BOLETÍN PENDIENTES MATEMÁTICAS I (1ºBACH CT) 1ª PARTE

1. Si cos 78° = $\frac{1}{5}$, halla sin usar la calculadora el seno, el coseno y la tangente del ángulo de 39°. Deja los resultados expresados utilizando radicales.

2. Enuncia y demuestra el teorema del coseno.

3. Demuestra la siguiente expresión:

$$\frac{sen(\alpha-\beta)-sen(\alpha+\beta)}{cos(\alpha+\beta)-cos(\alpha-\beta)}=cotg\alpha$$

4. Si tg(α + β) = 4 y tg α = – 2, calcula el valor de tg 2β.

5. Sabiendo que α es un ángulo del primer cuadrante y que sen α = h, calcula en función de h el valor de cotg (180 + α).

6. Una emisora de radio clandestina C se sintoniza desde dos controles policiales A y B situados a 120 metros entre sí. Desde el control A se detecta la emisora bajo un ángulo de 58° respecto a B. Desde el control B se detecta la emisora bajo un ángulo de 46° respecto a A. Calcula a qué distancia de A y de B se encuentra la emisora.

7. Un jugador de fútbol se sitúa para disparar a portería de tal forma que se encuentra a 15 m del poste izquierdo y a 14 m del derecho, de tal forma que ve los palos de la portería bajo un ángulo de 30°. Calcula la distancia del jugador a la línea de gol.

8. Sean los vectores $\vec{u}=(2,-1)$ y $\vec{v}=(-1,3)$.
   a. Encuentra el ángulo que forman $\vec{u}$ y $\vec{v}$. Justifica por qué estos vectores pueden formar una base.
   b. Dado el vector $\vec{w}=(5,-3)$ calcula sus coordenadas en la base $B=\{\vec{u},\vec{v}\}$

9. Sabiendo que $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son vectores unitarios, demuestra que $(\vec{a}+\overrightarrow{b})$ y $(\vec{a}-\overrightarrow{b})$ son ortogonales.

10. Calcula el valor de k para que los puntos de coordenadas A(1, 7), B(-3, 4) y C(k, 5) estén alineados.

11. Un segmento tiene por extremos A(–4, 5) y B(2, 2). Calcula las coordenadas de los puntos que lo dividen en tres partes iguales.

12. Halla las ecuaciones vectorial, paramétrica, continua, punto – pendiente, explícita y general de la recta que pasa por el punto P(3, – 1) y es paralela a la recta r: $y=\frac{3}{2}x$.

13. Sea el triángulo isósceles ABC, cuyo lado desigual es AB. Sabiendo que A(–2, 2), B(4, 0) y C pertenece a la recta r: $3x - 2y + 5 = 0$, calcula las coordenadas del vértice C y el área del triángulo.

14. a) Determina la ecuación del haz de rectas secantes determinado por las rectas:

$r: x + y - 6 = 0$
$s: 3x - y - 6 = 0$

b) Encuentra la ecuación de la recta perteneciente a este haz que pasa por el punto (1, 0)

c) Determina la ecuación del haz de rectas paralelas a la recta r.

15. Dado el triángulo de vértices A(1, 4), B(4, 1) y C(3, 5), halla analíticamente los vértices del triángulo simétrico a este con respecto al punto P(1, 2).

16. a) Para la circunferencia que pasa por los puntos P(2, 0), Q(4, – 4) y R(– 5, – 1), halla su centro y su radio. Determina la ecuación general de dicha circunferencia.

b) Halla la ecuación de la recta tangente a la circunferencia hallada en el punto P.

c) Determina la posición relativa de la circunferencia hallada con respecto a la circunferencia:

$(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 9$

BOLETÍN PENDIENTES MATEMÁTICAS I (1ºBACH CT) 2ª PARTE

1. Simplifica la siguiente fracción algebraica:

$$\frac{x^4+2x^3-3x^2}{x^4+2x^3+2x^2+10x-15}$$

2. Opera y simplifica:

$$\left(\frac{2x^2+21}{(x-3)^2}+\frac{7}{x-3}\right):\ \frac{2x+7}{x^2-9}$$

3. Simplifica:

$$\frac{(4n^2-9)\cdot(2n-5)!}{(2n-3)!}$$

4. Calcula el término cuya parte literal es $\frac{1}{x^5}$ en el desarrollo del binomio:

$$\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{18}$$

5. Desarrolla el siguiente binomio:

$$\left(\sqrt{2}-2\right)^4$$

6. Halla el polinomio de tercer grado que tiene como raíces x = 2 y x = – 3 (una de ellas doble), su coeficiente principal es 2 y P(1) = 8.

7. Resuelve las siguientes ecuaciones e indica sus soluciones, en caso de tenerlas:

$$a)\ 2^x=\frac{1}{2^{x-1}}-1$$

$$b)\ \frac{21}{\sqrt{6x+1}}-\sqrt{6x+1}=2\sqrt{3x}$$

$$c)\ \frac{\log(7+x^2)}{\log\,(x-4)}=2$$

$$d)\ sen2x=\sqrt{2}\cdot cosx$$

8. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de Gauss y clasifícalos:

$$a)\begin{cases}3x-2y+z=9\\x+2y-2z=-5\\x+y-4z=-2\end{cases}$$

$$b)\begin{cases}2x-y+3z=3\\ x+z=1\\ 4x-y+5z=5\end{cases}$$

9. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones e indica sus soluciones, en caso de tenerlas:

$$a)\begin{cases}x^2+xy+y^2=19\\ xy=6\end{cases}$$

$$b)\begin{cases}log_2 x+log_2 y=2+log_2 3\\ log_2(x+1)-\frac{1}{2}log_2 y=1\end{cases}$$

10. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones trigonométricas en el intervalo [0, 2π) e indica sus soluciones, en caso de tenerlas:

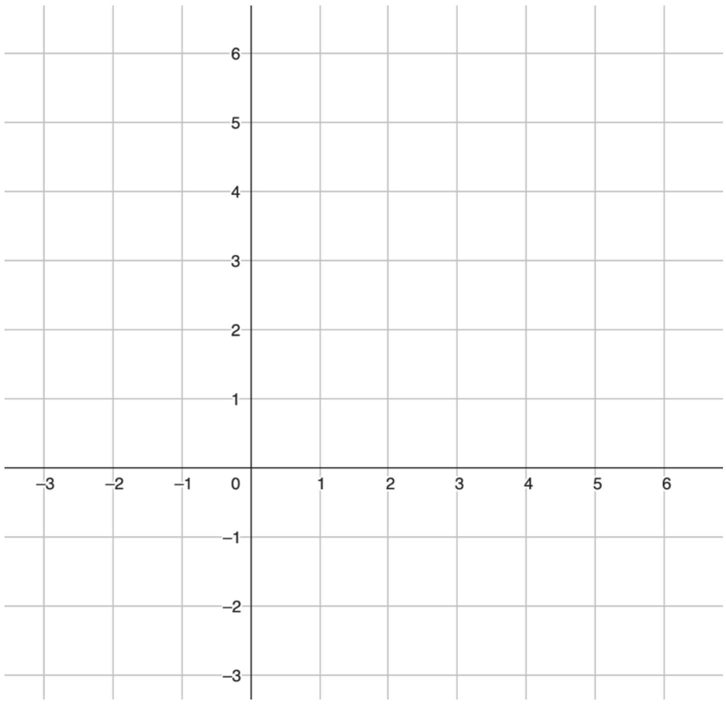
$$\begin{cases}x+y=\frac{\pi}{4}\\ \sqrt{2}\cos x\cos y=1\end{cases}$$

11. Resuelve la siguiente inecuación e indica su solución en caso de tenerla:

$$\frac{x^2-3x+2}{x^2-4}\geq 0$$

12. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones e indica su solución, en caso de tenerla:

$$\begin{cases}3x+2y\geq 6\\ x-4y<4\\ x+y\leq 5\\ x\geq 0\\ y\geq 0\end{cases}$$



13. Halla el dominio de las siguientes funciones:

$a)\ f(x)=\dfrac{3x-5}{\sqrt{3x-1}}$

$b)\ g(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x+3}$

14. Dadas las funciones $f(x) = \frac{1}{x+1}$ y $g(x) = \frac{3x-1}{x^2-9}$ calcula las expresiones y determina el dominio de:

a) $f^{-1}(x)$ b) $(f o\, g)(x)$

15. Dadas las siguientes funciones, halla su dominio, estudia su continuidad y halla sus asíntotas, en caso de tenerlas:

$$a)\ f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$$

$$b)\ g(x) = \sqrt{x^2 - 4} + x$$

16. Utilizando la definición, calcula la función derivada de la función $f(x) = x^2 - 5x + 7$.

17. Halla el valor de *a* para que la siguiente función sea continua en $\Re$. ¿Es f(x) derivable para ese valor de *a*? Justifica tu respuesta.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 1 & si\ x < 3 \\ \sqrt{x + a} & si\ x \geq 3 \end{cases}$$

18. Halla **razonadamente** un punto de la función $f(x) = x^2 + x + 1$ en el que la recta tangente a la función sea paralela a la recta de ecuación $y = 3x + 7$. Halla la ecuación de dicha recta tangente.

19. Realiza las siguientes derivadas y simplifica el resultado todo lo que sea posible:

$$a)\ f(x) = (2x - 3)^3 \cdot (3x - 1)^2$$

$$b)\ f(x) = \frac{(x^3 - 1)}{(x^3 + 1)}$$

$$c)\ f(x) = 2 \cdot \sqrt[8]{x^4 - 1}$$

$$d)\ f(x) = \ln(1 + x^2) + 2 \cdot arctg(x)$$

20. Realiza las siguientes derivadas y simplifica el resultado todo lo que sea posible:

$$a)\ f(x) = ln\left(\frac{x^2 - 2}{x^2 + 2}\right)$$

$$b)\ f(x) = e^{1-5x} sen\, x$$

$$c)\ f(x) = \frac{sen^2 x}{\cos x}$$

$$d)\ f(x) = arctg\sqrt{2x - 3}$$

DERIVADAS DE FUNCIONES ELEMENTALES

$$f(x) = x^a \text{ con } a \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(x) = ax^{a-1}$$

$$f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$$

$$f(x) = a^x \Rightarrow f'(x) = a^x \ln a$$

$$f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f(x) = \log_a x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x \ln a}$$

$$f(x) = \operatorname{sen} x \Rightarrow f'(x) = \cos x$$

$$f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\operatorname{sen} x$$

$$f(x) = \operatorname{tg} x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$f(x) = \operatorname{arcsen} x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$f(x) = \arccos x \Rightarrow f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$f(x) = \operatorname{arctg} x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

PROPIEDADES DE LAS DERIVADAS

$$f(x) = k \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$\big(k \cdot f(x)\big)' = k \cdot f'(x)$$

$$\left(\big(f(x)\big)^2\right)' = 2 \cdot f(x) \cdot f'(x)$$

$$\left(\sqrt{f(x)}\right)' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$

$$\left(f(x) + g(x)\right)' = f'(x) + g'(x)$$

$$\left(f(x) \cdot g(x)\right)' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{\left(g(x)\right)^2}$$

$$\left((f \circ g)(x)\right)' = f'\left(g(x)\right) \cdot g'(x)$$