EJERCICIOS DE SISTEMAS DE ECUACIONES

Ejercicio nº 1.-

a) **Resuelve por sustitución:**

$$\begin{cases} 5x+2y=1 \\ -3x+3y=5 \end{cases}$$

b) **Resuelve por reducción:**

$$\begin{cases} 2x+y=6 \\ 4x+3y=14 \end{cases}$$

Ejercicio nº 2.-

a) **Resuelve por igualación:**

$$\begin{cases} 5x-2y=2 \\ x+2y=2 \end{cases}$$

b) **Resuelve por reducción:**

$$\begin{cases} 5x-y=3 \\ -2x+4y=-12 \end{cases}$$

Ejercicio nº 3.-

a) **Resuelve por sustitución:**

$$\begin{cases} 3x+5y=15 \\ 2x-3y=-9 \end{cases}$$

b) **Resuelve por reducción:**

$$\begin{cases} 4x+6y=2 \\ 6x+5y=1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 4.-

a) **Resuelve por sustitución:**

$$\begin{cases} -2x+3y=14 \\ 3x-y=-14 \end{cases}$$

b) **Resuelve por igualación:**

$$\begin{cases} 2x+3y=2 \\ -6x+12y=1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 5.-

a) **Resuelve por igualación:**

$$\begin{cases} 5x+2y=11 \\ 2x-3y=12 \end{cases}$$

b) **Resuelve por reducción:**

$$\begin{cases} -2x+4y=7 \\ 3x-5y=4 \end{cases}$$

Ejercicio nº 6.-

Resuelve cada uno de los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ -3x + y = -10 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x + 2y = 4 \\ 2x - 4y = 3 \end{cases}$

Ejercicio nº 7.-

Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + 4y = 1 \\ 2x + y = -5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ -6x - 2y = 1 \end{cases}$

Ejercicio nº 8.-

Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 3x - 2y = -4 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 4y = 5 \\ 3x - 12y = 15 \end{cases}$

Ejercicio nº 9.-

Resuelve estos sistemas:

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x - 3y = 5 \\ -8x + 6y = 10 \end{cases}$

Ejercicio nº 10.-

Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 4x - y = -9 \\ 2x + 2y = -2 \end{cases}$

PROBLEMAS DE SISTEMAS DE ECUACIONES

Problema nº 1.-

Calcula un número sabiendo que la suma de sus dos cifras es 10; y que, si invertimos el orden de dichas cifras, el número obtenido es 36 unidades mayor que el inicial.

Problema nº 2.-

En un triángulo rectángulo, uno de sus ángulos agudos es 12° mayor que el otro. ¿Cuánto miden sus tres ángulos?

Problema nº 3.-

La distancia entre dos ciudades, A y B, es de 255 km. Un coche sale de A hacia B a una velocidad de 90 km/h. Al mismo tiempo, sale otro coche de B hacia A a una velocidad de 80 km/h. Suponiendo su velocidad constante, calcula el tiempo que tardan en encontrarse, y la distancia que ha recorrido cada uno hasta el momento del encuentro.

Problema nº 4.-

Halla un número de dos cifras sabiendo que la primera cifra es igual a la tercera parte de la segunda; y que si invertimos el orden de sus cifras, obtenemos otro número que excede en 54 unidades al inicial.

Problema nº 5.-

La base mayor de un trapecio mide el triple que su base menor. La altura del trapecio es de 4 cm y su área es de 24 cm^2. Calcula la longitud de sus dos bases.

Problema nº 6.-

La razón entre las edades de dos personas es de 2/3. Sabiendo que se llevan 15 años, ¿cuál es la edad de cada una de ellas?

Problema nº 7.-

Un número excede en 12 unidades a otro; y si restáramos 4 unidades a cada uno de ellos, entonces el primero sería igual al doble del segundo. Plantea un sistema y resuélvelo para hallar los dos números.

Problema nº 8.-

El perímetro de un triángulo isósceles es de 19 cm. La longitud de cada uno de sus lados iguales excede en 2 cm al doble de la longitud del lado desigual. ¿Cuánto miden los lados del triángulo?

Problema nº 9.-

Pablo y Alicia llevan entre los dos 160 €. Si Alicia le da 10 € a Pablo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuánto dinero lleva cada uno?

Problema nº 10.-

La suma de las tres cifras de un número capicúa es igual a 12. La cifra de las decenas excede en 4 unidades al doble de la cifra de las centenas. Halla dicho número.

Problema nº 11.-

El perímetro de un rectángulo es de 22 cm, y sabemos que su base es 5 cm más larga que su altura. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar las dimensiones del rectángulo.

Problema nº 12.-

Hemos mezclado dos tipos de líquido; el primero de 0,94 €/litro, y el segundo, de 0,86 €/litro, obteniendo 40 litros de mezcla a 0,89 €/litro. ¿Cuántos litros hemos puesto de cada clase?

Problema nº 13.-

El doble de un número más la mitad de otro suman 7; y, si sumamos 7 al primero de ellos, obtenemos el quíntuplo del otro. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar dichos números.

Problema nº 14.-

Dos de los ángulos de un triángulo suman 122°. El tercero de sus ángulos excede en 4 grados al menor de los otros dos. ¿Cuánto miden los ángulos del triángulo?

Problema nº 15.-

Una persona invierte en un producto una cantidad de dinero, obteniendo un 5% de beneficio. Por otra inversión en un segundo producto, obtiene un beneficio del 3,5%. Sabiendo que en total invirtió 10 000 €, y que los beneficios de la primera inversión superan en 300 € a los de la segunda, ¿cuánto dinero invirtió en cada producto?

