



XUNTA DE GALICIA

CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA

Dirección Xeral de Formación Profesional
e Ensinanzas Especiais

Educación secundaria
para persoas adultas



Ámbito científico tecnolóxico

Módulo 3

Unidade didáctica 7

Movimentos e saúde

1.	Programación da unidade	3
1.1	Encadramento da unidade no ámbito	3
1.2	Descrición da unidade didáctica	3
1.3	Obxectivos didácticos	4
1.4	Contidos	4
1.5	Actividades e temporización	5
1.6	Recursos materiais	5
1.7	Avaliación	5
2.	Desenvolvemento.....	6
2.1	O quecemento físico	6
2.2	Condición física: factores que a modifican	8
2.3	Control do esforzo	9
2.4	Técnicas de respiración	10
2.5	Posturas do corpo.....	11
2.6	Movementos: sistemas de referencia.....	12
2.7	Posición dun móbil.....	13
2.8	Velocidade media. Velocidade instantánea.....	16
2.9	Movemento uniforme (MU)	18
2.10	Gráfica posición/tempo dun movemento uniforme	20
2.11	A función lineal	23
2.12	Ecuacións de primeiro grao	28
2.13	Ecuación de primeiro grao. Resolución.....	31
2.14	Aceleración.....	34
2.15	Actividades derradeiras	39
2.16	Recuncho de lectura.....	49
3.	Cuestionario de avaliación	50

1. Programación da unidade

1.1 Encadramento da unidade no ámbito

Módulo 1	Bloque 1	– Unidade 1 – Unidade 2 – Unidade 3 – Unidade 4
	Bloque 2	– Unidade 5 – Unidade 6 – Unidade 7 – Unidade 8
Módulo 2	Bloque 1	– Unidade 1 – Unidade 2 – Unidade 3 – Unidade 4
	Bloque 2	– Unidade 5 – Unidade 6 – Unidade 7 – Unidade 8
Módulo 3	Bloque 1	– Unidade 1 – Unidade 2: – Unidade 3 – Unidade 4
	Bloque 2	– Unidade 5 – Unidade 6 – Unidade 7: Movimentos e saúde – Unidade 8
Módulo 4	Bloque 1	– Unidade 1 – Unidade 2 – Unidade 3 – Unidade 4
	Bloque 2	– Unidade 5 – Unidade 6 – Unidade 7 – Unidade 8

1.2 Descrición da unidade didáctica

O control das doenzas e a saúde abordados na unidade anterior complétase nesta coa exposición da conveniencia da práctica do exercicio físico e do mantemento de posicións adecuadas do corpo. Analízanse os movementos uniforme e uniformemente acelerado, e vese a necesidade de resolver ecuacións de primeiro grao (déixanse as de segundo grao para a unidade didáctica seguinte).

1.3 Obxectivos didácticos

- Valorar a conveniencia de realizar algunha actividade física, independentemente da nosa idade, seguindo as pautas adecuadas de quecemento previo e de mantemento de posturas do corpo axeitadas ao estarmos sentados, camiñando, facendo esforzos, etc.
- Aceptar a imposibilidade da existencia de movementos absolutos, así como da necesidade dos sistemas de referencia na descrición dos movementos.
- Diferenciar o desprazamento dun móbil e o espazo percorrido.
- Clasificar movementos segundo a súa traxectoria e a súa velocidade, con exemplos da vida cotiá.
- Confeccionar gráficas e/t e v/t , e interpretalas adecuadamente.
- Diferenciar velocidade de aceleración.
- Calcular velocidades e espazos percorridos utilizando as ecuacións dos movementos uniforme e uniformemente acelerado, incluída a caída libre de corpos.
- Determinar a velocidade e a aceleración de móbiles no laboratorio de física ou do contorno, medindo espazos e tempos.
- Resolver correctamente as ecuacións de primeiro grao.
- Resolver problemas dos ámbitos científico e social mediante a formulación e a resolución de ecuacións de primeiro grao.

1.4 Contidos

- Práctica doutros hábitos de vida saudables: a actividade física.
- Quecemento: Pautas para exercicios xerais, de flexibilidade (estirada) e específicos do deporte que se vaia facer.
- Condición física: factores que a modifican.
- Control do esforzo mediante a medida da frecuencia cardíaca. Zona de cambio aeróbica/anaeróbica.
- Técnicas de respiración: respiracións torácica e abdominal.
- Mantemento de posturas do corpo correctas: sentado (estudando, no computador, etc.), erguendo obxectos pesados ou transportándoos, colocando a mochila cos libros no lombo ou nun carriño con rodas, e camiñando
- Movementos. Recoñecemento do carácter relativo dos movementos: necesidade dos sistemas de referencia.
- Sistemas de referencia usados habitualmente: obxectos físicos (chan, punto quilométrico, estrada, etc.) e eixes de coordenadas. Posición dun móbil.
- Sistemas de posicionamento global por satélites: redes GPS e Galileo.
- Traxectoria e desprazamento dun móbil.
- Velocidade media e instantánea: unidades de medida. Cambio de km/h a m/s e viceversa. Determinación práctica de velocidades no laboratorio ou na vida cotiá.
- Caracterización do movemento rectilíneo uniforme. Utilización da ecuación: $s = s_0 + vt$
- Representación gráfica posición/tempo no movemento uniforme, coñecida a velocidade do corpo.
- Estudo da función lineal e da función afín.

- Pendente e representación gráfica.
- Velocidade: pendente da gráfica posición/tempo.
- Resolución de problemas de movemento uniforme: necesidade das ecuacións de primeiro grao.
- Expresións alxébricas: valor numérico dunha expresión alxébrica.
- Identidades e ecuacións: diferenzas.
- Solucións dunha ecuación: interpretación do seu significado.
- Resolución dunha ecuación de primeiro grao
- Aplicación das ecuacións de primeiro grao á resolución de problemas de movemento uniforme e doutros ámbitos prácticos.
- Observación de movementos de caída libre. Identificación da aceleración como a súa característica principal.
- Interpretación da aceleración como o cambio da velocidade no tempo.
- Estudo do movemento uniformemente acelerado. Dedución da ecuación: $v = v_0 + at$
- Utilización das ecuacións da velocidade e da posición para calcular velocidades e espazos percorridos en movementos de caída libre e noutros movementos sinxelos.

1.5 Actividades e temporización

- 16 períodos lectivos.

1.6 Recursos materiais

- Gráficos da figura humana que representen exercicios de quecemento e posturas.
- Cronómetros ou reloxos que aprecien décimas de segundo (valen os teléfonos móbiles).
- Material de laboratorio de física para realizar experiencias de movemento (carriño, bólas, planos inclinados, cintas métricas, etc.).
- Cámara de vídeo para gravar movementos de caída libre (ou material audiovisual equivalente).

1.7 Avaliación

- A avaliación dos aspectos procedementais e a participación nos debates farase observando e valorando as tarefas propostas polo profesorado.
- A avaliación dos aspectos conceptuais pódese facer con cuestionarios de tipo variado.

2. Desenvolvemento

Os avances técnicos e o uso de máquinas fai que os nosos traballos requiran cada vez menos esforzo físico. É frecuente que moitas persoas pasen a súa xornada sentados ou en pé sen desprazarse; logo collemos o coche e imos á casa para sentar de novo diante do televisor. Isto é o sedentarismo.

Os órganos do corpo atrófanse, perdemos forza e axilidade. E logo un esforzo físico menor (subir unha costa, por exemplo) esgótanos. Ao anterior hai que engadir que normalmente comemos máis do necesario. Por todo isto é recomendable facer exercicio físico con regularidade, adaptado á idade de cadaquén e seguindo as pautas adecuadas.

2.1 O quecemento físico

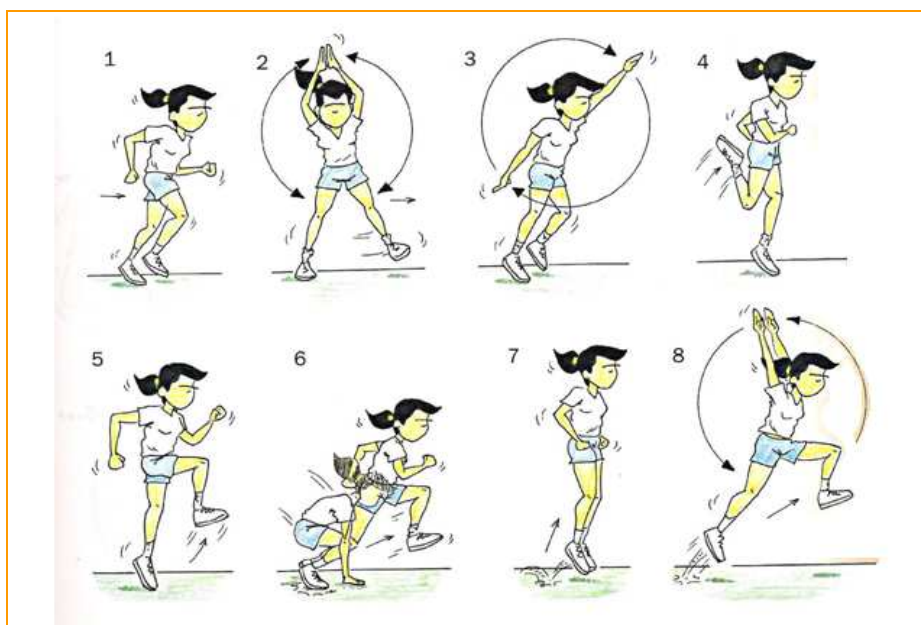
Son os exercicios que cómpre facer antes da práctica dun deporte ou do desenvolvemento dun traballo, co fin de prepararmos o corpo para o esforzo, mellorarmos o rendemento e, sobre todo, diminuírmos a posibilidade de sufrirmos unha lesión. Cando os músculos están fríos é moi doado lesionarse ao facer un esforzo.

Os exercicios de quecemento activan a respiración e aumentan a frecuencia cardíaca, co resultado de que así chega máis osíxeno ás células dos músculos, co que aumenta a temperatura do corpo, dos músculos e das articulacións.

