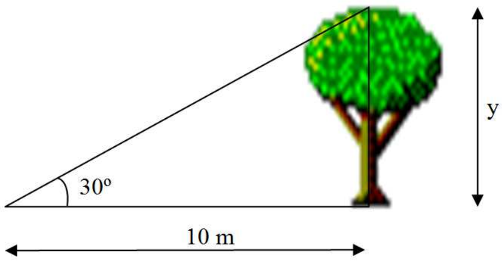
1. Calcula la altura de un árbol que a una distancia de 10 m se ve bajo un ángulo de 30º.

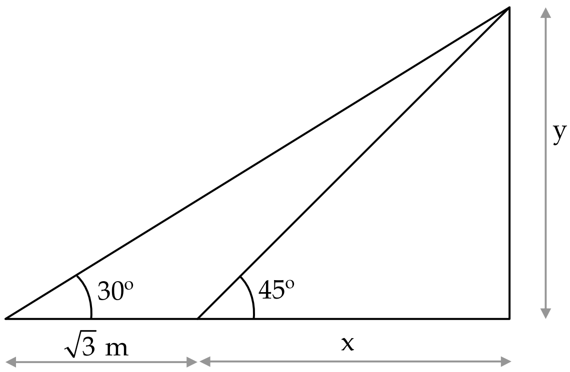


Solución:

La altura, **y**, del árbol la deducimos de la relación siguiente:

$$tg30 = \frac{y}{10} \Rightarrow y = 10 \cdot tg30 \Rightarrow y = \frac{10}{\sqrt{3}}\ m$$

2. Calcula x e y:



Solución:

En la figura aparecen dos triángulos rectángulos, los cuales verifican, cada uno de ellos, las dos ecuaciones que forman el siguiente sistema:

$$\begin{cases} tg45 = \dfrac{y}{x} \\ tg30 = \dfrac{y}{\sqrt{3}+x} \end{cases}$$

Operando:

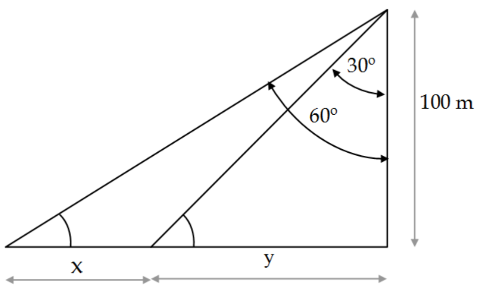
$$\begin{cases} x \cdot tg45 = y \\ \left(\sqrt{3}+x\right)tg30 = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot tg45 = y \\ (40+x)\,tg30 = y \end{cases} \Rightarrow x \cdot tg45 = \left(\sqrt{3}+x\right) \cdot tg30 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \left(\sqrt{3}+x\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \frac{3+\sqrt{3}}{2}\ m$$

Calculemos finalmente el valor de y:

$$x \cdot tg45 = y \Rightarrow x = y = \frac{3+\sqrt{3}}{2}\ m$$

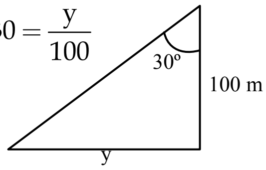
3. Calcula x e y en la siguiente figura.



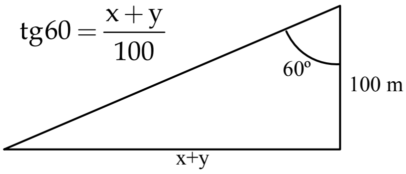
Solución:

Tenemos dos triángulos. De cada uno de ellos obtendremos una ecuación trigonométrica.

$tg30 = \frac{y}{100}$



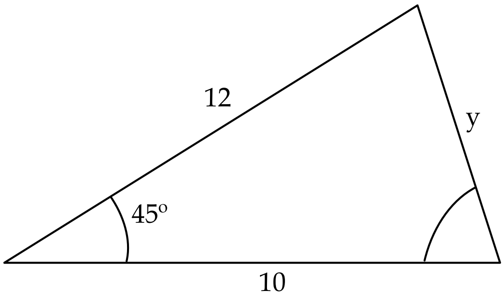
$tg60 = \frac{x+y}{100}$



Resolvemos el sistema:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{y}{100} \\ \sqrt{3} = \frac{x+y}{100}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\boxed{\frac{100}{\sqrt{3}}\ m = y} \\ \sqrt{3} = \frac{x+y}{100}\end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{x+\frac{100}{\sqrt{3}}}{100} \Rightarrow \boxed{x = \frac{200}{\sqrt{3}}\ m}$$

4. Calcula el valor de y (las longitudes están expresadas en m)



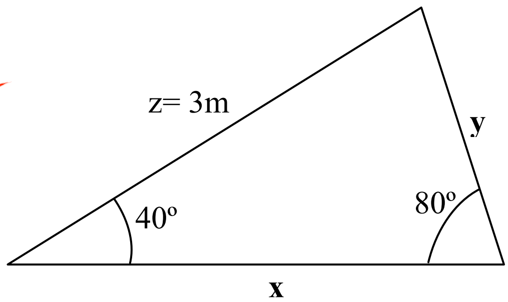
Solución:

Aplicamos el teorema del coseno:
$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$

Entonces

$$y^2 = 10^2 + 12^2 - 2 \cdot 10 \cdot 12 \cdot \cos 45 \Rightarrow$$
$$y = \sqrt{100 + 124 - 240 \cdot \cos 45} = 9,9\ m$$

5. Calcula el valor de los lados x e y, aplicando el Teorema del seno: $\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$



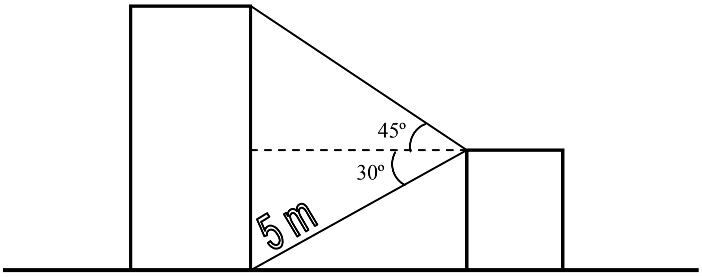
Solución:

Sustituimos los valores dados en la expresión del teorema del seno:

$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{3}{sen80} = \frac{y}{sen40} = \frac{x}{sen60} \Rightarrow$$

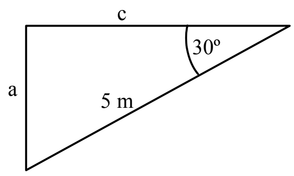
$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{3 \cdot sen40}{sen80} = 1,96\ m \\ x = \frac{3 \cdot sen60}{sen80} = 2,64\ m \end{cases}$$

6. Halla la altura del cuerpo más alto



Solución:

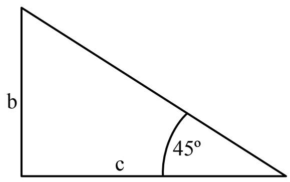
En la figura aparecen dos triángulos rectángulos. Hay que hallar $a+b$.



Con este triángulo obtenemos a y c:

$$\text{sen}30 = \frac{a}{5} \Rightarrow a = \frac{5}{2} \text{ m}$$

$$\cos 30 = \frac{c}{5} \Rightarrow c = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ m}$$



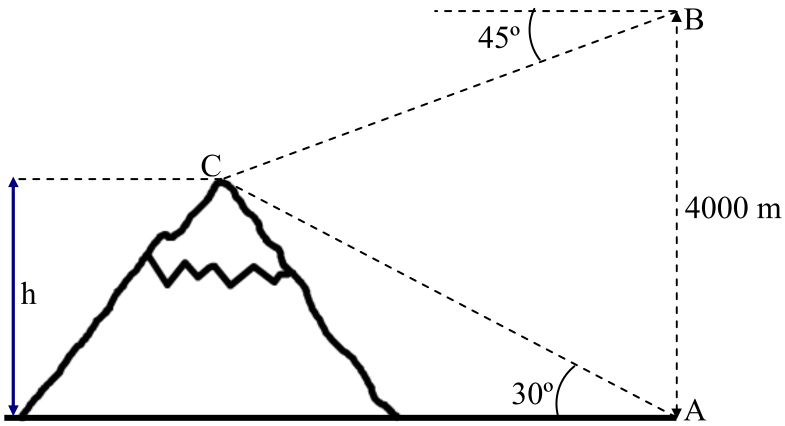
Con el anterior triángulo hemos hallado el valor de c. Observando el triángulo de la izquierda podemos obtener b:

$$\text{tg}45 = \frac{b}{c} \Rightarrow b = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ m}$$

Luego la altura pedida es:

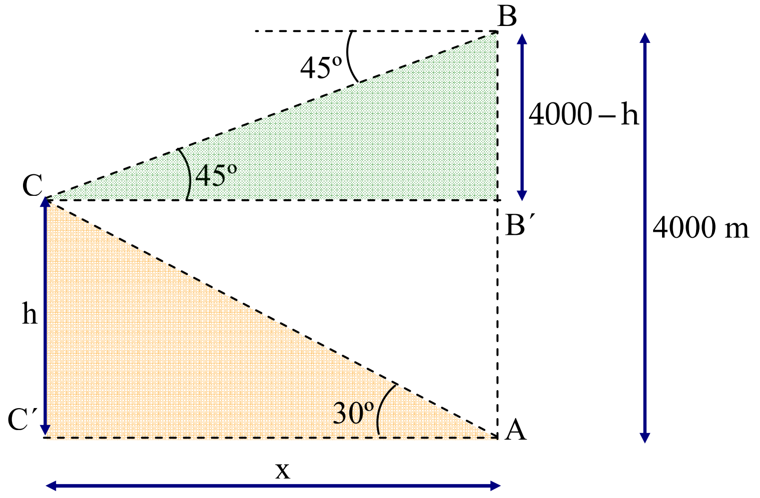
$$a+b = \frac{5\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2} = \frac{5\left(\sqrt{3}+1\right)}{2} \text{ m}$$