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DE SISTEMAS DE ECUACIONES

Ejercicio nº 1.-

a) Resuelve por sustitución:

$$\begin{cases} 5x+2y=1 \\ -3x+3y=5 \end{cases}$$

b) Resuelve por reducción:

$$\begin{cases} 2x+y=6 \\ 4x+3y=14 \end{cases}$$

Solución:

a) $$\left.\begin{array}{r} 5x+2y=1 \\ -3x+3y=5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to y=\dfrac{1-5x}{2} \\ \to -3x+3\left(\dfrac{1-5x}{2}\right)=5 \to -3x+\dfrac{3-15x}{2}=5 \to -6x+3-15x=10 \to \end{array}$$

$$\to -21x=7 \to x=\frac{7}{-21}=-\frac{1}{3}$$

$$y=\frac{1-5x}{2}=\frac{1+\frac{5}{3}}{2}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$$

$$\textit{Solución: } x=-\frac{1}{3} \;;\; y=\frac{4}{3}$$

b) $$\left.\begin{array}{r} 2x+y=6 \\ 4x+3y=14 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times(-3)} -6x-3y=-18 \\ \xrightarrow{\qquad} \underline{\;4x+3y=14\;} \end{array}$$

$$\text{Sumando: } -2x \quad = -4 \to x=2$$

$$2x+y=6 \to y=6-2x=6-4=2$$

$$\textit{Solución: } x=2 \;;\; y=2$$

Ejercicio nº 2.-

a) Resuelve por igualación:

$$\begin{cases} 5x-2y=2 \\ x+2y=2 \end{cases}$$

b) Resuelve por reducción:

$$\begin{cases} 5x-y=3 \\ -2x+4y=-12 \end{cases}$$

Solución:

a) $$\left.\begin{array}{r} 5x-2y=2 \\ x+2y=2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to \\ \to \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}\rightarrow\ x=\dfrac{2+2y}{5}\\ \rightarrow\ x=2-2y\end{array}\right\}\ \rightarrow\ \frac{2+2y}{5}=2-2y\ \rightarrow\ 2+2y=10-10y\ \rightarrow\ 12y=8\ \rightarrow\ y=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$$

$$x=2-2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)=2-\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$$

Solución: $x=\dfrac{2}{3}$; $y=\dfrac{2}{3}$

b) $$\left.\begin{array}{r}5x-y=3\\ -2x+4y=-12\end{array}\right\}\begin{array}{l}\xrightarrow{\times 4}\ 20x-4y=12\\ \xrightarrow{\qquad}\ \underline{-2x+4y=-12}\end{array}$$

$$\text{Sumando: } 18x \qquad =0\ \rightarrow\ x=0$$

$$5x-y=3\ \rightarrow\ 5x-3=y\ \rightarrow\ -3=y$$

Solución: $x=0$; $y=-3$

Ejercicio nº 3.-

a) Resuelve por sustitución:

$$\begin{cases}\mathbf{3x+5y=15}\\ \mathbf{2x-3y=-9}\end{cases}$$

b) Resuelve por reducción:

$$\begin{cases}\mathbf{4x+6y=2}\\ \mathbf{6x+5y=1}\end{cases}$$

Solución:

a) $$\left.\begin{array}{l}3x+5y=15\\ \\ 2x-3y=-9\end{array}\right\}\begin{array}{l}\rightarrow\ x=\dfrac{15-5y}{3}\\ \\ \rightarrow\ 2\left(\dfrac{15-5y}{3}\right)-3y=-9\ \rightarrow\ \dfrac{30-10y}{3}-3y=-9\ \rightarrow\ 30-10y-9y=-27\ \rightarrow\end{array}$$

$$\rightarrow\ -19y=-57\quad\rightarrow\quad y=\frac{-57}{-19}=3$$

$$x=\frac{15-5y}{3}=\frac{15-5\cdot 3}{3}=\frac{0}{3}=0$$

Solución: $x=0$; $y=3$

b) $$\left.\begin{array}{r}4x+6y=2\\ 6x+5y=1\end{array}\right\}\begin{array}{l}\xrightarrow{\times 5}\ 20x+30y=10\\ \xrightarrow{\times(-6)}\ \underline{-36x-30y=-6}\end{array}$$

$$\text{Sumando: } -16x \qquad =4\ \rightarrow\ x=-\frac{4}{16}=-\frac{1}{4}$$

$$4x+6y=2\ \rightarrow\ 4\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)+6y=2\ \rightarrow\ -1+6y=2\ \rightarrow\ 6y=3\ \rightarrow\ y=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

Solución: $x=-\dfrac{1}{4}$; $y=\dfrac{1}{2}$

Ejercicio nº 4.-

a) Resuelve por sustitución:

$$\begin{cases} -2x+3y=14 \\ 3x-y=-14 \end{cases}$$

b) Resuelve por igualación:

$$\begin{cases} 2x+3y=2 \\ -6x+12y=1 \end{cases}$$

Solución:

a) $$\left.\begin{array}{r} -2x+3y=14 \\ 3x-y=-14 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow\ -2x+3(3x+14)=14\ \rightarrow\ -2x+9x+42=14\ \rightarrow \\ \rightarrow\ y=3x+14 \end{array}$$

$$\rightarrow\ 7x=-28\ \rightarrow\ x=-\frac{28}{7}=-4$$

$$y=3\cdot(-4)+14=-12+14=2$$

Solución: $x=-4\ ;\ y=2$

b) $$\left.\begin{array}{r} 2x+3y=2 \\ -6x+12y=1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow\ y=\dfrac{2-2x}{3} \\ \rightarrow\ y=\dfrac{1+6x}{12} \end{array}\left.\vphantom{\begin{array}{l}\dfrac{2}{3}\\\dfrac{1}{12}\end{array}}\right\}\ \rightarrow\ \frac{2-2x}{3}=\frac{1+6x}{12}\ \rightarrow\ 8-8x=1+6x\ \rightarrow$$

$$\rightarrow\ -14x=-7\ \rightarrow\ x=\frac{-7}{-14}=\frac{1}{2}$$

$$y=\frac{2-2x}{3}=\frac{2-2\cdot(1/2)}{3}=\frac{1}{3}$$

Solución: $x=\dfrac{1}{2}\ ;\ y=\dfrac{1}{3}$

Ejercicio nº 5.-

a) Resuelve por igualación:

$$\begin{cases} 5x+2y=11 \\ 2x-3y=12 \end{cases}$$

b) Resuelve por reducción:

$$\begin{cases} -2x+4y=7 \\ 3x-5y=4 \end{cases}$$

Solución:

a) $$\left.\begin{array}{r} 5x+2y=11 \\ 2x-3y=12 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow\ x=\dfrac{11-2y}{5} \\ \rightarrow\ x=\dfrac{12+3y}{2} \end{array}\left.\vphantom{\begin{array}{l}\dfrac{2}{3}\\\dfrac{1}{12}\end{array}}\right\}\ \rightarrow\ \frac{11-2y}{5}=\frac{12+3y}{2}\ \rightarrow$$

$$\rightarrow\ 22-4y=60+15y\ \rightarrow\ -38=19y\ \rightarrow\ y=-\frac{38}{19}=-2$$

$$x=\frac{11-2y}{5}=\frac{11-2\cdot(-2)}{5}=\frac{15}{5}=3$$

Solución: $x=3\ ;\ y=-2$

b) $\left.\begin{array}{l} -2x+4y=7 \\ 3x-5y=4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times 3} -6x+12y=21 \\ \xrightarrow{\times 2} \underline{\ 6x-10y=8\ } \end{array}$