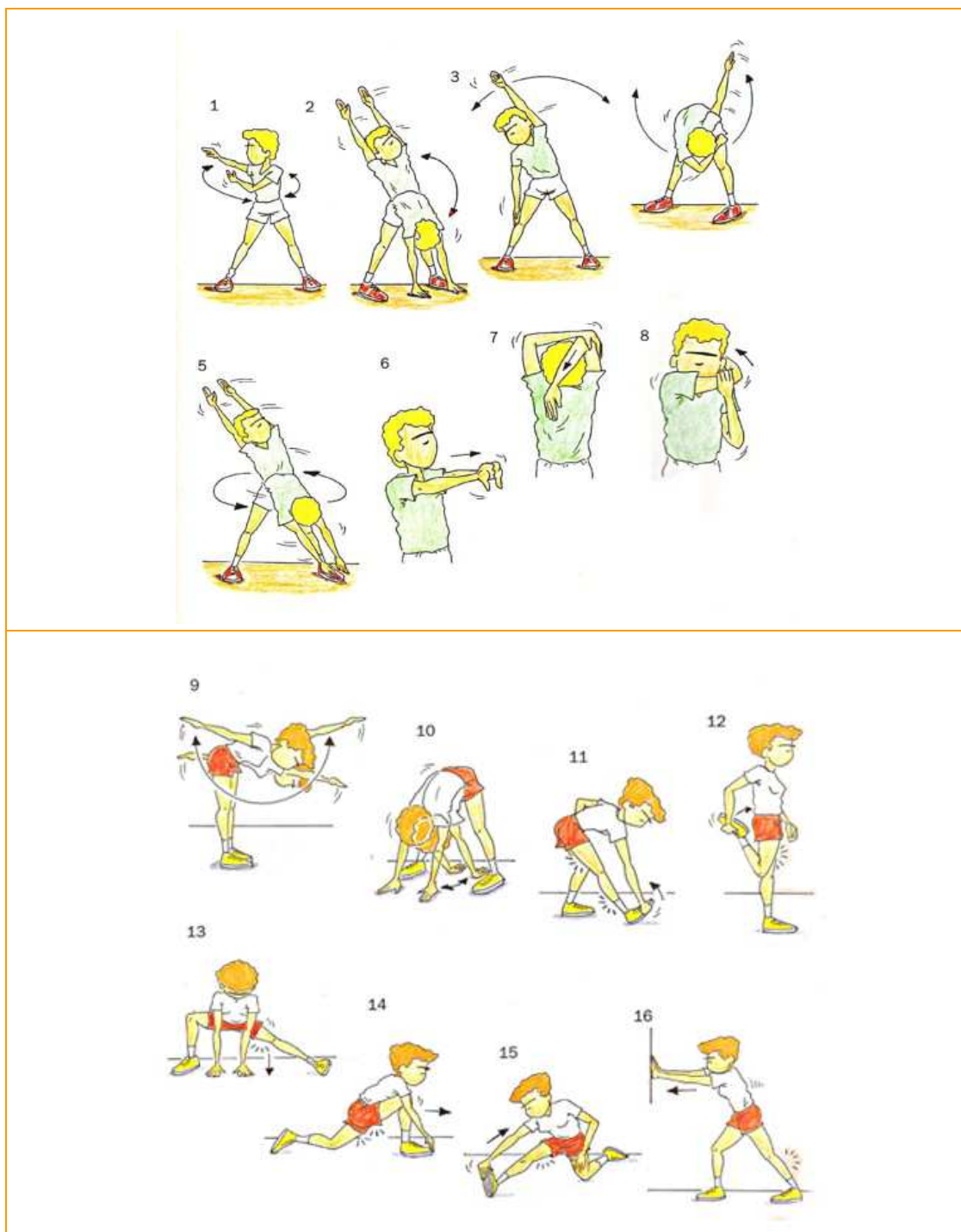
2.1.1 Pautas de quecemento

Ten que ser suave e progresivo, pouco a pouco. Non debe chegar a fatigarnos. Intentaremos traballar o maior número posible de músculos, polo menos os que logo imos utilizar máis. E unha vez quentes, non debemos deixar pasar moito tempo antes de facermos o exercicio físico, traballo ou deporte, para non arrefriármolos. O quecemento ten tres fases.

- **Exercicios xerais** (primeira fase). Son exercicios comúns a todos os tipos de quecemento, sexa cal sexa o traballo ou deporte que se faga logo. Débense facer de xeito suave, con desprazamento (correr, saltar, etc.) e movendo todas as partes do corpo (pés, mans, brazos, pernas, cabeza, cintura, costas, etc.), aumentando progresivamente a temperatura corporal, ata suar.



- **Exercicios de estirada** (segunda fase). Preparan os músculos, os tendóns e as articulacións para o traballo posterior. Ademais, son moi importantes para evitar lesións (pinzamentos, rotura de fibras e de ligamentos, etc.). Hai que estirar as costas, os ombreiros, os brazos, os cadrís e as pernas.



- **Exercicios específicos** (terceira fase). Por último debemos facer exercicios simulando os movementos que logo imos facer no deporte que vaiamos practicar ou no traballo que teñamos que facer.

Finalmente hai que lembrar que ao acabar o deporte ou exercicio físico hai que relaxar os músculos, facendo exercicios suaves e estiradas. Pode consultar acerca das estiradas en internet:

- <http://www.estiramientos.es>

2.2 Condición física: factores que a modifican

A condición física é o estado físico en que está o noso corpo. Unha mala condición física dificultará o noso traballo e as actividades cotiás, entanto que unha boa condición física permite gozar dunha boa saúde e evitar doenzas.

2.2.1 Factores que modifican a condición física e a saúde

- **Exercicio físico.** Practicalo con regularidade evita o sedentarismo.
- **Descanso.** Calquera actividade física require un descanso adecuado a continuación. É preciso respectar un horario mínimo para durmir.
- **A alimentación.** Debe ser variada e equilibrada, para asegurar a inxestión de todos os nutrientes necesarios para o organismo. Tamén cómpre beber regularmente, máis se estás a facer deporte, e se é posible antes de que se sinta sede, para evitar a deshidratación. E ademais, débese evitar a bolaría industrial, xa que adoita ter exceso de graxas prexudiciais.
- **A idade e a xenética.** A condición física vai diminuindo co envellecemento; é normal, pero a perda é maior se temos un estilo de vida pouco activo. Outros aspectos que inflúen na condición física poden ser herdados xeneticamente dos nosos pais (altura, tendencia á obesidade, doenzas, características físicas, etc.).
- **Consumo de drogas, alcohol, tabaco, e medicinas.** O tabaco prexudica a respiración e o sistema circulatoria, dificulta a chegada de osíxeno as células, ademais de producir cancro, como sabemos. As bebidas alcohólicas en exceso teñen efectos socialmente perigosos (accidentes de tráfico) e persoalmente destrutivos, afecta ás neuronas, ao fígado, ao estómago, etc.

Pode consultar en internet páxinas que aconsellan sobre o deporte e a saúde no enderezo:

- <http://www.deportesalud.com>

2.3 Control do esforzo

Para controlar o esforzo temos que tomarnos as pulsacións do corazón. Podémolo facer pondo enriba da arteria carótide (a ambos os lados da gorxa) ou da radial (no pulso) as xemas dos dedos índice e medio (non o polgar). Mídese o número de pulsacións nun minuto, ou ben as de medio minuto e multiplicamos por dous.

2.3.1 Esforzo aeróbico e anaeróbico

Cando facemos exercicio suave o corazón bombea sangue e o osíxeno chega aos músculos en cantidade suficiente: facemos exercicio *aeróbico*. Se o exercicio é moi intenso, o osíxeno que chega ás células musculares é insuficiente, e o esforzo convértese en *anaeróbico*.

- **Como sabemos se facemos esforzo aeróbico ou anaeróbico?** Pois contando as pulsacións. En xeral o esforzo anaeróbico comeza cando as pulsacións están entre o 70 % e o 85 % da frecuencia cardíaca máxima [$FCM = 220 - \text{idade en anos}$]. Así, unha persoa de 40 anos ten unha frecuencia cardíaca máxima $FCM = 220 - 40 = 180$ pulsacións/minuto, e a zona de cambio aeróbica a anaeróbica está situada entre $180 \times 70/100 = 126$ pulsacións/min e $180 \times 85/100 = 153$ pulsacións/minuto.

Resumindo, para esa persoa, se a frecuencia cardíaca é menor que 126 o esforzo é aeróbico, entre 126 e 153 estamos na zona de cambio e por riba de 153 pulsacións/min, o esforzo é anaeróbico.

2.4 Técnicas de respiración

Hai que aprender a respirar ben. Unha respiración boa combina polo menos os dous tipos seguintes:

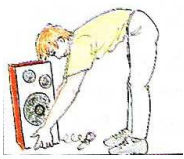
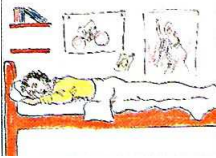
- **Torácica:** localizada nas costelas. Utiliza a parte media dos pulmóns, e é o tipo de respiración máis frecuente.
- **Abdominal:** efectúase mediante a contracción do diafragma, situado xusto debaixo dos pulmóns e mobiliza o aire da zona baixa deles; é o tipo de respiración máis aconsellable.

2.5 Posturas do corpo

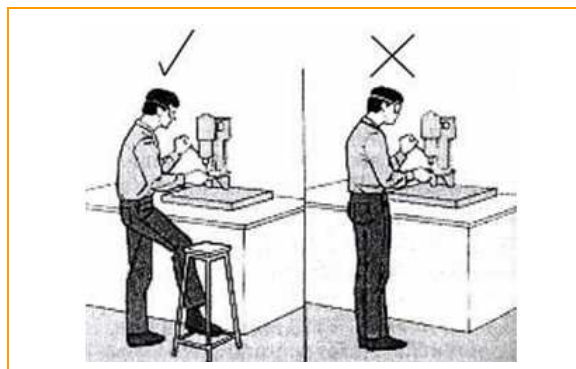
Moitas veces, na vida cotiá, pomos o noso corpo en posturas que, malia semellaren máis cómodas, poden prexudicarnos e mesmo chegar a producir malformacións óseas.

Os músculos teñen que loitar contra o peso do propio corpo; o exercicio físico fortalece a musculatura e axuda a manter o equilibrio.

Vexamos graficamente algunhas posturas correctas e incorrectas.

Correcto	Incorrecto	Explicación
		Sentar dereitos coas costas rectas apoiadas no respaldo, e apoiando ben as nádegas na cadeira
		Levar pesos de xeito simétrico respecto da columna vertebral; a carteira como mochila ou cun carriño
		Levantar obxectos pesados flexionando as pernas, evitando os golpes de ril
		Dormir nunha posición axeitada
		Camiñar ergueitos coas costas rectas e os ombreiros cara atrás

Tamén no traballo hai que adoptar posturas correctas:



2.6 Movimentos: sistemas de referencia

Comezamos aquí a descrición dos movementos dos corpos desde o punto de vista físico-matemático.

Como sabemos se un corpo se move? Semella unha pregunta sinxela, non? Imaxínese nas seguintes situacións:

- a) Sentado/a na aula ou na súa casa.
- b) De pé na parada esperando polo autobús.
- c) Viaxando no autobús a 80 km/h.

En cales destes casos está en movemento? Pois... Realmente non podemos contestar! Absurdo? Pensemos un pouco máis.

Estamos na clase. Se nos preguntan: móvese o encerado? dicimos que non, xa que o vemos parado. E se nos preguntan: móvese a Terra? dicimos que si, porque sabemos que dá voltas arredor do Sol. Pero o encerado está na Terra, e se esta se move... daquela o encerado tamén está en movemento. Logo... móvese ou non se move? Pois si e non, ou mellor, depende. Respecto das paredes da aula, non se move; respecto do Sol, si que se move.

- **Sistema de referencia.** Xa ve que para podermos contestar ben á pregunta de se un corpo se move ou non temos que coller outro como referencia. A este último chámase-lle *sistema de referencia*. Non podemos saber se un corpo se move ou se está en repouso sen o comparar con outro, así que o movemento é relativo: os corpos móvense uns respecto dos outros. É imposible saber se hai algún obxecto en repouso no universo.

Secuencia de actividades

S1. Conteste agora ás preguntas que nos faciamos ao comezo: móvese cando...?

▪ Está sentado/a na aula ou na casa?	
▪ Está de pé na parada esperando polo autobús?	
▪ viaxa no autobús a 80 km/h?	

