x} - \frac{x+3}{x^2+x} = \frac{2-3x}{x^2-1}$	$(x=2)$
* g) $\frac{x-2}{x-1} = \frac{x^2}{(x-1)(x-2)} + \frac{x-1}{x-2}$	$(x=-3)$	s) $\frac{5x+1}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} = \frac{x}{x-2}$	$(x_1=3; x_2=-1)$
h) $\frac{x}{x-6} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} - \frac{x+6}{x-6}$	$(x_1=18; x_2=-3)$	t) $\frac{4x}{x+5} - \frac{x+5}{x-5} = 1$	$(x_1=0; x_2=15)$
i) $\frac{1}{x} = -x + \frac{5}{2}$	$(x_1=2; x_2=1/2)$	u) $\frac{1-2x}{x+7} = \frac{x}{x-1}$	$(x_1=-1; x_2=-1/3)$
j) $\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{x} = \sqrt{2}x$	$(x=\pm\sqrt{2})$	v) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{5}{12}$	$(x_1=5; x_2=-1/5)$
k) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{3}{10}$	$\left(x = \frac{11 \pm \sqrt{481}}{6} \right)$	w) $\frac{3-x}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = \frac{2}{x^2-4}$	$(\exists \text{ soluc. })$
l) $\frac{4}{x} + \frac{2(x+1)}{3(x-2)} = 4$	$(x_1=3; x_2=4/5)$	x) $\frac{x}{5} = 2 + \frac{75}{x}$	$(x_1=25; x_2=-15)$

☞ Ejercicios libro: pág. 55: 12b; pág. 63: 38d, 39 b,d,e,f

28. Resolver los siguientes **sistemas de ecuaciones no lineales**, y comprobar la solución:

a) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x^2 - y = 4 \end{cases}$	$(x_1=3, y_1=5; x_2=-1, y_2=-3)$	f) $\begin{cases} \frac{x-2}{3} - \frac{y-4}{2} = 1 \\ \frac{2}{x-3} = \frac{4}{y-2} \end{cases}$	$(x=7/2, y=3)$
b) $\begin{cases} x - 3y = -3 \\ xy = 6 \end{cases}$	$(x_1=3, y_1=2; x_2=-6, y_2=-1)$	g) $\begin{cases} x - 2y = -5 \\ x^2 + y^2 = 4x + 2y + 20 \end{cases}$	$(x_1=5, y_1=5; x_2=-3, y_2=1)$
c) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$	$(\exists \text{ soluc. })$	h) $\begin{cases} x \cdot y = 12 \\ (x-4) \cdot (y+0,1) = 12 \end{cases}$	$(x_1=24, y_1=0,5; x_2=-20, y_2=-0,6)$
d) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x^2 - y^2 = 8 \end{cases}$	$(x_1=3, y_1=1; x_2=-3, y_2=1; x_3=3, y_3=-1; x_4=-3, y_4=-1)$	i) $\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 16 \\ x + y = 6 \end{cases}$	$(x_1=5, y_1=1; x_2=1, y_2=5)$
e) $\begin{cases} x^2 - 3y = 3 \\ 2x - 3y = -12 \end{cases}$	$(x_1=-3, y_1=2; x_2=5, y_2=22/3)$	j) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$	$(x_1=3, y_1=4; x_2=-3, y_2=-4; x_3=4, y_3=3; x_4=-4, y_4=-3)$

