Propiedad: Si a es un número positivo distinto de 1, cualquier número real x se puede expresar como una potencia de a con exponente racional y: $x=a^y$

Definición: El logaritmo en base a de un número x es el exponente al que hay que elevar la base a para que de dicho número. $x=a^y \Leftrightarrow y=\log_a x$

Ejemplos:

$\log_2 8=\log_2 2^3=3$, $\log_2 0.25=\log_2 \frac{1}{4}=\log_2 2^{-2}=-2$, $\log_2 \sqrt{8}=\log_2 2^{3/2}=\frac{3}{2}$

Ejercicios

1) Determina mediante la definición, los siguientes logaritmos en base 2:

a) $\log_2 1$
b) $\log_2 2$
c) $\log_2 4$
d) $\log_2 8$
e) $\log_2 16$
f) $\log_2 32$
g) $\log_2 64$
h) $\log_2 128$
i) $\log_2 256$
j) $\log_2 512$
k) $\log_2 1024$
l) $\log_2 \frac{1}{2}$
m) $\log_2 \frac{1}{4}$
n) $\log_2 \frac{1}{8}$
o) $\log_2 \frac{1}{16}$
p) $\log_2 \frac{1}{32}$
q) $\log_2 \frac{3}{96}$
r) $\log_2 \frac{5}{40}$
s) $\log_2 \sqrt{2}$
t) $\log_2 \sqrt{32}$
u) $\log_2 \sqrt{128}$
v) $\log_2 \sqrt[3]{2}$
w) $\log_2 \sqrt[3]{4}$
x) $\log_2 \sqrt[4]{8}$
y) $\log_2 \sqrt[4]{\frac{1}{8}}$
z) $\log_2 \sqrt[5]{\frac{5}{20}}$

2) Determina mediante la definición, los siguientes logaritmos en base 3:

a) $\log_3 1$
b) $\log_3 3$
c) $\log_3 9$
d) $\log_3 27$
e) $\log_3 81$
f) $\log_3 243$
g) $\log_3 \frac{1}{3}$
h) $\log_3 \frac{1}{9}$
i) $\log_3 \frac{1}{27}$
j) $\log_3 \frac{1}{81}$
k) $\log_3 \frac{2}{18}$
l) $\log_3 \frac{3}{27}$
m) $\log_3 \sqrt{3}$
n) $\log_3 \sqrt{27}$
o) $\log_3 \sqrt{243}$
p) $\log_3 \sqrt[3]{3}$
q) $\log_3 \sqrt[3]{9}$
r) $\log_3 \sqrt[3]{81}$
s) $\log_3 \sqrt[4]{\frac{1}{3}}$
t) $\log_3 \sqrt[4]{\frac{2}{54}}$

3) Determina mediante la definición, los siguientes logaritmos en base 10:

a) $\log_{10} 1$
b) $\log_{10} 10$
c) $\log_{10} 100$
d) $\log_{10} 1.000$
e) $\log_{10} 10.000$
f) $\log_{10} 100.000$
g) $\log_{10} 0.1$
h) $\log_{10} 0.01$
i) $\log_{10} 0.001$
j) $\log_{10} 0.0001$
k) $\log_{10} \sqrt{10}$
l) $\log_{10} \sqrt{1.000}$
m) $\log_{10} \sqrt[3]{10}$
n) $\log_{10} \sqrt[3]{100}$
o) $\log_{10} \sqrt{0.1}$
p) $\log_{10} \sqrt[3]{0.01}$
q) $\log_{10} \sqrt[4]{0.001}$

LOGARITMOS DECIMALES

De todas las bases posibles, una de las más importantes es la base 10 (sistema decimal). Los logaritmos en base 10 se llaman decimales y se representan sin necesidad de escribir la base. Podemos calcular los logaritmos decimales con la calculadora mediante la tecla log. Para calcular los logaritmos en cualquier otra base, se utiliza la fórmula:

$$\log_a x = \frac{\log x}{\log a}$$

LOGARITMOS NEPERIANOS

Muchos fenómenos de crecimiento y decrecimiento en la naturaleza siguen un modelo exponencial: potencias de un número irracional llamado número $e = 2{,}718281828...$

Para estudiar estos fenómenos son muy útiles los logaritmos con base el número e, llamados logaritmos neperianos, en honor a Jonh Neper. $\ln x = \log_e x$

Recordemos: el número e de Euler, aparece en la sucesión de números $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ cuando n toma valores muy grandes

4) Calcula usando la calculadora, los siguientes logaritmos:

a)	$\log_2 6$	d)	$\log_2 100$	g)	$\log_3 20$	i)	$\log_2 \sqrt{5}$
b)	$\log_2 9$	e)	$\log_2 250$	h)	$\log_5 3$	j)	$\log_5 \sqrt[3]{7}$
c)	$\log_2 10$	f)	$\log_5 18$				

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a a = 1$
- $\log_a a^x = x$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$ producto se transforma en sumas
- $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$ cociente se transforma en restas
- $\log_a (x^n) = n \cdot \log_a x$ potencia se transforma en multiplicaciones
- $\log_a (\sqrt[n]{x}) = \frac{1}{n} \log_a x$ potencia se transforma en multiplicaciones

5. Conociendo el valor del $\log 2 = 0.301$ calcula los siguientes logaritmos:

   a) $\log 8$

   b) $\log 32$

   c) $\log 0.0002$

   d) $\log \sqrt{2}$

   e) $\log \sqrt[5]{16}$

   f) $\log \left(\frac{\sqrt[7]{2^5}}{2} \right)$

   g) $\log 0.0125$

   h) $\log 20$

   i) $\log 800$

   j) $\log \sqrt{20}$

6. Sabiendo que $\log 5 = 0.7$ calcula:

   a) $\log 500$

   b) $\log 2000$

7. Conociendo el valor de $\log 2 = 0.301$ y de $\log 3 = 0.4771$ calcula:

   a) $\log 12$

   b) $\log 6$

   c) $\log 90$

   d) $\log 24$

   e) $\log \sqrt{30}$

   f) $\log \sqrt[3]{18}$

8. Sabiendo que $\log a = 0.123$ y que $\log b = 0.345$, calcula

   a) $\log \frac{a \cdot b^2}{\sqrt{a^5}}$

   b) $\log \frac{3 \cdot \sqrt{a^3}}{b^4}$

9. Aplica las propiedades de los logaritmos para desarrollar las expresiones:

   a) $\log \left(\frac{a^2 b^3}{c^4} \right)$

   b) $\ln \left(\frac{\sqrt{a^3}}{b^2 c^{-4}} \right)$

   c) $\log_2 \left(\frac{a^4 \cdot b^3}{\sqrt[5]{c^2}} \right)$

10. Expresa como un solo logaritmo:

   a) $\log_2 5 - 3\log_2 a + \frac{7}{3} \log_2 9$

   b) $3 \cdot \log 5 + \frac{1}{2} \log 9 - 3 \log 25$

   c) $\frac{1}{2} \log a - 2\log b - \log c - \frac{5}{2} \log d$