Sumando: $2y=29 \rightarrow y=\dfrac{29}{2}$

$-2x+4y=7 \rightarrow -2x+4\cdot\left(\dfrac{29}{2}\right)=7 \rightarrow -2x+58=7 \rightarrow -2x=-51 \rightarrow x=\dfrac{51}{2}$

Solución: $x=\dfrac{51}{2}$; $y=\dfrac{29}{2}$

Ejercicio nº 6.-

Resuelve cada uno de los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} \ \ \boldsymbol{x+2y=1} \\ \boldsymbol{-3x+y=-10} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \boldsymbol{-x+2y=4} \\ \boldsymbol{2x-4y=3} \end{cases}$

Solución:

a) $\left.\begin{array}{l} x+2y=1 \\ -3x+y=-10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow x=1-2y \\ \rightarrow -3(1-2y)+y=-10 \rightarrow -3+6y+y=-10 \rightarrow 7y=-7 \rightarrow y=-1 \end{array}$

$x=1-2y=1-2\cdot(-1)=1+2=3$

Solución: $x=3$; $y=-1$

b) $\left.\begin{array}{l} -x+2y=4 \\ 2x-4y=3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow 2y-4=x \\ \rightarrow 2(2y-4)-4y=3 \rightarrow 4y-8-4y=3 \rightarrow 0=11 \rightarrow \text{No tiene solución.} \end{array}$

Ejercicio nº 7.-

Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} \boldsymbol{x+4y=1} \\ \boldsymbol{2x+y=-5} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \ \ \boldsymbol{3x+y=4} \\ \boldsymbol{-6x-2y=1} \end{cases}$

Solución:

a) $\left.\begin{array}{l} x+4y=1 \\ 2x+y=-5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow x=1-4y \\ \rightarrow 2(1-4y)+y=-5 \rightarrow 2-8y+y=-5 \rightarrow -7y=-7 \rightarrow y=1 \end{array}$

$x=1-4y=1-4\cdot 1=-3$

Solución: $x=-3$; $y=1$

b) $\left.\begin{array}{l} 3x+y=4 \\ -6x-2y=1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow y=4-3x \\ \rightarrow -6x-2(4-3x)=1 \rightarrow -6x-8+6x=1 \rightarrow 0=9 \rightarrow \text{No tiene solución.} \end{array}$

Ejercicio nº 8.-

Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} \mathbf{3x - 2y = -4} \\ \mathbf{2x + y = 2} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \mathbf{x - 4y = 5} \\ \mathbf{3x - 12y = 15} \end{cases}$

Solución:

a) $\left.\begin{matrix} 3x - 2y = -4 \\ 2x + y = 2 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \to\ 3x - 2(2-2x) = -4 \ \to\ 3x - 4 + 4x = -4 \ \to\ 7x = 0 \ \to\ x = 0 \\ \to\ y = 2 - 2x \end{matrix}$

$y = 2 - 2x = 2 - 2\cdot 0 = 2$

Solución: $x = 0$; $y = 2$

b) $\left.\begin{matrix} x - 4y = 5 \\ 3x - 12y = 15 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \to\ x = 5 + 4y \\ \to\ 3(5+4y) - 12y = 15 \ \to\ 15 + 12y - 12y = 15 \ \to\ 0 = 0 \end{matrix}$

El sistema tiene infinitas soluciones.

Ejercicio nº 9.-

Resuelve estos sistemas:

a) $\begin{cases} \mathbf{2x + 3y = 1} \\ \mathbf{3x + 2y = 4} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \mathbf{4x - 3y = 5} \\ \mathbf{-8x + 6y = 10} \end{cases}$

Solución:

a) $\left.\begin{matrix} 2x + 3y = 1 \\ 3x + 2y = 4 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \xrightarrow{\times 2} & 4x + 6y = 2 \\ \xrightarrow{\times(-3)} & \underline{-9x - 6y = -12} \end{matrix}$

Sumando: $-5x \quad = -10 \ \to\ x = 2$

$2x + 3y = 1 \ \to\ 4 + 3y = 1 \ \to\ 3y = -3 \ \to y = -1$

Solución: $x = 2$; $y = -1$

b) $\left.\begin{matrix} 4x - 3y = 5 \\ -8x + 6y = 10 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \xrightarrow{\times 2} & 8x - 6y = 10 \\ \xrightarrow{\quad} & \underline{-8x + 6y = 10} \end{matrix}$

Sumando: $\quad 0 = 20$

No tiene solución.

Ejercicio nº 10.-

Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} \mathbf{4x - y = -9} \\ \mathbf{2x + 2y = -2} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \mathbf{5x - 4y = 3} \\ \mathbf{-10x + 8y = -6} \end{cases}$

Solución:

a) $\left.\begin{array}{r} 4x - y = -9 \\ 2x + 2y = -2 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 4x + 9 = y \\ x + y = -1 \end{array}\right\} \rightarrow x + 4x + 9 = -1 \rightarrow 5x = -10 \rightarrow x = -2$

$y = 4x + 9 = 4 \cdot (-2) + 9 = -8 + 9 = 1$

Solución: $x = -2$; $y = 1$

b) $\left.\begin{array}{r} 5x - 4y = 3 \\ -10x + 8y = -6 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \xrightarrow{\times 2} \\ \longrightarrow \end{array} \begin{array}{r} 10x - 8y = 6 \\ \underline{-10x + 8y = -6} \end{array}$

Sumando: $\quad 0 = 0$

El sistema tiene infinitas soluciones.

Ejercicio nº 11.-

Resuelve este sistema:

$$\begin{cases} \mathbf{\dfrac{2(x+4)}{3} - \dfrac{y}{2} = \dfrac{9}{2}} \\ \mathbf{x + 2y - \dfrac{1}{3}(3x - 2) = -\dfrac{4}{3}} \end{cases}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{r} \dfrac{2(x+4)}{3} - \dfrac{y}{2} = \dfrac{9}{2} \\ x + 2y - \dfrac{1}{3}(3x-2) = -\dfrac{4}{3} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} \dfrac{2x+8}{3} - \dfrac{y}{2} = \dfrac{9}{2} \\ x + 2y - \dfrac{3x-2}{3} = -\dfrac{4}{3} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 4x + 16 - 3y = 27 \\ 3x + 6y - 3x + 2 = -4 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left.\begin{array}{r} 4x - 3y = 11 \\ 6y = -6 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow 4x + 3 = 11 \rightarrow 4x = 8 \rightarrow x = 2 \\ \rightarrow y = -1 \end{array}$$