MATEMÁTICAS ACADÉMICAS

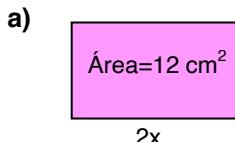
k)	$\begin{cases} x^2 - y = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$	$(x_1=0, y_1=0; x_2=1, y_2=1)$	t)	$\begin{cases} 3x + y^2 = 7 \\ 2x + y^2 = 6 \end{cases}$	$(x_1=1, y_1=2; x_2=1, y_2=-2)$
l)	$\begin{cases} x - y = 105 \\ \sqrt{x + y} = 27 \end{cases}$	$(x=121, y=16)$	u)	$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x^2 + 3xy = 0 \end{cases}$	
m)	$\begin{cases} x^2 - 4x - y = 5 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$	$(x_1=-2, y_1=7; x_2=4, y_2=-5)$	v)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x - y = -3 \end{cases}$	
n)	$\begin{cases} x^2 - x - y = 2 \\ 3x + y = -4 \end{cases}$	(No soluc.)	w)	$\begin{cases} x - y = 3 \\ x \cdot y = 10 \end{cases}$	$(x_1=5, y_1=2; x_2=-2, y_2=-5)$
o)	$\begin{cases} x^2 - y = 1 \\ 4x - y = 5 \end{cases}$	$(x=2, y=3)$	x)	$\begin{cases} x^2 - 5x - y = -6 \\ x - y = -1 \end{cases}$	
p)	$\begin{cases} x - y = 11 \\ y^2 = x - 5 \end{cases}$	$(x_1=9, y_1=-2; x_2=14, y_2=3)$	y)	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 15 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$	
q)	$\begin{cases} xy = 12 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$	$(x_1=3, y_1=4; x_2=-8/3, y_2=-9/2)$	z)	$\begin{cases} x^2 - y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$	$(x_1=2, y_1=0; x_2=-1, y_2=-3)$
r)	$\begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 - 2x + 3y = -1 \end{cases}$	$(x_1=4, y_1=-3; x_2=1, y_2=0)$	a)	$\begin{cases} y^2 = 2ax \\ x^2 = ay \end{cases}$	$(x = a \cdot \sqrt[3]{2}, y = a \cdot \sqrt[3]{4})$
s)	$\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 - 2x = 31 \end{cases}$	$(x_1=5, y_1=4; x_2=-3, y_2=-4)$	 <i>Ejercicios libro: pág. 59: 18; pág. 64: 50 y 52 (sencillas); pág. 64: 51 y 53 (más nivel)</i>		

56 PROBLEMAS DE PLANTEAMIENTO:

29. Hallar dos números positivos consecutivos cuyo producto sea 380 (Soluc: 19 y 20)

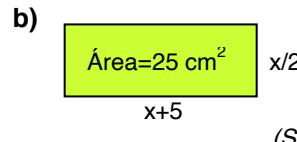
30. Calcular un número positivo sabiendo que su triple más el doble de su cuadrado es 119 (Soluc: 7)

31. Hallar en cada caso el valor de x para que los rectángulos tengan el área que se indica:



$$2x \quad x+3$$

(Soluc: $x \approx 1,37 \text{ cm}$)



$$x/2 \quad x+5$$

(Soluc: $x=5 \text{ cm}$)

32. Juan ha leído ya la quinta parte de un libro. Cuando lea 90 páginas más, todavía le quedará la mitad del libro. ¿Cuántas páginas tiene el libro? ¿Cuántas páginas lleva leídas? (Soluc: 300 págs.; 60 págs.)

33. Paloma vendió los dos quintos de una colección de cómics que tenía y luego compró 100 más. Tras esto tenía el mismo número que si hubiese comprado desde el principio 40 cómics. ¿Cuántos cómics tenía Paloma al principio? (Soluc: 150 cómics)

34. En un texto matemático babilónico que se conserva en una tablilla en el Museo Británico de Londres se lee: «Restamos al área de un cuadrado su lado y obtenemos 870». Hallar el lado de dicho cuadrado. (Soluc: 30)

35. Un campo está plantado con un total de 250 árboles, entre olivos y almendros. Si el doble de almendros son 10 menos que el total de los olivos, ¿cuántos almendros habrá? ¿Y cuántos olivos? (Soluc: 80 almendros y 170 olivos)