S2. Móvese o Sol?

--

S3. Cal é o sistema de referencia en cada caso?

▪ Un coche móvese a 72 km/h.	
▪ Saturno móvese arredor do Sol.	
▪ O avión voa de Santiago a Barcelona.	
▪ Unha mosca voa dun lado a outro na sala	

2.7 Posición dun móbil

Un móbil é calquera corpo que se move. Un corpo está en movemento cando cambia a súa posición respecto dun sistema de referencia.

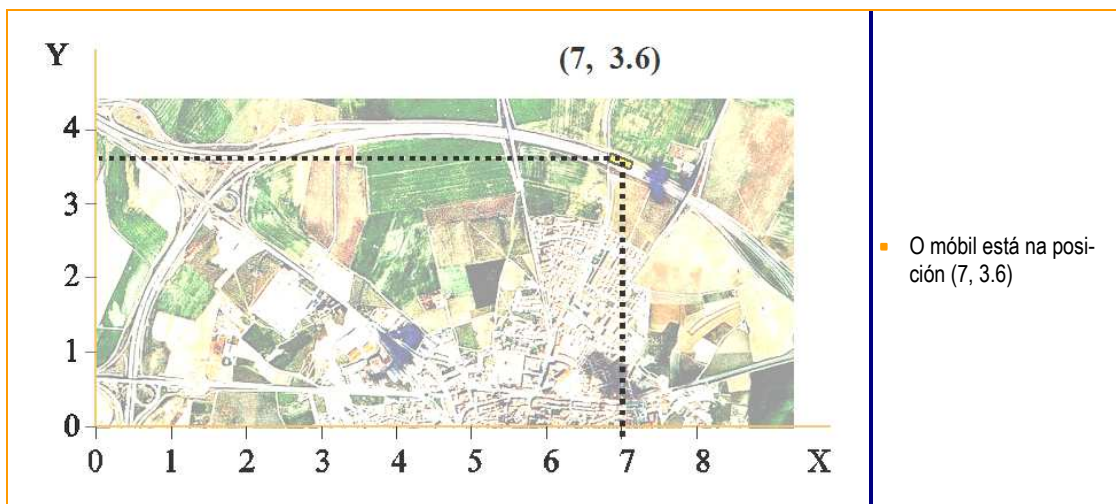
Traxectoria

É a liña que describe o móbil no seu movemento. Ás veces vémosla polo rastro que deixan os corpos ao movérense: o fume dos avións no ceo, a pegada dos caracois, o rotulador no encerado, os esquís na neve. A traxectoria pode ser rectilínea ou curvilínea.

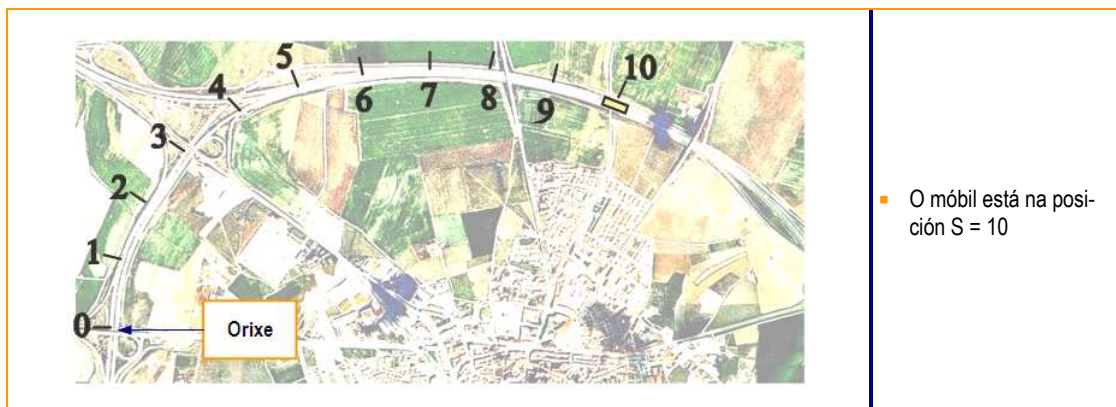
Posición

A posición dun corpo é o punto da traxectoria en que está nun instante determinado. Podémola determinar de dous xeitos, especificando:

- **As coordenadas cartesianas** (x, y) do punto nuns eixes de coordenadas:



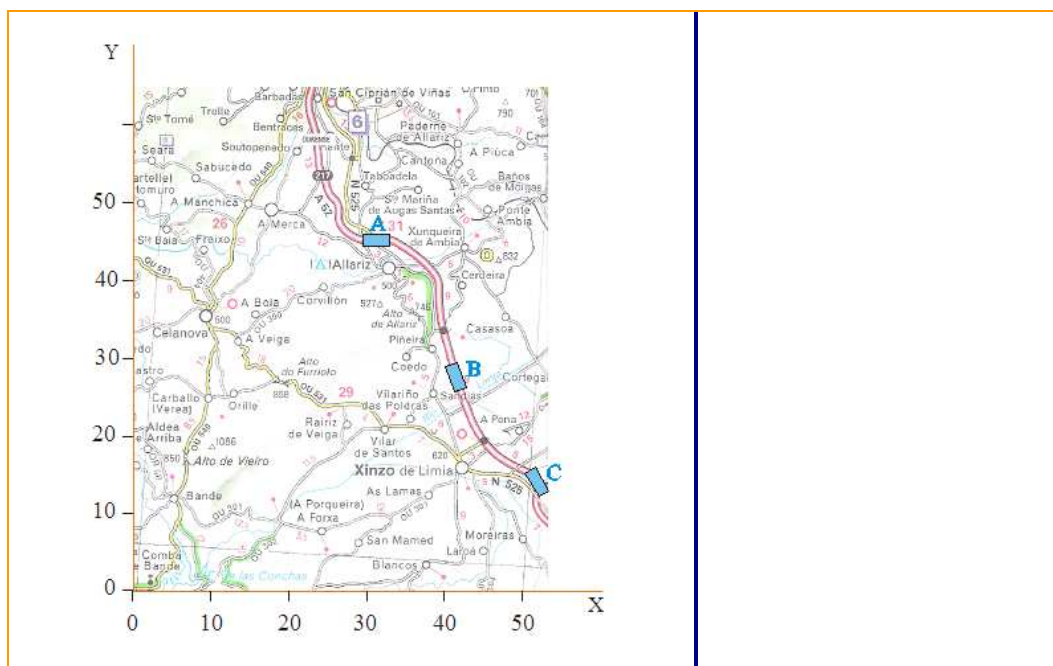
- **A distancia** (s) a que está o móbil desde a orixe da traxectoria, medida sobre ela:



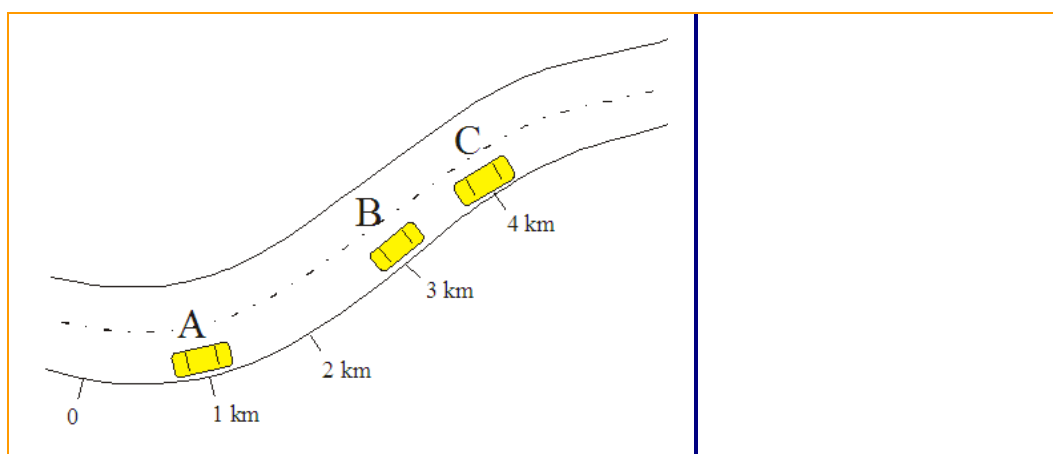
No que segue da unidade utilizaremos exclusivamente a segunda forma de determinar a posición dos móbiles.

Secuencia de actividades

S4. Indique as coordenadas do móbil nas posicións A, B e C da figura:



S5. Indique a posición do automóbil na estrada nas posicións sinaladas na figura:



2.7.1 Espazo (ou distancia percorrida) e desprazamento

O espazo percorrido é a lonxitude do treito percorrido medido sobre a traxectoria. Calcúlase restando a posición final menos a posición inicial do móbil:

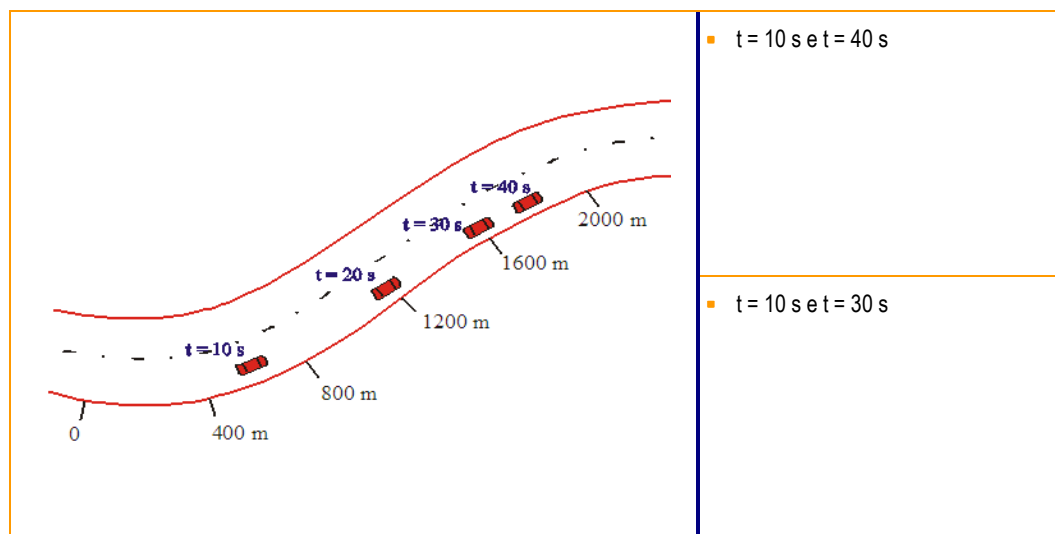
$$\text{Espazo percorrido} = \Delta s = s - s_0$$

Δs lese *incremento de s*. A letra grega delta Δ úsase para indicar a diferenza entre dous valores, o final menos o inicial.

O espazo mídese en metros (no sistema internacional); ás veces mídese tamén en quilómetros (1 km = 1000 metros)

Secuencia de actividades

- S6. A figura seguinte representa as posicións dun móbil medidas sobre a traxectoria. Calcule as distancias percorridas entre os instantes que se indican:



2.7.2 Desprazamento

É a distancia entre dous puntos da traxectoria medida en liña recta (aínda que a traxectoria sexa curva).



En xeral o desprazamento mide menos que o espazo percorrido, agás que a traxectoria sexa rectilínea.