Solución: $x = 2$; $y = -1$

Ejercicio nº 12.-

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \mathbf{\dfrac{2x-1}{2} + \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{11}{6}} \\ \mathbf{-\dfrac{2x}{5} + \dfrac{y-1}{10} = -\dfrac{6}{5}} \end{cases}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{2x-1}{2}+\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{11}{6}\\ -\dfrac{2x}{5}+\dfrac{y-1}{10}=-\dfrac{6}{5}\end{array}\right\}\rightarrow \left.\begin{array}{r}6x-3+2y-6=11\\ -4x+y-1=-12\end{array}\right\}\rightarrow \left.\begin{array}{r}6x+2y=20\\ -4x+y=-11\end{array}\right\}\rightarrow \left.\begin{array}{r}3x+y=10\\ -4x+y=-11\end{array}\right\}\begin{array}{l}\rightarrow\\ \rightarrow\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}\rightarrow\ y=10-3x\\ \rightarrow\ y=4x-11\end{array}\right\}\rightarrow 10-3x=4x-11\ \rightarrow\ 21=7x\ \rightarrow\ x=3$$

$$y=10-3x=10-3\cdot 3=10-9=1$$

Solución: $x=3$; $y=1$

<u>Ejercicio nº 13.-</u>

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases}\dfrac{3x-2y}{3}+4y=\dfrac{13}{3}\\ \dfrac{2(-2y+x)}{3}-\dfrac{3x}{2}=-\dfrac{13}{6}\end{cases}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{3x-2y}{3}+4y=\dfrac{13}{3}\\ \dfrac{2(-2y+x)}{3}-\dfrac{3x}{2}=-\dfrac{13}{6}\end{array}\right\}\rightarrow \left.\begin{array}{r}3x-2y+12y=13\\ \dfrac{-4y+2x}{3}-\dfrac{3x}{2}=-\dfrac{13}{6}\end{array}\right\}\rightarrow \left.\begin{array}{r}3x+10y=13\\ -8y+4x-9x=-13\end{array}\right\}\rightarrow\rightarrow \left.\begin{array}{r}3x+10y=13\\ -5x-8y=-13\end{array}\right\}$$

$$\begin{array}{l}\xrightarrow{\times 5}\ \ 15x+50y=65\\ \xrightarrow{\times 3}\ \ \underline{-15x-24y=-39}\end{array}$$

$$\text{Sumando:}\qquad 26y=26\ \rightarrow\ y=1$$

$$3x+10y=13\ \rightarrow\ 3x+10=13\ \rightarrow\ 3x=3\ \rightarrow\ x=1$$

Solución: $x=1$; $y=1$

<u>Ejercicio nº 14.-</u>

Resuelve este sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases}\dfrac{2(x+1)}{3}-y=-3\\ 3(x+5-y)+3x=12\end{cases}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{2(x+1)}{3}-y=-3\\ 3(x+5-y)+3x=12\end{array}\right\}\rightarrow \left.\begin{array}{r}\dfrac{2x+2}{3}-y=-3\\ 3x+15-3y+3x=12\end{array}\right\}\rightarrow \left.\begin{array}{r}2x+2-3y=-9\\ 6x-3y=-3\end{array}\right\}\rightarrow$$

$$\rightarrow\left.\begin{array}{r}2x-3y=-11\\ 2x-y=-1\end{array}\right\}\begin{array}{l}\xrightarrow{\times(-1)}\ -2x+3y=11\\ \xrightarrow{\qquad}\ \ \underline{2x-y=-1}\end{array}$$

$$\text{Sumando:}\qquad 2y=10\ \rightarrow\ y=5$$

$$2x-y=-1\ \rightarrow\ 2x-5=-1\ \rightarrow\ 2x=4\ \rightarrow\ x=2$$

Solución: $x = 2$; $y = 5$

Ejercicio nº 15.-

Resuelve el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{7x-9y}{2} - \dfrac{2x+4}{2} = -15 \\ 5(x-1+y) = 25 \end{cases}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{r} \dfrac{7x-9y}{2} - \dfrac{2x+4}{2} = -15 \\ 5(x-1+y) = 25 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 7x-9y-2x-4 = -30 \\ 5x-5+5y = 25 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left.\begin{array}{r} 5x-9y = -26 \\ 5x+5y = 30 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \xrightarrow{\qquad} \\ \xrightarrow{\times(-1)} \end{array} \begin{array}{r} 5x-9y = -26 \\ \underline{-5x-5y = -30} \end{array}$$

$$\text{Sumando:} \qquad -14y = -56 \quad \rightarrow \quad y = \frac{-56}{-14} = 4$$

$$5x+5y = 30 \quad \rightarrow \quad x+y = 6 \quad \rightarrow \quad x+4 = 6 \quad \rightarrow \quad x = 2$$

Solución: $x = 2$; $y = 4$

Ejercicio nº 16.-

a) Busca dos pares de valores que sean solución de la ecuación $5x - 4y = 1$.

b) Representa gráficamente la recta $5x - 4y = 1$.

c) ¿Qué relación hay entre los puntos de la recta y las soluciones de la ecuación?

Solución:

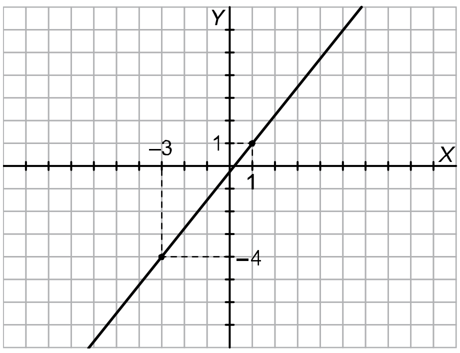
a) $5x - 4y = 1 \quad \rightarrow \quad 5x - 1 = 4y \quad \rightarrow \quad y = \dfrac{5x-1}{4}$

Le damos valores a x y obtenemos, por ejemplo, los puntos:

$x = 1 \quad \rightarrow \quad y = 1 \quad \rightarrow \quad$ Punto (1, 1)

$x = -3 \quad \rightarrow \quad y = -4 \quad \rightarrow \quad$ Punto (–3, –4)

b) Utilizamos los dos puntos obtenidos en el apartado anterior:



c) Los puntos de la recta son las soluciones de la ecuación.

Ejercicio nº 17.-

a) Obtén dos puntos de la recta $3x - 2y = 1$ y represéntala gráficamente.

b) ¿Alguno de los dos puntos obtenidos en el apartado anterior es solución de la ecuación $3x - 2y = 1$?

c) ¿Qué relación hay entre las soluciones de la ecuación y los puntos de la recta?