36. El perímetro de un solar rectangular mide 40 m. Si su ancho es la tercera parte de su largo, ¿cuánto miden los lados del solar? (Soluc: 15 m de largo y 5 m de ancho)
37. En una granja viven la mitad de gallinas que de conejos. Si en total podemos contar 110 patas, ¿cuántos conejos y gallinas pueblan la granja? (Soluc: 11 gallinas y 22 conejos)
38. Para vallar una finca rectangular de 750 m^2 se han utilizado 110 m de cerca. Calcular las dimensiones de la cerca. (Soluc: 25 x 30 m)
39. Un automovilista que se detiene a repostar observa que para llegar a su destino todavía le queda el triple de lo que ya ha recorrido. Además, se da cuenta de que, si recorre 10 km más, estará justo en la mitad del trayecto. ¿Cuántos km ha recorrido y cuál es la longitud del viaje? (Soluc: 10 km; 40 km)
40. Hallar las dimensiones de un rectángulo sabiendo que su perímetro es 34 cm y su diagonal 13 cm. (Soluc: 12 cm x 5 cm)
41. Según una noticia publicada en la prensa, una determinada ciudad fue visitada en 2010 por dos millones de turistas, lo cual supuso un 20 % más que en 2008. ¿Cuál fue la afluencia de turistas en este último año? (Soluc: millones)
42. Calcular los lados de un triángulo rectángulo, sabiendo que son tres números consecutivos. (Soluc: 3, 4 y 5)
43. Un triángulo rectángulo tiene de perímetro 24 m y la longitud de un cateto es igual a tres cuartos de la del otro. Halla cuánto miden sus catetos. (Ayuda: Llamar x a un cateto e y a la hipotenusa, y plantear un sistema). (Soluc: 6 m y 8 m)
44. Un padre tiene el doble de edad que su hijo. Hace 17 años, tenía el triple. Hallar la edad de ambos. (Soluc: 68 y 34 años)
45. Un depósito de agua tiene forma de ortoedro cuya altura es 10 m y su capacidad 4000 m^3 . Hallar el lado de la base sabiendo que es cuadrada. (Soluc: 20 m)
46. *Problema del bambú (texto indio del siglo IX):* Un bambú que mide 30 codos y que se eleva sobre un terreno plano se rompe en un punto por la fuerza del viento, de forma que la punta se queda ahora colgando a 16 codos del suelo. ¿A qué altura se ha roto? (Soluc: 23 codos)
47. Calcular el área de un triángulo equilátero cuyo lado mide 6 m. (Soluc: $15,58 \text{ m}^2$)
48. Se tiene un lote de baldosas cuadradas. Si se forma con ellas un cuadrado de x baldosas por lado sobran 27, y si se toman $x+1$ baldosas por lado faltan 40. Hallar las baldosas del lote. (Soluc: 1116 baldosas)
49. Juan pierde los $3/8$ de las canicas que tenía, con lo cual le quedan 10. ¿Cuántas canicas tenía al principio? (Soluc: 16 canicas)
50. En una clase el 70% son chicos. Además, se sabe que hay 12 chicas menos que chicos. ¿Cuántas chicas y chicos hay? (Soluc: 21 chicos y 9 chicas)
51. Un padre tiene 49 años y su hijo 11. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será el triple de la edad del hijo? (Soluc: Dentro de 8 años)
52. Un frutero vende en un día las dos quintas partes de una partida de naranjas. Además, se le estropean 8 kg, de forma que al final le quedan la mitad de naranjas que tenía al comenzar la jornada. ¿Cuántos kg tenía al principio? (Soluc: 80 kg)