2.8 Velocidade media. Velocidade instantánea

- **Velocidade media.** Viaxamos de Santiago a Ourense en coche. Percorremos 103 quilómetros e tardamos en total dúas horas. Calculamos a *velocidade media* da viaxe dividindo o espazo percorrido entre o tempo total tardado:

$$V_{media} = \frac{Ds}{Dt} = \frac{s - s_o}{t - t_o} = \frac{103 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 51.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

No tempo t anterior temos que incluír mesmo os tempos en que o móbil estivo parado (descansos, encher combustible, etc.).

Secuencia de actividades

- S7.** Recollemos na táboa os tempos e as distancias percorridas nunha viaxe entre Vigo e A Coruña:

▪ Hora	9.00 h	10.15 h	10.30 h	11.30 h
▪ Posición (km)	0 km	85 km	85 km	158 km

▪ Canto tempo estivemos realmente en marcha? Canto tempo estivemos parados?	
▪ Calcule a velocidade media da viaxe en km/h.	

2.8.1 Cambio de km/h a m/s e viceversa

Facémolo utilizando factores de conversión (lembre: 1 km = 1000 m e 1 h = 3600 s).

- Pasar de 90 km/h a m/s.

$$90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Significa que en cada segundo percorremos 25 metros.

- Pasar 10 m/s a km/h (é a velocidade dun atleta que corre os 100 m lisos).

$$10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 36 \text{ km/h}$$

Significa que nunha hora percorrería 36 km, de ir sempre coa mesma velocidade.

Pero é claro que nunha viaxe a velocidade non é sempre a mesma: aceleramos, freamos...

- **Velocidade instantánea:** é a que ten un móbil en cada momento. No sistema internacional (SI) de unidades, o oficial na maioría dos países, mídese en m/s, aínda que nos coches adoita medirse en km/h, por razóns prácticas; a velocidade instantánea (ou simplemente velocidade) vén marcada no velocímetro (a xente chámalle contaquilómetros, que non é o mesmo).

Na práctica medimos a velocidade (instantánea) calculando a velocidade media nun intervalo de tempo moi pequeno (unha décima de segundo, por exemplo). Nas estradas os radares miden a velocidade dos vehículos mediante o efecto Doppler, que é o cambio de frecuencia dunha onda cando é emitida por un corpo en movemento (por iso soa diferente a sirena dunha ambulancia cando se achega e cando se afasta de nós). Co efecto Doppler tamén se miden as velocidades das estrelas e das galaxias no universo.

2.9 Movement uniforme (MU)

É o movemento máis sinxelo. Un movemento é uniforme cando a súa velocidade é sempre a mesma, todo o tempo a mesma.

Exemplos: o son móvese polo aire cunha velocidade constante de 340 m/s aproximadamente (depende algo da temperatura e da humidade do aire); a luz, as ondas de radio e televisión, os infravermellos e os raios X móvense polo aire e polo baleiro cunha velocidade constante de 300 000 km/s.

No movemento uniforme a velocidade media e a velocidade instantánea teñen o mesmo valor (por que?), así que:

$$v = \frac{Ds}{Dt} = \frac{s - s_0}{t}; \text{ e despexando } s, \quad s = s_0 + vt$$

Suporemos en adiante que o tempo inicial, t_0 , é nulo. Esta é a ecuación do movemento uniforme; permite calcular as posicións do móbil en calquera momento.

Coa ecuación do movemento uniforme podemos facer cálculos moi variados, como nos exemplos seguintes. Se non se indica nada en contra, pódese supor que no instante inicial ($t = 0$) a posición inicial é cero ($s_0 = 0$).

- Exemplo. Un avión voa a 900 km/h. Canto tarda en percorrer 1 500 km?

Solución: $s = s_0 + vt$. Como $s_0 = 0$, $s = v \cdot t$. Despexamos o tempo e calculamos:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{1500 \text{ km}}{900 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 1.67 \text{ h} = 1 \text{ h } 40 \text{ min}$$

- Exemplo. Un ciclista pasa pola posición $s_1 = 100 \text{ m}$ cando $t = 0 \text{ s}$, e pola posición $s_2 = 300 \text{ m}$ cando $t = 22 \text{ s}$. Supondo que vai sempre coa mesma velocidade,

— Calculamos a súa velocidade.

Solución:

$$s = s_0 + vt \rightarrow v = \frac{s - s_0}{t} = \frac{s_2 - s_1}{t} = \frac{300 \text{ m} - 100 \text{ m}}{22 \text{ s}} = 9.09 \text{ m/s}$$

— Calculamos o instante en que pasará pola posición $s = 1\,000 \text{ m}$?

Solución: agora xa sabemos a velocidade do ciclista. Collemos como posición inicial a posición s_1 , e:

$$s = s_0 + vt \rightarrow t = \frac{s - s_0}{v} = \frac{s - s_1}{v} = \frac{1000 \text{ m} - 100 \text{ m}}{9.09 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 99 \text{ s}$$

Secuencia de actividades

- S8.** Pomos o cronómetro en marcha cando pasamos por diante da posición 30 m. Camiñamos a unha velocidade constante de 1.1 m/s. Calcule e encha os ocos na táboa de datos posición/tempo seguinte:

■ Posición	30 m				52 m
■ Tempo	0 s	1 s	2 s	8 s	

- S9.** Camiñamos de xeito que nunha hora avanzamos 4 km. Supondo velocidade constante, calcule:

■ A velocidade	
■ O tempo que tardamos en percorrer 10 km	
■ O espazo que percorremos en tres horas e media	

- S10.** Xa dixemos que a luz e as demais ondas electromagnéticas se moven polo aire e polo baleiro a 300 000 km/s. Os satélites de televisión están a 36 000 km de altura sobre a Terra.

■ Canto tarda o sinal en ir desde a emisora de TV ata o satélite?	
■ Canto tarda en ir o sinal desde a emisora ata a antena da súa casa?	

- S11.** O eco prodúcese cando un son rebota contra unha parede, unha montaña, etc. e volve a nós. Escoitamos o noso eco 3 s máis tarde de dar un forte berro. A que distancia estamos da parede montañosa? A velocidade do son é de 340 m/s.

--

2.9.1 Movemento rectilíneo uniforme (MRU)

É un movemento no que a velocidade é constante e a traxectoria rectilínea. Descríbese coa mesma ecuación que a do movemento uniforme que vimos nos apartados anteriores.

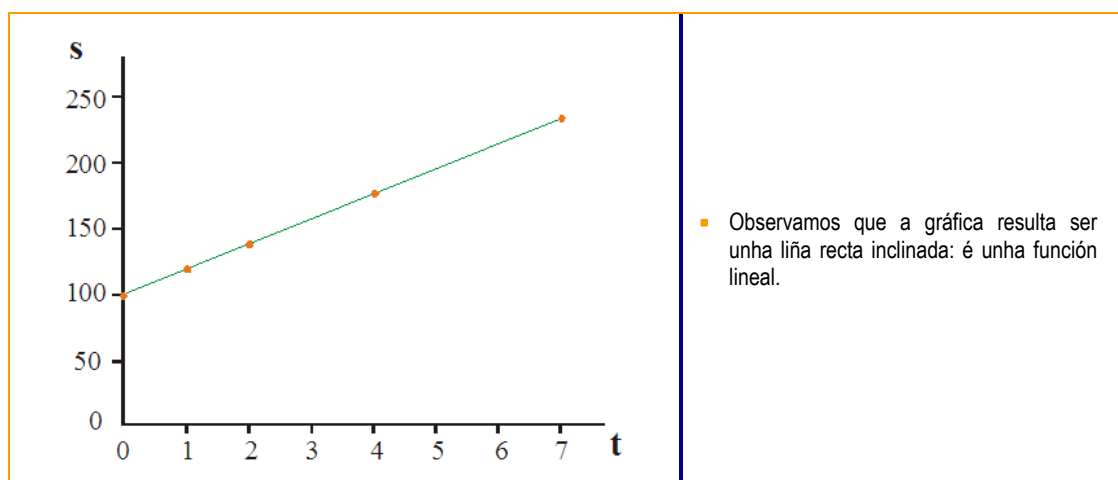
2.10 Gráfica posición/tempo dun movemento uniforme

Esta gráfica permite visualizar rapidamente moitas das características deste tipo de movemento. Vemos como se fai cuns exemplos.

- Un móbil está no instante inicial na posición 100 m. Móvese cunha velocidade uniforme de 20 m/s. Debuxamos a súa gráfica posición/tempo (gráfica s/t).

Solución: facemos primeiro a táboa de datos s/t; $s = s_0 + v \cdot t \rightarrow s = 100 + 20 \cdot t$; dámoslle valores ao tempo e calculamos s.

■ Tempo /s	0 s	1 s	2 s	4 s	7 s
■ Posición /m	100 m	120 m	140 m	180 m	240 m



Canto maior sexa a velocidade do móbil, máis inclinada é a liña recta da gráfica. Fíxate no exemplo seguinte.

- Un móbil A parte da posición inicial $s_0 = 100$ m, e móvese a 20 m/s; outro móbil B parte da orixe ($s_0 = 0$) e leva unha velocidade constante de 40 m/s. Construimos a gráfica s/t de ambos os corpos nos mesmos eixes de coordenadas.

Solución. Facemos as táboas de datos posición/tempo dos dous móbiles:

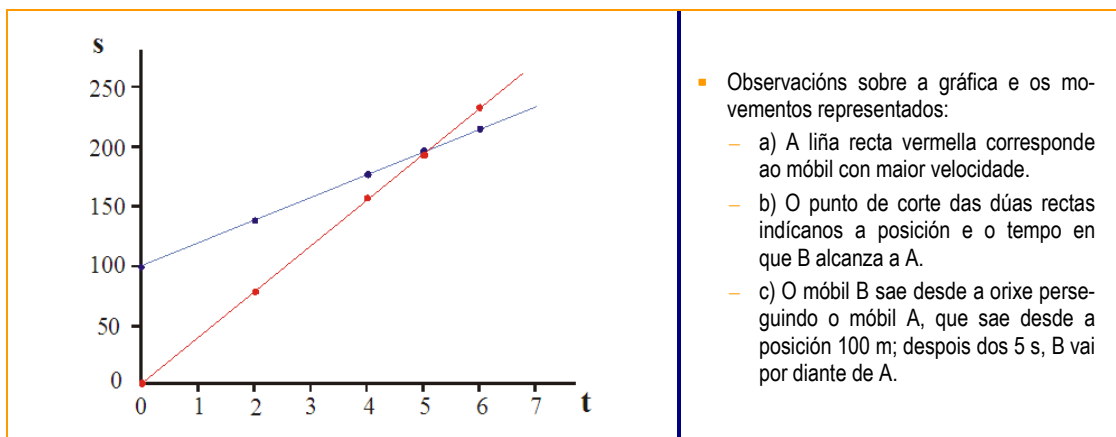
— Móbil A. Ecuación do movemento: $s = 100 + 20 \cdot t$

■ Tempo	0 s	2 s	4 s	5 s	6 s
■ Posición	100 m	140 m	180 m	200 m	220 m

— Móbil B. Ecuación do movemento: $s = 0 + 40 \cdot t$

■ Tempo	0 s	2 s	4 s	5 s	6 s
■ Posición	0	80 m	160 m	200 m	240 m

Representamos agora graficamente os dous conxuntos de datos:

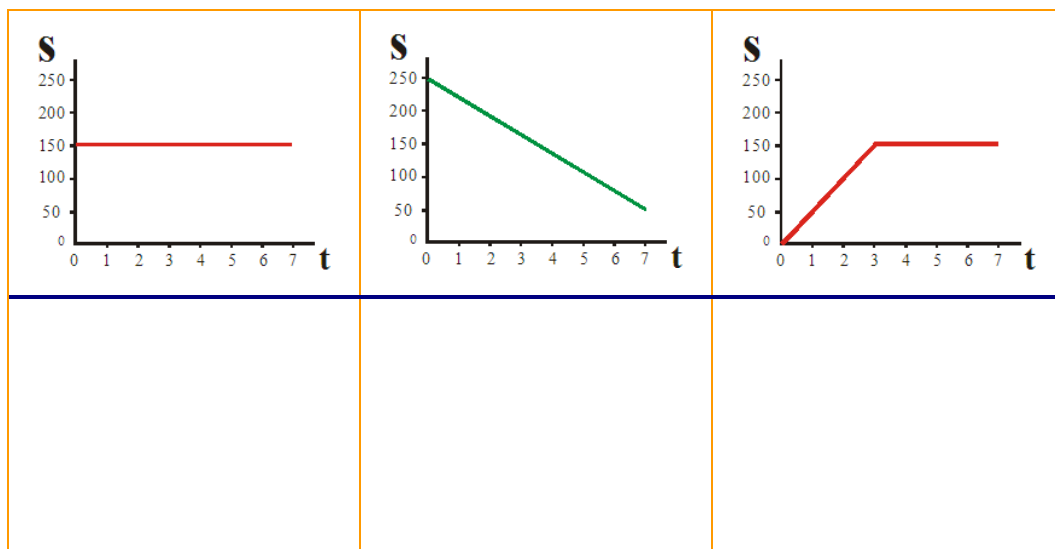


Secuencia de actividades

- S12.** Faga a gráfica s/t dun coche que no instante inicial estaba no punto quilométrico 30 km da ruta Ourense-Lugo e se move con velocidade constante de 60 km/h.

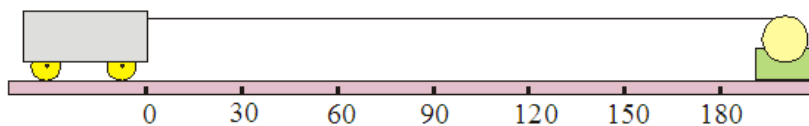


- S13.** Interprete como é o movemento que se representa en cada gráfica:



S14. Práctica de laboratorio: movimento uniforme

Coa montaxe da figura ou similar (un carriño tirado con velocidade constante por un pequeno motor) medimos os tempos que tarda en percorrer 30, 60, 90, 150 e 180 cm, e cos datos obtidos facemos a gráfica s/t. Teña en conta que sempre hai erros de medida.



■ Obtense unha liña recta?

■ Determine a velocidade do carrico en cada treito.

■ Obtemos sempre o mesmo valor?

2.11 A función lineal

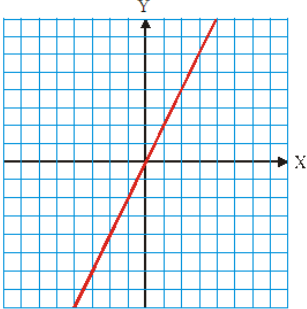
As gráficas s/t do movementu uniforme son liñas rectas; imos por iso afondar agora no estudo matemático das funcións lineal e afín, que están relacionadas con aquelas.

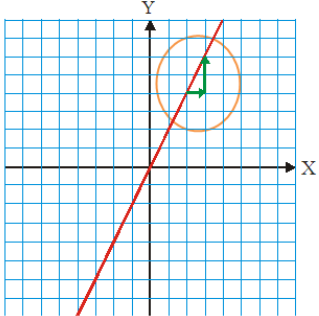
A función lineal, ou función *de proporcionalidade directa*, ten estas características:

Exprésase de forma $y = a.x$ ou $y = m.x$	O número a (ou m) chámase <i>pendente</i>
A súa gráfica é unha liña recta	A función é crecente se a pendente é positiva ($a > 0$), e decrecente se a pendente é negativa ($a < 0$)

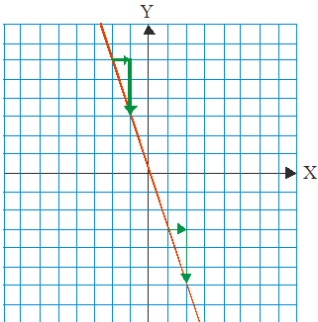
Observación: xa sabe que en matemáticas adoitamos usar as letras x e y para escribirmos as variables, pero podemos tamén usar outras letras.

Como caso práctico, estudemos a función lineal $y = 2x$. Primeiro facemos unha pequena táboa de valores e logo representamos a gráfica:

$y = 2x$			A gráfica da función lineal sempre pasa pola orixe, é dicir, polo punto $(0, 0)$.
x	y		
-3	-6		
0	0		
2	4		
3	6		

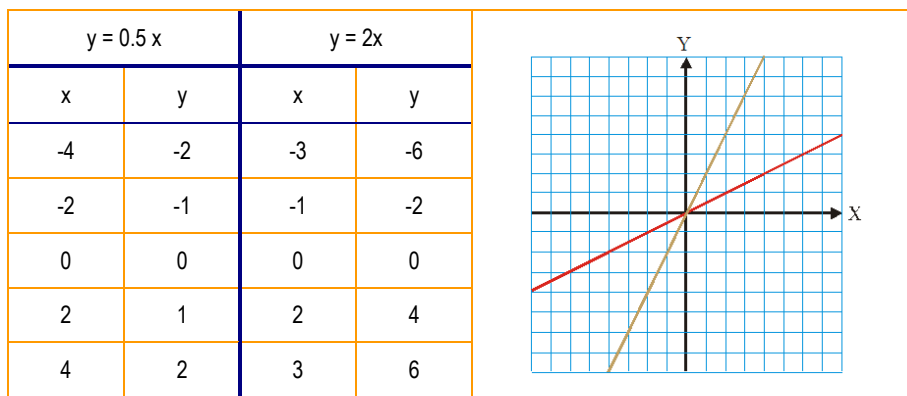
	A función representada é unha función crecente, xa que ao aumentar o valor de x aumenta o valor de y. Fíxese nas frechas verdes: cando x aumenta de 2 a 3, y aumenta de 4 a 6.
---	--

Vexamos outro exemplo de función lineal: $y = -3x$.

$y = -3x$			A gráfica tamén pasa pola orixe $(0, 0)$, pero agora a función é decrecente: ao aumentar o valor de x, diminúe o de y (frechas verdes)
x	y		
-2	6		
-1	3		
0	0		
1	-3		
2	-6		

2.11.1 Pendente da función lineal

Fíxate nas gráficas das funcións lineais que se representan a continuación:

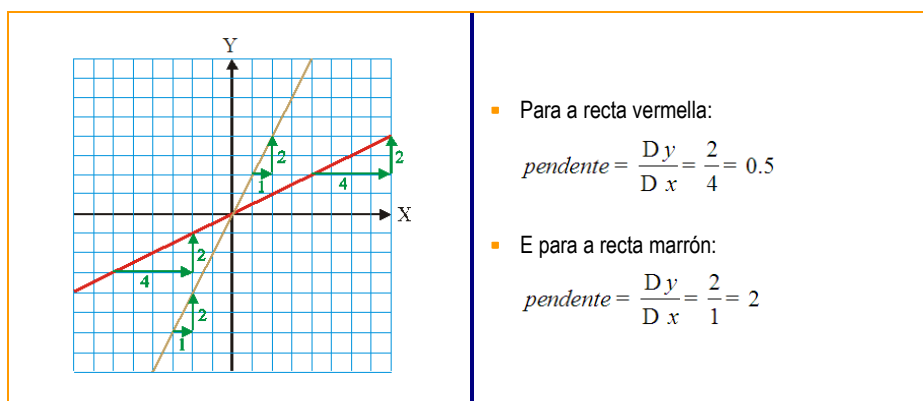


A gráfica da función $y = 2x$ está máis inclinada que a gráfica da función $y = 0.5x$. A pendente da primeira é 2, e a pendente da segunda é menor, $1/2$. Xa ve que canto maior é a pendente maior é a inclinación da liña recta [máis inclinación = máis próxima á vertical].

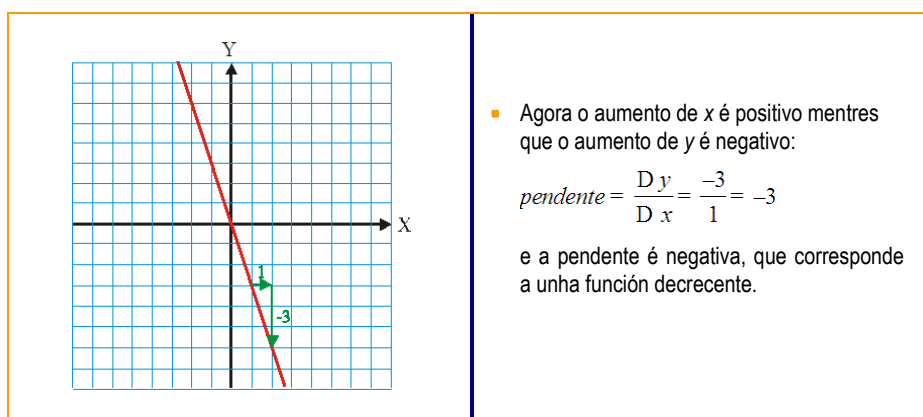
A pendente pódese determinar observando a gráfica, dividindo o aumento de y entre o aumento de x :

$$\text{pendente} = \frac{Dy}{Dx}$$

Para a gráfica anterior, fíxate nas frechas verdes, que representan os aumentos de x e de y :



Estes valores coinciden cos que xa tiñamos inicialmente. Este método gráfico para determinar pendentes tamén vale para as funcións lineais decrecentes:



Secuencia de actividades

S15. Cales das seguintes funcións son lineais?

■ $y = 3x$	
■ $y = -2x + 8$	
■ $y = -1/2x$	

■ $s = 5t$	
■ $h = 28y$	
■ $z = 3t^2 - 7$	

S16. Clasifique en crecentes ou decrecentes as funcións lineais seguintes:

■ $y = 8x$	
■ $y = -4t$	

■ $y = 0.05x$	
■ $s = -3/2t$	

S17. Represente graficamente a función lineal $y = -1/2x$. Cal é a súa pendente?

--	--

S18. Nunha función de proporcionalidade directa cando x vale 3, y vale 12.

■ Escriba a expresión alxébrica da función	
■ Calcule a pendente	
■ É crecente ou decrecente?	