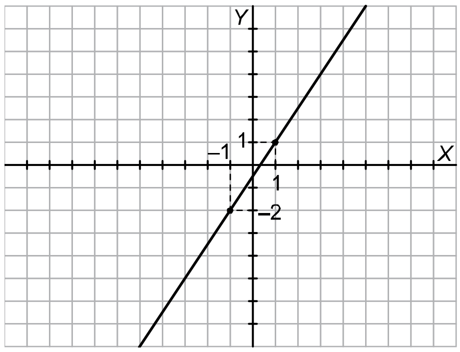
Solución:

a) $3x - 2y = 1 \quad \rightarrow \quad 3x - 1 = 2y \quad \rightarrow \quad y = \dfrac{3x-1}{2}$

Damos valores a x y obtenemos los puntos:

$x = 1 \quad \rightarrow \quad y = 1 \quad \rightarrow$ Punto $(1, 1)$

$x = -1 \quad \rightarrow \quad y = -2 \quad \rightarrow$ Punto $(-1, -2)$



b) Los dos puntos obtenidos son solución de la ecuación.

c) Los puntos de la recta son las soluciones de la ecuación.

Ejercicio nº 18.-

a) Representa gráficamente la recta $5x + 2y = 3$.

b) ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $5x + 2y = 3$? Obtén dos de sus soluciones.

c) ¿Qué relación hay entre las soluciones de la ecuación y los puntos de la recta?

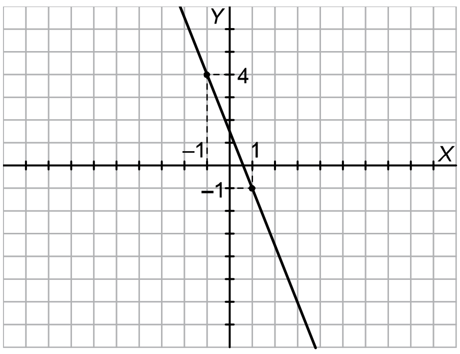
Solución:

a) $5x + 2y = 3 \quad \rightarrow \quad y = \dfrac{3-5x}{2}$

Le damos valores a x y obtenemos, por ejemplo, los puntos:

$x = 1 \quad \rightarrow \quad y = -1 \quad \rightarrow$ Punto $(1, -1)$

$x = -1 \quad \rightarrow \quad y = 4 \quad \rightarrow$ Punto $(-1, 4)$

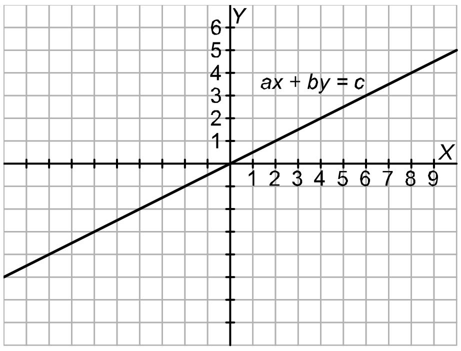


b) Tiene infinitas soluciones. Dos de ellas son, por ejemplo, $(1, -1)$ y $(-1, 4)$.

c) Los puntos de la recta son las soluciones de la ecuación.

Ejercicio nº 19.-

A la vista de la siguiente gráfica:



a) Obtén tres puntos de la recta $ax + by = c$.

b) Halla tres soluciones de la ecuación $ax + by = c$.

c) ¿Qué relación hay entre los puntos de la recta y las soluciones de la ecuación?

Solución:

a) Por ejemplo: (0, 0); (2, 1); (4, 2).

b) Por ejemplo: (0, 0); (2, 1); (4, 2).

c) Los puntos de la recta son las soluciones de la ecuación.

Ejercicio nº 20.-

a) De los siguientes pares de valores:

$$\mathbf{(0,10);\ \left(\frac{3}{2},19\right);\ (-1,-4);\ \left(0,\frac{2}{5}\right);\ \left(-\frac{1}{2},7\right)}$$

¿cuáles son soluciones de la ecuación $-3x+\frac{1}{2}y=5$?

b) Representa gráficamente la recta $-3x+\frac{1}{2}y=5$.

c) ¿Qué relación hay entre los puntos de la recta y las soluciones de la ecuación?

Solución:

a) Sustituimos cada uno de ellos en la ecuación:

$(0,10) \rightarrow -3\cdot 0+\frac{1}{2}\cdot 10=5 \rightarrow (0,10)$ es solución.

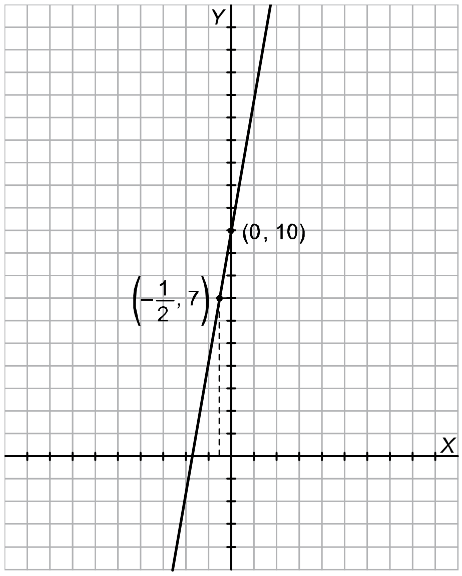
$\left(\frac{3}{2},19\right) \rightarrow -3\cdot\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\cdot 19=5 \rightarrow \left(\frac{3}{2},19\right)$ es solución.

$(-1,-4) \rightarrow -3\cdot(-1)+\frac{1}{2}\cdot(-4)=1 \rightarrow (-1,-4)$ no es solución.

$\left(0,\frac{2}{5}\right) \rightarrow -3\cdot 0+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}=\frac{1}{5} \rightarrow \left(0,\frac{2}{5}\right)$ no es solución.

$\left(-\frac{1}{2},7\right) \rightarrow -3\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}\cdot 7=5 \rightarrow \left(-\frac{1}{2},7\right)$ es solución.

b) Tomamos dos puntos de la recta, por ejemplo $(0, 10)$ y $\left(-\frac{1}{2}, 7\right)$, y la representamos:



c) Los puntos de la recta son las soluciones de la ecuación.