7. Halla la altura de la montaña



Solución:

Rehacemos el dibujo y de él extraeremos dos ecuaciones, cada una de ellas perteneciente a un triángulo rectángulo (el $\widehat{CBB'}$ y el $\widehat{ACC'}$



Triángulo $\widehat{CBB'}$:

$$tg45 = \frac{4000-h}{x}$$

Triángulo $\widehat{ACC'}$:

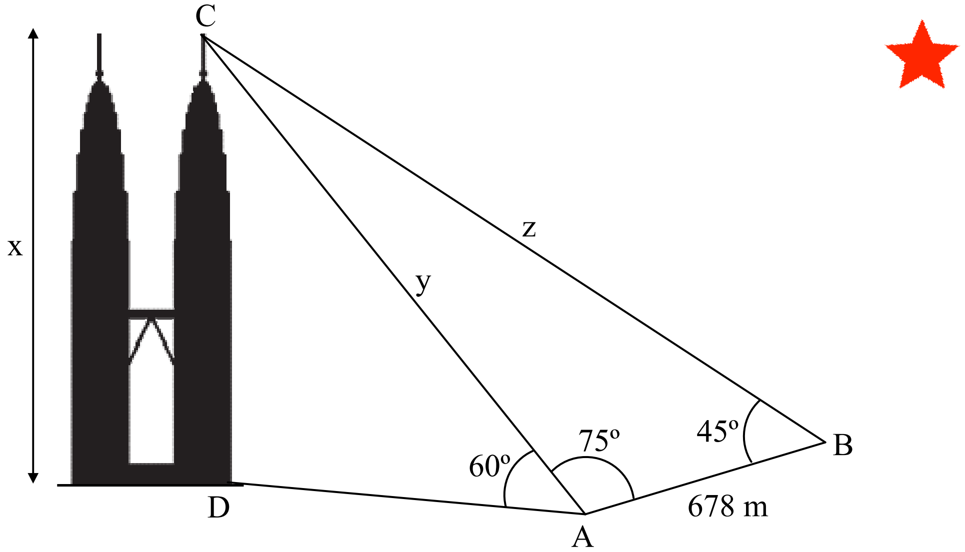
$$tg30 = \frac{h}{x}$$

Resolvamos éste sistema:

$$\left.\begin{aligned} tg45 &= \frac{4000-h}{x} \\ tg30 &= \frac{h}{x} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} 1 &= \frac{4000-h}{x} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{h}{x} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} x &= 4000-h \\ x &= h\sqrt{3} \end{aligned}\right\} \Rightarrow 4000-h = h\sqrt{3} \Rightarrow$$

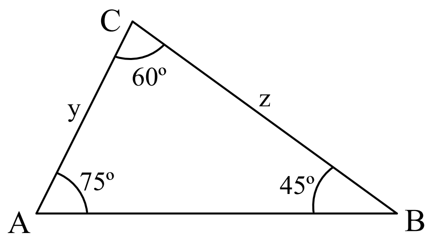
$$\Rightarrow h = \frac{4000}{\sqrt{3}+1}\,m \approx 1464\ m$$

8. Halla la altura de las Torres Petronas, **x** y también las distancias **y**, **z**.



Solución:

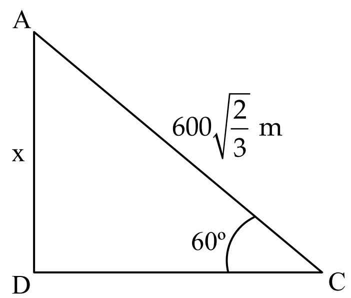
Primeramente vamos a centrarnos en el triángulo $\widehat{ABC}$:



$$\frac{y}{\text{sen}45}=\frac{z}{\text{sen}75}=\frac{678}{\text{sen}60}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{y}{\text{sen}45}=\dfrac{678}{\text{sen}60}\\ \dfrac{z}{\text{sen}75}=\dfrac{678}{\text{sen}60}\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{y}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\dfrac{678}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\\ \dfrac{z}{\text{sen}75}=\dfrac{678}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\boxed{y=678\sqrt{\dfrac{2}{3}}\text{ m}}\\ \boxed{z=\dfrac{1356}{\sqrt{3}}\text{sen}75\text{ m}}\end{cases}$$

Ahora nos fijamos en el triángulo $\widehat{ACD}$:



$$x=\sqrt{\frac{2}{3}}678\cdot\text{sen}60=\sqrt{\frac{2}{3}}678\cdot\sqrt{\frac{2}{3}}=\boxed{452\text{ m}}$$