2.11.2 Función afín

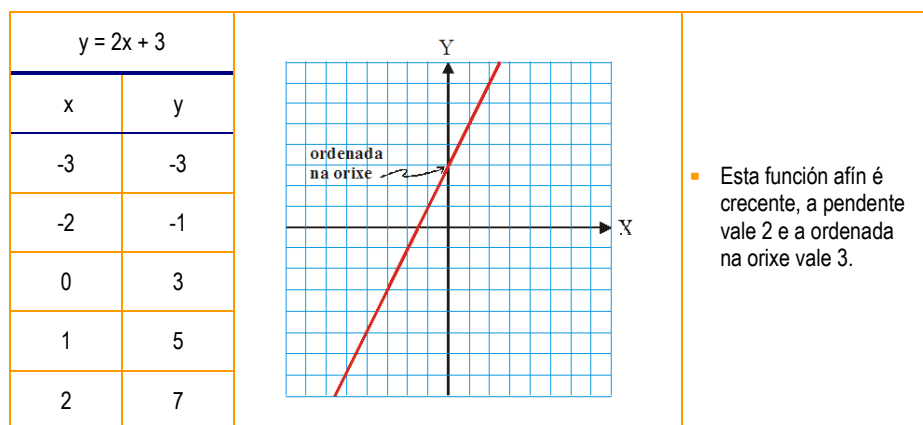
É dalgunha destas dúas formas:

- $y = a x + b$
- $y = m x + n$

A función afín é moi semellante á función lineal, pero non é de proporcionalidade directa e a súa gráfica non pasa pola orixe (0, 0).

O número b (ou n) chámase *ordenada na orixe*, porque a liña recta corta o eixe OY (eixe de ordenadas) no punto (0, b).

Vemos como exemplo a función afín $y = 2x + 3$.



A ecuación do movemento uniforme $s = v \cdot t + s_0$ que estudamos anteriormente é, xa que logo, unha función afín, onde a velocidade é a pendente da gráfica posición/tempo. En xeral isto é así sempre, aínda que a gráfica s/t non sexa unha liña recta.

Secuencia de actividades

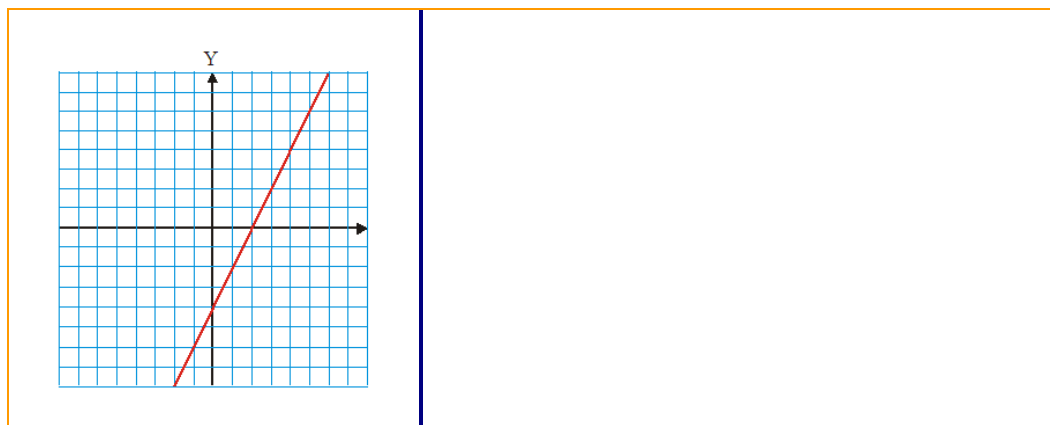
S19. Sinale cales das funcións seguintes son afíns:

■ $y = -2x + 0.05$	
■ $s = 3t + 1$	

■ $z = -4t - 30$	
■ $y = 2x^3 + 7$	

S20. Represente a función afín $y = -x + 1$. Canto valen a súa pendente e a ordenada na orixe?

- S21.** A partir da gráfica, determine a ordenada na orixe, a pendente e a expresión alxébrica da función afín:



- S22.** A gráfica dunha función afín pasa polos puntos de coordenadas $(-2, -7)$ e $(3, 8)$. Escriba a expresión da función afín. Cal é a súa pendente?

--

- S23.** A baixada de bandeira nun taxi son 3 euros. Cada quilómetro custa 1.10 euros.

■ Expresión que dá o custo dunha viaxe en función dos quilómetros percorridos polo taxi. Representeala	
■ Canto hai que pagar por un traxecto de 3,5 km?	
■ Con 10 euros, cantos quilómetros poderemos percorrer en taxi?	

2.12 Ecuacións de primeiro grao

Ás veces, para resolver problemas de móbiles animados con movemento uniforme temos que manexar ecuacións de primeiro grao.

Vexamos, por exemplo, o problema seguinte:

- Un coche sae da Coruña ás 10:00 h a 80 km/h. Outro sae de Santiago á mesma hora e vai a 100 km/h. A que hora se han cruzar pola autoestrada? A que distancia de Santiago se cruzan? [Distancia Santiago-A Coruña: 68 km].

Daquela, imos repasar as ecuacións de primeiro grao.

2.12.1 Expresións alxébricas

Unha expresión alxébrica é un grupo de números e letras unidos polos signos das operacións aritméticas (suma, división, raíces, etc.). Vexamos uns exemplos:

Expresión escrita	Expresión alxébrica
▪ O dobre mais a metade dun número	$2x + x/2$
▪ A raíz cadrada dun número mais 3	$\sqrt{x+3}$
▪ O 20 % do prezo P	$\frac{20}{100} \times P$
▪ O perímetro dun rectángulo de lados a e b	$2a + 2b$

2.12.2 Valor numérico dunha expresión alxébrica

É o número que resulta de substituír as letras por números e realizar as operacións indicadas. Exemplos:

Expresión alxébrica	Valor das letras	Valor numérico
$2x + 2y$	$x = 1; y = 4$	10
$\sqrt{a^2 + b^2}$	$a = 3; b = 4$	5
$\frac{20}{100} \times P$	$P = 400$	80

2.12.3 Identidades e ecuacións

Unha igualdade consta de dúas expresións alxébricas unidas por un signo "=". Exemplo: $2a = 3 + 5b$.

- Identidade: unha igualdade é unha *identidade* se é certa para todos os valores das letras.
- Ecuación: unha igualdade é una *ecuación* se só é certa para algún (ou algúns) valores das letras.

Exemplos de igualdades	Exemplos de ecuacións
$3a + 2a = 5a$	$x + 5 = 7$
$\frac{x}{2} - \frac{y}{2} = \frac{x-y}{2}$	$x^2 - 1 = 0$
$10 = 8 + 2$	$\frac{x}{y} + 3 = 8$

Secuencia de actividades

- S24.** Comprobe que os exemplos anteriores son identidades e ecuacións respectivamente.

- S25.** Para que valores son certas as igualdades seguintes?

■ $x + 1 = 8$	
■ $x^2 = 9$	
■ $x + y = 6$	

2.12.4 Solucións dunha ecuación. Significado

Nas ecuacións as letras chámanse *incógnitas*, porque non sabemos o seu valor. Resolvermos unha ecuación é atoparmos os valores numéricos das incógnitas que fan certa a igualdade; a estes valores das incógnitas denominámoslos *solucións da ecuación*. Exemplos:

Ecuación	A solución é	Porque...
$x + 5 = 9$	$x = 4$	$4 + 5 = 9$
$x - 3 = 2x + 1$	$x = -4$	$-4 - 3 = 2(-4) + 1 - 7 = -7$
$x^2 = 16$	$x = 4; x = -4$	$4^2 = 16; (-4)^2 = 16$

Secuencia de actividades

S26. Cales dos valores propostos da incógnita son solucións das ecuacións?

Ecuación	Valor proposto 1	Valor proposto 2	Valor proposto 3
$x^2 + x - 2 = 0$	$x = 3$	$x = -1$	$x = 1$
$\frac{x}{3} + \frac{x}{6} = 3$	$x = 0$	$x = 2$	$x = 6$

2.12.5 Ecuacións equivalentes

Dúas ecuacións son equivalentes entre si cando teñen as mesmas solucións. Obtemos unha ecuación equivalente á orixinal nestes casos:

- Cando se lles suma ou se lles resta o mesmo número (ou expresión alxébrica) aos dous membros da ecuación
- Cando se multiplican ou dividen os dous membros da ecuación polo mesmo número (distinto de cero) ou pola mesma expresión alxébrica.

Exemplo 1:

Na ecuación $x + 5 = 9$, restámoslles 5 aos dous membros: $x + 5 - 5 = 9 - 5 \rightarrow x = 4$

Fíxese en que o que acabamos de facer equivale a pasar o 5 que está sumando no primeiro membro restando ao segundo.

Exemplo 2:

Na ecuación $5x = 60$, dividimos os dous membros por 5:

$$\frac{5x}{5} = \frac{60}{5} \rightarrow x = 12$$

Isto equivale a pasar o 5 que estaba multiplicando no primeiro membro dividindo ao segundo.

Xa que logo, os termos que están sumando (restando) no primeiro membro podémoslos pasar ao segundo restando (sumando); e os que están multiplicando (dividindo) todo o primeiro membro podémoslos pasar dividindo (multiplicando) a todo o segundo membro. A esta técnica chámasele “transposición de termos”, e é moi útil para resolver ecuacións.

Secuencia de actividades

S27. Traspoña os termos que se indican:

Ecuación	Traspor o:	Resultado:
■ $2x + 7$	7	
■ $2x = 5 + 7/3$	2	
■ $\frac{y}{4} = 5 + 6x$	4	

2.13 Ecuación de primeiro grao. Resolución

Unha ecuación é de primeiro grao cando a incógnita está elevada ao expoñente 1, e é de segundo grao cando está elevada a 2, e así sucesivamente.

Ecuación	Grao da ecuación
▪ $2x + 7$	Primeiro grao
▪ $3x^2 - 5/2 = 7x$	Segundo grao
▪ $x^5 + 3x^4 - x^2 = 9$	Quinto grao

2.13.1 Resolución dunha ecuación de primeiro grao

Cómpre seguir estes pasos, como vemos no exemplo do cadro deseguido:

- 1. Eliminar parénteses ou facer as operacións que hai dentro delas.
- 2. Agrupar os termos con x nun membro, e os demais no outro.
- 3. Reducir termos semellantes.
- 4. Despexar x .

Resolver a ecuación $3(x - 5) - 5 = 4(x + 2) - 35$	
▪ 1. Eliminamos as parénteses	$3x - 15 - 5 = 4x + 8 - 35$
▪ 2. Agrupamos termos	$3x - 4x = 8 - 35 + 15 + 5$
▪ 3. Reducimos termos	$-x = -7$
▪ 4. Despexamos x	$x = \frac{-7}{-1} = 7$

Se hai denominadores numéricos achamos o mínimo común múltiplo (mcm) e facemos:

Resolver a ecuación $\frac{x+2}{6} - \frac{x-1}{2} - \frac{x+5}{3} = -\frac{17}{6}$	
▪ 1. Mcm (2, 3, 6) = 6	$\frac{x+2}{6} - \frac{x-1}{2} - \frac{x+5}{3} = -\frac{17}{6}$
▪ 2. Multiplicamos por 6 todos os termos	$6 \cdot \frac{x+2}{6} - 6 \cdot \frac{x-1}{2} - 6 \cdot \frac{x+5}{3} = 6 \cdot (-\frac{17}{6})$
▪ 3. Facemos operacións	$x + 2 - 3(x-1) - 2(x+5) = -17$
▪ 4. Eliminamos parénteses	$x + 2 - 3x + 3 - 2x - 10 = -17$
▪ 5. Agrupamos termos	$x - 3x - 2x = -17 - 2 - 3 + 10$
▪ 6. Reducimos termos	$-4x = -12$
▪ 7. Despexamos x	$x = \frac{-12}{-4} = 3$

Secuencia de actividades

S28. Resolva as ecuacións seguintes.