Ejercicio nº 21.-

Averigua cuántas soluciones tiene el siguiente sistema de ecuaciones, representando las dos rectas en los mismos ejes:

$$\begin{cases} -\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} = \mathbf{5} \\ -\mathbf{2}\boldsymbol{x} + \mathbf{2}\boldsymbol{y} = \mathbf{2} \end{cases}$$

Solución:

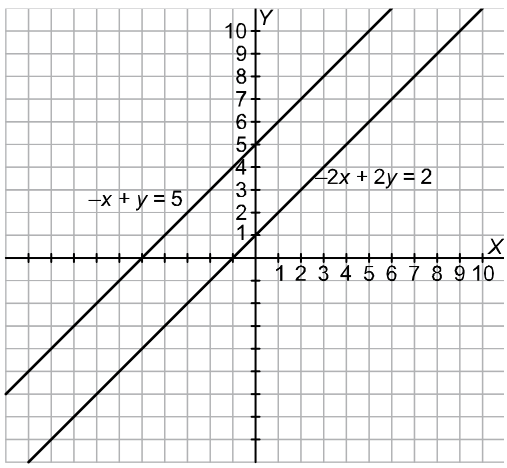
Representamos las dos rectas obteniendo dos puntos de cada una de ellas:

$-x + y = 5 \;\rightarrow\; y = x + 5$

x	y
0	5
–1	4

$-2x + 2y = 2 \;\rightarrow\; -x + y = 1 \;\rightarrow\; y = x + 1$

x	y
0	1
1	2



Son paralelas. El sistema no tiene solución.

Ejercicio nº 22.-

a) Representa en los mismos ejes el siguiente par de rectas e indica el punto en el que se cortan:

$$\begin{cases} \mathbf{2x + y = 2} \\ \mathbf{x - y = 1} \end{cases}$$

b) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema anterior?

Solución:

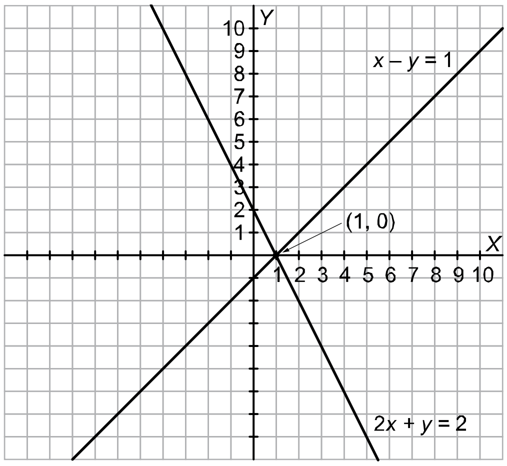
a) Representamos las dos rectas obteniendo dos puntos de cada una de ellas:

$2x + y = 2 \rightarrow y = 2 - 2x$

x	y
0	2
1	0

$x - y = 1 \rightarrow y = x - 1$

x	y
0	–1
1	0



b) Hay una solución: (1, 0); es decir, $x = 1$, $y = 0$.

Ejercicio nº 23.-

a) Representa en los mismos ejes las rectas:

$$\begin{cases} \mathbf{-2x + y = 1} \\ \mathbf{2x - y = 2} \end{cases}$$

b) ¿Qué dirías acerca de la solución del sistema anterior?

Solución:

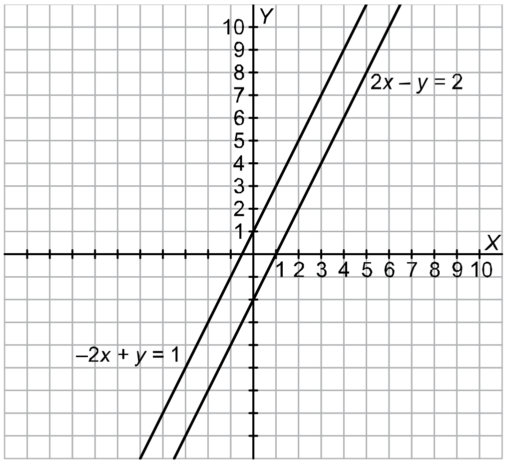
a) Obtenemos dos puntos de cada una de las rectas para representarlas:

$-2x + y = 1 \rightarrow y = 2x + 1$

x	y
0	1
1	3

$2x - y = 2 \rightarrow 2x - 2 = y$

x	y
0	–2
1	0



Son paralelas.

b) El sistema no tiene solución, es incompatible, ya que las rectas no se cortan.

Ejercicio nº 24.-

a) Representa en los mismos ejes las rectas:

$$\begin{cases} -x + y = 1 \\ -2x + 2y = 2 \end{cases}$$

b) ¿En qué punto (o puntos) se cortan? ¿Cuántas soluciones tendrá el sistema?

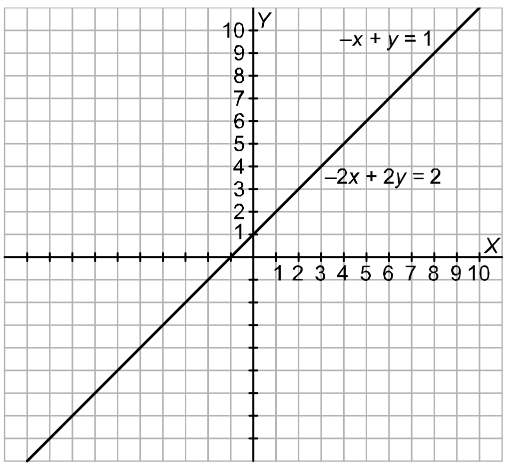
Solución:

a) Representamos las rectas obteniendo dos puntos de cada una de ellas:

$-x + y = 1 \;\rightarrow\; y = x + 1 \qquad -2x + 2y = 2 \;\rightarrow\; -x + y = 1 \;\rightarrow\; y = x + 1$

x	y
0	1
1	2

Es la misma recta.



b) Se cortan en todos sus puntos, puesto que se trata de la misma recta. El sistema tendrá infinitas soluciones: todos los puntos de la recta.

Ejercicio nº 25.-

a) Representa en los mismos ejes las rectas:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x + 2y = 0} \\ \boldsymbol{-x + 2y = 4} \end{cases}$$

b) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema anterior? ¿Cuáles son?