53. Un grupo de amigos celebra una comida cuyo coste total asciende a 120 €. Uno de ellos hace notar que, si fueran cuatro más, hubieran pagado 5 € menos por persona. ¿Cuántos amigos son y cuánto paga cada uno? (Soluc: 8 amigos; 15 €)
54. Un grupo de personas se encuentra en una sala de multicines. La mitad se dirige a la sala A, la tercera parte opta por la sala B y una pareja decide ir a la cafetería. ¿Cuántas personas componían el grupo? (Soluc: 12 personas)
55. Una persona caritativa ha dado a tres pobres respectivamente un tercio, un cuarto y un quinto de lo que tenía, y aún le queda 26 €. ¿Cuánto dinero tenía? (Soluc: 120 €)
56. Nada se sabe de la vida del matemático griego **Diofanto** (siglo III d.C.), excepto su edad al morir. Ésta se sabe por una cuestión planteada en una colección de problemas del siglo V o VI, que reza así: «La juventud de Diofanto duró $\frac{1}{6}$ de su vida... se dejó barba después de $\frac{1}{12}$ más. Después de $\frac{1}{7}$ de su vida se casó. Cinco años después tuvo un hijo. Éste vivió exactamente la mitad de tiempo que su padre, y Diofanto murió cuatro años después». Hallar la edad de Diofanto. (Soluc: 84 años)
57. Preguntada una persona por su edad contestó: "Sumad 25 al producto del número de años que tenía hace 5 años por el de los que tendré dentro de 5 años y os resultará un número igual al cuadrado de la edad que tengo hoy". Hallar la edad de la persona en el momento actual. (Soluc: se verifica para cualquier edad)
58. Si el lado de un cuadrado aumenta 2 cm, su área aumenta 28 cm^2 . ¿Cuáles son las dimensiones del cuadrado menor? (Soluc: Se trata de un cuadrado de lado 6 cm)
59. Calcular la base y la altura de un rectángulo, sabiendo que su área es 56 cm^2 y su perímetro 30 cm. (Soluc: 7x8 cm)
60. En una papelería venden el paquete de bolígrafos a un precio total de 12 €. Si el precio de un bolígrafo subiera 0,10 €, para mantener ese precio total del paquete cada uno debería tener 4 bolígrafos menos. ¿Cuál es el precio de un bolígrafo y cuántos trae cada paquete?
(Ayuda: llamar x al nº de bolígrafos que trae el paquete e y al precio de cada bolígrafo, y plantear un sistema) Comprobar que la solución obtenida verifica las condiciones del enunciado.
(Soluc: cada bolígrafo cuesta 50 cent., y el paquete tiene 24)
61. Javier tiene 27 años más que su hija Nuria. Dentro de ocho años, la edad de Javier doblará la de Nuria. ¿Cuántos años tiene cada uno? (Soluc: Javier, 46 años, y Nuria, 19)
62. Un grupo de estudiantes alquila un piso por el que tienen que pagar 420 € al mes. Uno de ellos hace cuentas y observa que si fueran dos estudiantes más, cada uno tendría que pagar 24 € menos. ¿Cuántos estudiantes han alquilado el piso? ¿Cuánto paga cada uno?
(Ayuda: llamar x al nº de estudiantes e y a lo que paga cada uno, y plantear un sistema)
Comprobar que la solución obtenida verifica las condiciones del enunciado.
(Soluc: 5 estudiantes a 84 € cada uno)
63. Con dos tipos de barniz, de 3,50 €/kg y de 1,50 €/kg, queremos obtener un barniz de 2,22 €/kg. ¿Cuántos kilogramos tenemos que poner de cada clase para obtener 50 kg de la mezcla? (Ayuda: plantear un sistema de ecuaciones de primer grado) (Soluc: 18 kg del barniz de 3,50 y 32 kg del de 1,50)
64. Dos árboles de 15 m y 20 m de altura están a una distancia de 35 m. En la copa de cada uno hay una lechuza al acecho. De repente, aparece entre ellos un ratoncillo, y ambas lechuzas se lanzan a su captura a la misma velocidad, llegando simultáneamente al lugar de la presa. ¿A qué distancia de cada árbol apareció el ratón? (Ayuda: Si se lanzan a la misma velocidad, recorren el mismo espacio, pues llegan a la vez; aplicar el teorema de Pitágoras, y plantear un SS.EE. de 2º grado) (Soluc: a 15 m del árbol de 20 m)