■ $3x + 1 = 22$	
■ $3(3x + 1) - (x - 1) = 6(x + 10)$	
■ $-(x - 5) + 3(x + 1) = -2(x - 9) + 30$	
■ $4(x - 2) + 1 = 5(x + 1) - 3x$	

S29. Resolva as ecuacións:

■ $\frac{x+3}{4} - \frac{x+4}{5} = \frac{x+1}{2}$	
■ $-(4+x) + \frac{x+1}{3} = -x - \frac{x}{8}$	
■ $\frac{3x-9}{10} = \frac{x-3}{12}$	

S30. Ecuacións e internet: hai moitas páxinas matemáticas sobre ecuacións; aquí damos dúas interactivas:

- http://descartes.cnice.mec.es/aplicaciones_algebra.php#Ecuaciones%20y%20sistemas
- <http://matematicasies.com/spip.php?rubrique6>

2.13.2 Aplicación das ecuacións á resolución de problemas

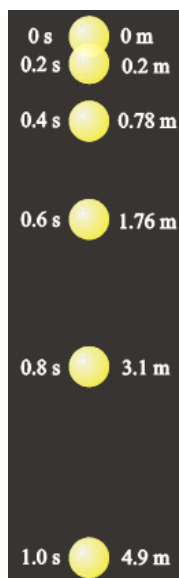
Problemas de movementos uniformes

- Un coche sae da Coruña cara a Santiago ás 10:00 horas cunha velocidade constante de 80 km/h. Outro coche sae de Santiago á mesma hora cara á Coruña, cunha velocidade tamén constante de 100 km/h. A que hora se cruzan? Onde? A distancia entre as dúas cidades é de 68 km.
- Un policía en moto persegue un coche que está 400 m por diante e que se move a 30 m/s. O policía vai a 33 m/s. Canto tempo ha tardar en alcanzalo?

Problemas doutros ámbitos

- Por un pantalón máis o seu IVE (16 %) paguei 60.32 euros. Canto custa o pantalón sen o imposto?
- Mariola ten moedas de 50 céntimos. Cámbiaas por moedas dun euro e así ten 80 moedas menos. Canto diñeiro ten Mariola?
- Adrián, Belén e Carlota gañaron 6 400 euros na lota. Van repartilos de xeito que Belén vai levar 400 euros menos que Adrián, e 400 euros máis que Carlota. Cantos euros leva cada un?
- Unha lavadora (sen IVE) custa x euros. Logo de sumarlle o IVE a este prezo e facerlle un desconto do 10 % por ser a semana máis fantástica dos almacéns, paguei pola lavadora 522 euros. Canto custaba con IVE e sen IVE antes do desconto fantástico?

2.14 Aceleración



Se deixamos caer un obxecto, gravamos a caída e vémola logo fotograma a fotograma a intervalos de 0.2 segundos, resulta o seguinte:

- Observamos que entre cada dous fotogramas consecutivos o corpo percorre cada vez máis espazo: móvese cada vez máis rápido, a velocidade vai aumentando na caída.
- Os movementos en que a velocidade cambia chámanse *acelerados*. Caracterízanse coa magnitude *aceleración*, que se calcula así:

$$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v - v_0}{t}$$

Por exemplo, se un coche vai inicialmente a unha velocidade de 10 m/s e acelera ata alcanzar unha velocidade de 25 m/s en seis segundos, a aceleración vale:

$$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{25 \frac{m}{s} - 10 \frac{m}{s}}{6 s} = \frac{15 \frac{m}{s}}{6 s} = 2.5 \frac{m}{s^2}$$

Este resultado indica que cada segundo de tempo a velocidade aumenta 2,5 m/s; fíxese na táboa seguinte como vai cambiando a velocidade do móbil:

t	0	1s	2s	3s	4s	...
v	10 m/s	12.5 m/s	15.0 m/s	17.5 m/s	20.0 m/s	...

Cando freamos, a velocidade diminúe, e a aceleración é negativa. Se un ciclista reduce a súa velocidade de 10 m/s a 7 m/s en 6 segundos, a súa aceleración é:

$$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{7 \frac{m}{s} - 10 \frac{m}{s}}{6 s} = \frac{-3 \frac{m}{s}}{6 s} = -0.5 \frac{m}{s^2}$$

Xa ve que a aceleración é negativa nos movementos de freada. Resumindo:

a > 0	O móbil vai cada vez máis rápido.
a = 0	A velocidade non cambia, vai sempre igual de rápido (movemento uniforme).
a < 0	O móbil vai cada vez máis amodo.

2.14.1 Ecuacións do movemento uniformemente acelerado

Imos estudar só os movementos en que a aceleración sexa constante, non cambie co tempo; a este tipo de movementos chamámoslos *uniformemente acelerados*. A caída dunha pedra é un exemplo de movemento uniformemente acelerado (MUA).

Despexando da ecuación da aceleración obtemos a *ecuación da velocidade*:

$$a = \frac{v - v_o}{t} \rightarrow at = v - v_o \rightarrow v = v_o + at$$

Así pois, a velocidade final é igual á velocidade inicial mais o produto da aceleración polo tempo que dura o percorrido.

- *Exemplo resolto.* Unha vagoneta de montaña rusa móvese inicialmente a 0.20 m/s. Cae costa abaixo cunha aceleración de 2.9 m/s². Que velocidade ten logo de caer 3 segundos?

Solución:

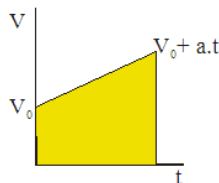
$$v = v_o + at = 0.20 \frac{m}{s} + 2.9 \frac{m}{s^2} \cdot 3 s = 0.20 \frac{m}{s} + 8.7 \frac{m}{s} = 8.9 \frac{m}{s}$$

Como podemos calcular o espazo percorrido polo móbil cando ten aceleración? A dedución da ecuación é algo longa, así que a damos sen demostración:

$$s = s_o + v_o t + \frac{1}{2} at^2$$

- **Observación.** A ecuación do movemento uniforme $s = s_o + v_o t$ non vale nos movementos acelerados, dan resultados incorrectos!

- Un xeito de obtermos a ecuación da posición no MUA:
Representando graficamente a velocidade fronte ao tempo ($v = v_o + a \cdot t$), obtemos unha recta:



- A área baixo a gráfica resulta ser o espazo percorrido polo móbil, que é:
 $e = v_o \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$

- *Exemplo resolto.* Un móbil parte do repouso ($v_o = 0$) e acelera durante 10 s cunha aceleración $a = 4 \text{ m/s}^2$. Cantos metros avanzou?

Solución:

$$s = s_o + v_o t + \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times 4 \frac{m}{s^2} \times (10 s)^2 = 200 m$$

[se non hai indicación en contra, collemos $s_o = 0$]

- *Exemplo resolto.* Un corpo móvese desde unha posición $s_o = 2 \text{ m}$ durante 4 s cunha aceleración de 5 m/s^2 . Se a velocidade inicial era de 20 m/s, cal é a súa posición final?

Solución:

$$s = s_o + v_o t + \frac{1}{2} at^2 = 2 m + 20 \frac{m}{s} \times 4 s + \frac{1}{2} \times 5 \frac{m}{s^2} \times (4 s)^2 = 2 m + 80 m + 40 m = 122 m$$

- *Exemplo resolto.* Un corpo, partindo do repouso, percorre 100 m en 8 segundos. Cal é a súa aceleración? Canto vale a velocidade final?

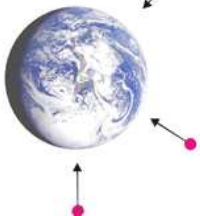
Solución:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2; \quad 100 \text{ m} = \frac{1}{2} a (8 \text{ s})^2 \rightarrow 100 \text{ m} = \frac{1}{2} a 64 \text{ s}^2 \rightarrow a = \frac{2 \times 100 \text{ m}}{64 \text{ s}^2} = 3,125 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v = v_0 + a t = 3,125 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 8 \text{ s} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2.14.2 Movement de caída libre. Graves

O planeta Terra atrae todos os corpos que hai arredor dela en dirección cara ao seu centro. Os corpos caen "cara a abaixo"; iso dicimos nós, pero en realidade caen cara ao centro do planeta.



- Preto da superficie terrestre todos os corpos caen coa mesma aceleración, que vale 9.8 m/s^2 .
Con frecuencia a este valor chámase *aceleración da gravidade g*.
Na Lúa, $g = 1.6 \text{ m/s}^2$.

Cando guindamos un obxecto cara a arriba, a súa velocidade vai diminuindo ata anularse, quedando o corpo parado un brevísimo instante na súa altura máxima; logo comeza a caer e aumenta a súa velocidade. Cando sobe, a aceleración é negativa (vai freando), $g = -9.8 \text{ m/s}^2$; cando baixa, positiva: $g = +9.8 \text{ m/s}^2$. No punto máis alto, a velocidade é nula.

- *Exemplo resolto.* Lanzamos un corpo de 2 kg cara a arriba cunha velocidade inicial de 10 m/s (non teña en conta o rozamento do aire).
 - Calculamos a altura máxima a que chega o móbil.
 - Canto tempo tarda en subir?
 - Canto tempo tarda en baixar ata o chan de novo?
 - Con que velocidade ha bater contra o chan?

Solución: [datos na subida: $v_0 = 10 \text{ m/s}$; $a = -9.8 \text{ m/s}^2$; $v = 0$]

$$v = v_0 + a t \rightarrow 0 = 10 + (-9.8)t \rightarrow 0 = 10 - 9.8t \rightarrow -10 = -9.8t \rightarrow t = \frac{-10}{-9.8} = 1.02 \text{ s}$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 1.02 \text{ s} + \frac{1}{2} (-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) (1.02 \text{ s})^2 = 10.2 \text{ m} - 5.1 \text{ m} = 5.1 \text{ m}$$

[Datos na baixada: $v_0 = 0$; $s = 5.1 \text{ m}$; $a = 9.8 \text{ m/s}^2$]

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow 5.1 \text{ m} = \frac{1}{2} \times 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times t^2 \rightarrow \frac{5.1 \text{ m} \times 2}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = t^2 \rightarrow 1.04 \text{ s}^2 = t^2 \rightarrow$$

$$t = \sqrt{1.04} = 1.02 \text{ s}$$

Vemos que tarda o mesmo en subir que en baixar.

Velocidade de impacto contra o chan:

$$v = v_0 + at = 9.8 \frac{m}{s^2} 1.02 s = 10 \frac{m}{s}$$

Chega ao chan coa mesma velocidade coa que fora lanzado inicialmente. Cales dos resultados anteriores cambiarían se tivésemos en conta o rozamento contra o aire?

Secuencia de actividades

S31. Práctica de laboratorio.

- Deixe caer con coidado unha pedra grande e outra pequena a un tempo desde a mesma altura (sobre dous metros). Cal chega antes ao chan? Non o diga, fágao!
- Repita a experiencia deixando caer un libro e un anaco pequeno de papel.
- Deixe caer de novo o libro e o papel, agora co papel xusto enriba do libro.