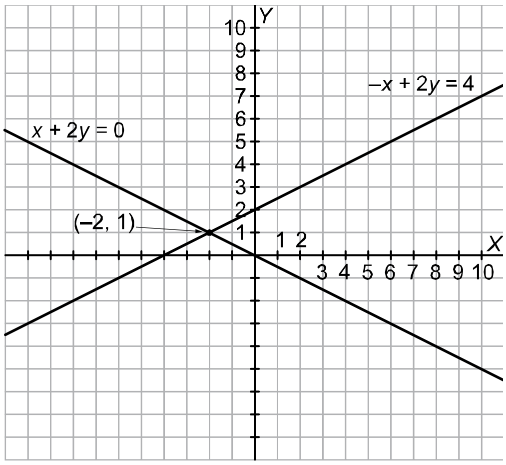
Solución:

a) Representamos las rectas obteniendo dos puntos de cada una de ellas:

$x + 2y = 0 \rightarrow 2y = -x \rightarrow y = -\dfrac{x}{2}$ $\qquad$ $-x + 2y = 4 \rightarrow 2y = 4 + x \rightarrow y = \dfrac{4 + x}{2}$

x	y
0	0
2	–1

x	y
0	2
2	3



b) Tiene una solución: (–2, 1); es decir, $x = -2$, $y = 1$.

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS DE SISTEMAS DE ECUACIONES

Problema nº 1.-

Calcula un número sabiendo que la suma de sus dos cifras es 10; y que, si invertimos el orden de dichas cifras, el número obtenido es 36 unidades mayor que el inicial.

Solución:

Llamamos x a la primera cifra del número (la de las decenas) e y a la segunda (la de las unidades). Así, el número será $10x + y$. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} x+y=10 \\ 10y+x=10x+y+36 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y=10 \\ 9x-9y=-36 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y=10 \\ x-y=-4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} \rightarrow\ y=10-x \\ \rightarrow\ y=x+4 \end{array}\right\} \rightarrow\ 10-x=x+4\ \rightarrow\ 6=2x\ \rightarrow\ x=3$$

$y = 10 - x = 10 - 3 = 7$

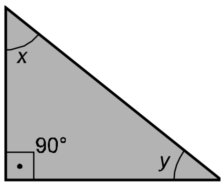
El número buscado es el 37.

Problema nº 2.-

En un triángulo rectángulo, uno de sus ángulos agudos es $12°$ mayor que el otro. ¿Cuánto miden sus tres ángulos?

Solución:

Llamamos x e y a los ángulos agudos del triángulo:



Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} x=y+12 \\ x+y=90 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x=y+12 \\ x=90-y \end{array}\right\} \rightarrow\ y+12=90-y\ \rightarrow\ 2y=78\ \rightarrow\ y=\frac{78}{2}=39$$

$x = y + 12 = 39 + 12 = 51$

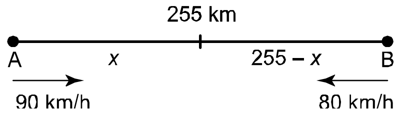
Los ángulos miden $39°$, $51°$ y $90°$.

Problema nº 3.-

La distancia entre dos ciudades, A y B, es de 255 km. Un coche sale de A hacia B a una velocidad de 90 km/h. Al mismo tiempo, sale otro coche de B hacia A a una velocidad de 80 km/h. Suponiendo su velocidad constante, calcula el tiempo que tardan en encontrarse, y la distancia que ha recorrido cada uno hasta el momento del encuentro.

Solución:

Llamamos x a la distancia que recorre el coche que sale de A hasta encontrarse.



Sabemos que $e = v \cdot t$, donde e representa el espacio recorrido, v la velocidad y t el tiempo. Por tanto:

$$\left.\begin{array}{r} x = 90t \\ 255 - x = 80t \end{array}\right\} \rightarrow 255 - 90t = 80t \rightarrow 255 = 170t \rightarrow t = \frac{255}{170} = 1{,}5 \text{ horas}$$

$x = 90t = 90 \cdot 1{,}5 = 135$ km $\rightarrow$ $255 - x = 255 - 135 = 120$ km

Tardan 1,5 horas (una hora y media) en encontrarse. El coche que salió de A llevaba recorridos 135 km; y el que salió de B, llevaba 120 km.

<u>Problema nº 4.-</u>

Halla un número de dos cifras sabiendo que la primera cifra es igual a la tercera parte de la segunda; y que si invertimos el orden de sus cifras, obtenemos otro número que excede en 54 unidades al inicial.

Solución:

Llamamos x a la primera cifra del número (la de las decenas) e y a la segunda cifra (la de las unidades). Así, el número será $10x + y$. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{y}{3} \\ 10y + x = 10x + y + 54 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow 3x = y \\ \rightarrow 30x + x = 10x + 3x + 54 \rightarrow 18x = 54 \rightarrow x = \dfrac{54}{18} = 3 \end{array}$$

$y = 3x = 3 \cdot 3 = 9$

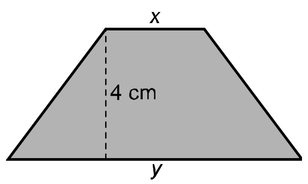
El número buscado es el 39.

<u>Problema nº 5.-</u>

La base mayor de un trapecio mide el triple que su base menor. La altura del trapecio es de 4 cm y su área es de 24 cm^2. Calcula la longitud de sus dos bases.

Solución:

Llamamos x a la base menor e y a la base mayor.



Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} y = 3x \\ \dfrac{(x+y)\cdot 4}{2} = 24 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} y = 3x \\ 2x+2y = 24 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} y = 3x \\ x+y = 12 \end{array}\right\} \rightarrow x+3x = 12 \rightarrow 4x = 12 \rightarrow x = 3$$

$y = 3x = 3 \cdot 3 = 9$

La base menor mide 3 cm y la base mayor, 9 cm.

Problema nº 6.-

La razón entre las edades de dos personas es de 2/3. Sabiendo que se llevan 15 años, ¿cuál es la edad de cada una de ellas?

Solución:

Llamamos x e y a las edades de cada uno. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{y} = \dfrac{2}{3} \rightarrow 3x = 2y \\ y = x+15 \end{array}\right\} \rightarrow 3x = 2(x+15) \rightarrow 3x = 2x+30 \rightarrow x = 30$$

$y = x+15 = 30+15 = 45$

Tienen 30 y 45 años.

Problema nº 7.-

Un número excede en 12 unidades a otro; y si restáramos 4 unidades a cada uno de ellos, entonces el primero sería igual al doble del segundo. Plantea un sistema y resuélvelo para hallar los dos números.

Solución:

Hagamos una tabla para entender mejor la situación:

		SI RESTAMOS 4
PRIMER NÚMERO	x	$x-4$
SEGUNDO NÚMERO	y	$y-4$

Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} x = y+12 \\ x-4 = 2(y-4) \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow x = y+12 \\ \rightarrow y+12-4 = 2y-8 \rightarrow y = 16 \end{array}$$

$x = y + 12 = 16 + 12 = 28$

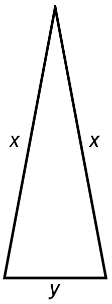
Los números son el 28 y el 16.

Problema nº 8.-

El perímetro de un triángulo isósceles es de 19 cm. La longitud de cada uno de sus lados iguales excede en 2 cm al doble de la longitud del lado desigual. ¿Cuánto miden los lados del triángulo?

Solución:

Llamamos x a la longitud de cada uno de los dos lados iguales e y a la del lado desigual.



Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} 2x+y=19 \\ x=2y+2 \end{array}\right\} \rightarrow 2(2y+2)+y=19 \rightarrow 4y+4+y=19 \rightarrow 5y=15 \rightarrow y=3$$

$x=2y+2=2\cdot 3+2=6+2=8$

Los lados iguales miden 8 cm cada uno; y el lado desigual mide 3 cm.

<u>Problema nº 9.-</u>

Pablo y Alicia llevan entre los dos 160 €. Si Alicia le da 10 € a Pablo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuánto dinero lleva cada uno?

Solución:

Llamamos x a la cantidad de dinero que lleva Pablo e y a la que lleva Alicia. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x+y=160 \\ x+10=y-10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow y-20+y=160 \rightarrow 2y=180 \rightarrow y=90 \\ \rightarrow x=y-20 \end{array}$$

$x=y-20=90-20=70$

Pablo lleva 70 € y Alicia, 90 €.

<u>Problema nº 10.-</u>

La suma de las tres cifras de un número capicúa es igual a 12. La cifra de las decenas excede en 4 unidades al doble de la cifra de las centenas. Halla dicho número.

Solución:

Llamamos x a la cifra de las centenas (que coincide con la de las unidades, por ser el número capicúa) e y a la de las decenas. Así, tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} 2x+y=12 \\ y=2x+4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow y=12-2x \\ \rightarrow y=2x+4 \end{array}\left.\right\} \rightarrow 12-2x=2x+4 \rightarrow 8=4x \rightarrow x=2 \rightarrow y=8$$

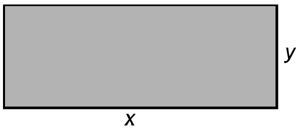
El número que buscamos es el 282.

<u>Problema nº 11.-</u>

El perímetro de un rectángulo es de 22 cm, y sabemos que su base es 5 cm más larga que su altura. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar las dimensiones del rectángulo.

Solución:

Llamamos x a la base e y a la altura.



Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r}2x+2y=22\\ x=y+5\end{array}\right\}\rightarrow \left.\begin{array}{r}x+y=11\\ x=y+5\end{array}\right\}\rightarrow y+5+y=11\rightarrow 2y=6\rightarrow y=3$$

$x = y + 5 = 3 + 5 = 8$

La base mide 8 cm y la altura, 3 cm.

Problema nº 12.-

Hemos mezclado dos tipos de líquido; el primero de 0,94 €/litro, y el segundo, de 0,86 €/litro, obteniendo 40 litros de mezcla a 0,89 €/litro. ¿Cuántos litros hemos puesto de cada clase?

Solución:

Hacemos una tabla para organizar la información:

	1er TIPO	2º TIPO	MEZCLA
N.° LITROS	x	y	40
PRECIO/LITRO (euros)	0,94	0,86	0,89
PRECIO TOTAL (euros)	0,94x	0,86y	35,6

Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r}x+y=40\\ 0{,}94x+0{,}86y=35{,}6\end{array}\right\}\begin{array}{l}\rightarrow y=40-x\\ \rightarrow 0{,}94x+0{,}86(40-x)=35{,}6\rightarrow\end{array}$$

$$\rightarrow 0{,}94x+34{,}4-0{,}86x=35{,}6\rightarrow 0{,}08x=1{,}2\rightarrow x=\frac{1{,}2}{0{,}08}=15$$

$y = 40 - x = 40 - 15 = 25$

Hemos puesto 15 litros del primer tipo y 25 litros del segundo.

Problema nº 13.-

El doble de un número más la mitad de otro suman 7; y, si sumamos 7 al primero de ellos, obtenemos el quíntuplo del otro. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar dichos números.

Solución:

Llamamos x al primer número e y al segundo. Así, tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r}2x+\dfrac{y}{2}=7\\ x+7=5y\end{array}\right\}\rightarrow \left.\begin{array}{r}4x+y=14\\ x+7=5y\end{array}\right\}\begin{array}{l}\rightarrow y=14-4x\\ \rightarrow x+7=5(14-4x)\rightarrow\end{array}$$

$$\rightarrow x+7=70-20x\rightarrow 21x=63\rightarrow x=\frac{63}{21}=3$$

$y = 14 - 4x = 14 - 4 \cdot 3 = 14 - 12 = 2$

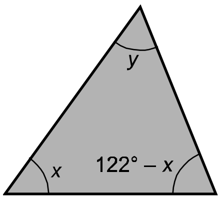
Los números son el 3 y el 2.

Problema nº 14.-

Dos de los ángulos de un triángulo suman 122°. El tercero de sus ángulos excede en 4 grados al menor de los otros dos. ¿Cuánto miden los ángulos del triángulo?

Solución:

Uno de los ángulos mide x; el otro, $122 - x$, y el tercero, y.



Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} y = x + 4 \\ x + y + 122 - x = 180 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} y = x + 4 \\ y = 58 \end{array}\right\} \rightarrow x + 4 = 58 \rightarrow x = 54$$

$$y = x + 4 = 54 + 4 = 58°$$

Los ángulos miden $54°$, $58°$ y $122° - 54° = 68°$.

Problema nº 15.-

Una persona invierte en un producto una cantidad de dinero, obteniendo un 5% de beneficio. Por otra inversión en un segundo producto, obtiene un beneficio del 3,5%. Sabiendo que en total invirtió 10 000 €, y que los beneficios de la primera inversión superan en 300 € a los de la segunda, ¿cuánto dinero invirtió en cada producto?

Solución:

Hacemos una tabla:

	INVERSIÓN	BENEFICIO
PRIMER PRODUCTO	x	$0{,}05x$
SEGUNDO PRODUCTO	y	$0{,}035y$

Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 10000 \\ 0{,}05x = 0{,}035y + 330 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow y = 10000 - x \\ \rightarrow 0{,}05x = 0{,}035(10000 - x) + 330 \rightarrow \end{array}$$

$$\rightarrow 0{,}05x = 350 - 0{,}035x + 330 \rightarrow 0{,}085x = 680 \rightarrow x = \frac{680}{0{,}085} = 8000$$

$$y = 10\,000 - x = 10\,000 - 8\,000 = 2\,000$$

Invirtió $8\,000$ € en el primer producto y $2\,000$ € en el segundo.