Que efecto produce a atmosfera nos dous últimos casos? Cal sería o resultado de facer todo isto na Lúa?

Pode ver unha animación e un vídeo do anterior, respectivamente, en:

- http://www.visionlearning.com/library/module_viewer.php?mid=45&l=s&c3=
- <http://www.youtube.com/watch?v=4mTsrRZEMwA>

S32. Práctica de laboratorio. Movemento uniformemente acelerado.

- Deixamos caer, partindo do repouso, unha bóla de aceiro ben puída por unha costa lixeiramente inclinada. Medimos os tempos que tarda en percorrer 30, 60, 90, 120 e 150 cm. Cos datos obtidos facemos a gráfica s/t do movemento. Observamos que a gráfica é curva, é un arco de parábola [lembre que no movemento uniforme esta gráfica é unha recta].



S33. Unha moto vai a 70 km/h. Aumenta a súa velocidade ata 30 m/s en 5 s. Calcule:

■ A aceleración	
■ O espazo percorrido neses 5 segundos	

- S34.** A condutora dun autobús escolar vai a 50 km/h cando ve un semáforo en vermello a unha distancia de 40 m. Frea uniformemente ata deter o autobús.

Cal foi a aceleración da freada?	
Canto tempo tardou en parar?	

- S35.** Un coche móvese a 80 km/h. Canto espazo percorrerá ata parar (distancia de detención)? O tempo de reacción é de 0.75 segundos, e neste tempo non freamos aínda; a aceleración máxima de freada dun vehículo é de 6.5 m/s^2 aproximadamente.

--

- S36.** Imos a 120 km/h na autoestrada. Vemos que a 200 m hai un accidente que impide o paso e freamos. A aceleración máxima de freada é de 6.5 m/s^2 . Conseguiremos deternos antes de chegar ao obstáculo? Teña en conta o tempo de reacción do/a condutor/a.

--

- S37.** Un paracaidista tírase desde unha altura de 1 000 m. O paracaídas falla e non abre.

Con que velocidade bate contra o chan?	
A velocidade coa que realmente impacta contra o chan, aínda que mortal, é moito menor que a calculada. Por que?	

2.15 Actividades derradeiras

Movementos

S38. Os datos da táboa corresponden ao avance dunha ave polo aire:

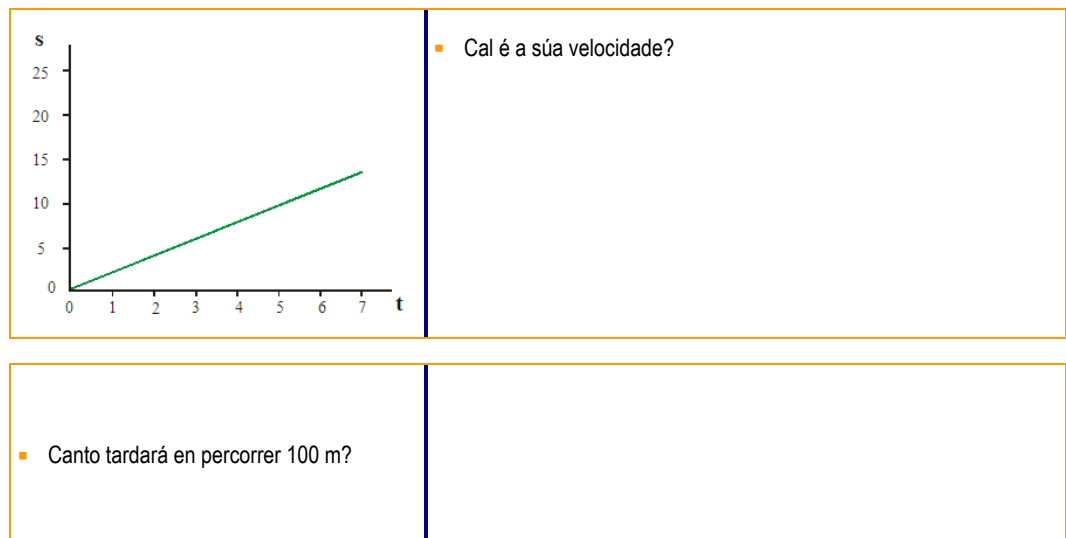
■ Tempo (s)	0	10	20	30	40
■ Posición (m)	0	27	58	87	116

- Calcule a distancia percorrida entre os instantes:

■ $t = 10\text{ s}$ e $t = 30\text{ s}$	
■ $t = 20\text{ s}$ e $t = 40\text{ s}$	

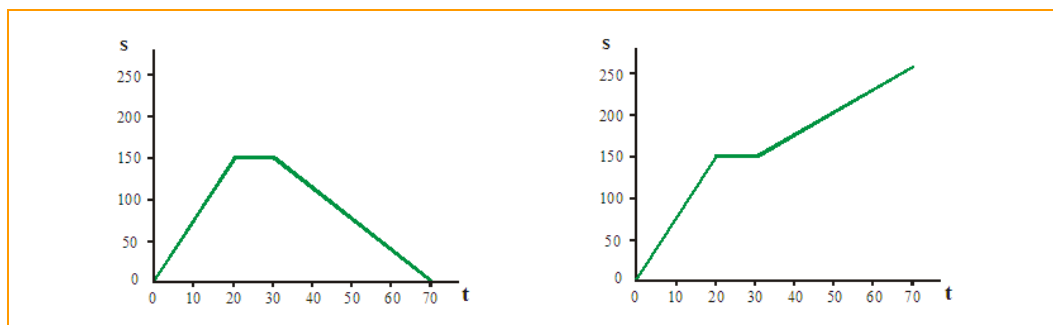
S39. Tres corredores compiten nuns xogos olímpicos. O primeiro percorre 10 km en 27 min e 40 s, o segundo percorre os 100 m lisos en 9.88 s e o terceiro percorre 1 500 m en 3 min 31 s. Cal deles é o máis veloz?

S40. Unha persoa camiña pola praia sobre a area seca. A gráfica s/t do seu movemento é a seguinte:



- Se agora camiñase pola area mollada, como sería a gráfica do seu movemento? Debúxeaa aproximadamente nos eixes anteriores.

S41. Andrés ve saír a súa filla Xiana da casa cara ao colexio e decátase de que non leva o bocado. Cólleo e sae correndo ata alcanzala, dálle o bocata e volve á casa, máis a modo.



- Cal das gráficas se axusta ao movemento realizado?
- Calcule a velocidade de Andrés na ida e na volta.

S42. Unha motorista móvese por unha estrada cunha velocidade constante de 89 km/h. Calcule cantos metros percorre en 8 minutos.

S43. Un móbil pasa pola orixe de coordenadas no instante inicial. Móvese cunha velocidade constante de 20 m/s. Represente a gráfica posición/tempo.

- S44.** Un automóbil circula por unha estrada. Cando o reloxo indica 5 min atópase na posición 30 km, e cando indica 30 min está na posición 70 km. Calcule a velocidade media do automóbil en km/h e en m/s.

--

- S45.** Outro automóbil que parte da posición $s_0 = 5$ m percorre unha pista cunha velocidade constante de 20 m/s.

▪ Escriba a ecuación do movemento e calcule a posición no instante $t = 10$ s.	
▪ Represente a gráfica s/t do movemento.	

- S46.** Un avión toma terra cunha velocidade inicial de 250 km/h. Percorre a pista e frea completamente en 30 s.

▪ Cal é a aceleración da freada?	
▪ Cantos metros percorre na pista?	

- S47.** Un tren entra nunha estación a 90 km/h e frea cunha aceleración $a = -2.6 \text{ m/s}^2$.

▪ Por que é negativo o signo da aceleración?	
▪ Canto tempo tarda en se deter o tren?	
▪ Cantos metros percorre na freada?	

- S48.** Un móbil aumenta a súa velocidade desde 59.7 km/h ata 80 km/h en 4.5 segundos. Calcule:

▪ A aceleración.	
▪ O espazo percorrido nos 4.5 segundos.	
▪ A velocidade que terá aos 8 s se segue coa mesma aceleración.	

- S49.** Un móbil parte do repouso ($v_0 = 0$). A táboa seguinte recolle as posicións en diferentes instantes:

▪ Tempo (s)	0	1	2	3	4
▪ Posición (m)	0	2	8	18	32

▪ Debuxe a gráfica posición/tempo	
▪ Calcule a aceleración do móbil, e a súa velocidade no instante $t = 8$ s	

- S50.** Unha saltadora de trampolín artístico déixase caer desde a panca de saltos situada a 8 m sobre a auga da piscina. Determine:

▪ O tempo que tarda en chegar á auga.	
▪ A velocidade de impacto contra a auga.	

- S51.** Nunha carreira ciclista un dos corredores escapa do pelotón. Cando leva 6 km de vantaxe outro ciclista sae na súa persecución. Se o escapado vai a 40 km/h e o perseguidor a 46 km/h, canto ha tardar o escapado en ser alcanzado?

- S52.** Desde unha altura de 150 m guindamos cara a abaixo un corpo de 500 g cunha velocidade inicial de 6 m/s.

▪ Escriba as ecuacións da velocidade e do espazo percorrido en función do tempo.	
▪ Calcule a velocidade con que chega ao chan.	
▪ Canto tempo tarda na baixada?	
▪ Determine a velocidade que leva o corpo cando está xusto na metade do percorrido da caída.	

- S53.** Lanzamos desde o chan unhas chaves verticalmente cara a arriba cunha velocidade inicial de 10 m/s.

▪ A que altura máxima chegan?	
▪ Canto tardan en volver ás nosas mans?	

Función lineal e función afín

- S54.** A función que permite calcular a temperatura en graos fahrenheit a partir da temperatura en graos celsius (graos centígrados) é: $F = 32 + 1.8 C$

Que tipo de función é?	
Cal é a súa pendente? E a súa ordenada na orixe?	
No verán, cando estamos a 30 °C, canto marca un termómetro Fahrenheit?	

- S55.** Subimos a unha montaña e imos anotando a temperatura do aire a intervalos. A variación da temperatura coa altura recóllese na táboa.

Altura (m)	0	350	700	1 050
Temperatura (°C)	10	8	6	5

Represente os puntos nunha gráfica temperatura/altura.	
Escriba a expresión alxébrica que dá a temperatura en función da altura.	
A partir de que altura a temperatura será menor de 0 °C?	

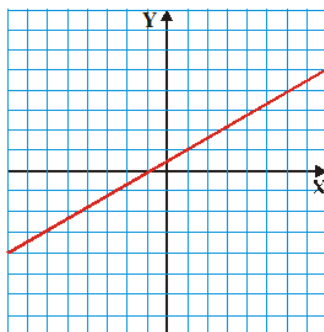
S56. Un fontaneiro cobra 20 euros polo desprazamento e 16 por cada hora traballada.

- Escriba a función que proporciona o custo da reparación en función das horas traballadas. Representeaa. É unha función lineal ou afín?

- Determine graficamente e analiticamente a pendente da liña recta obtida.

- Unha reparación custou 84 euros. Canto tempo durou?

S57. En relación coa gráfica:



- Determine a pendente e a ordenada na orixe.

- Escriba a expresión alxébrica da función.

- Para que valor de x é 15 o valor de y ?

- Para que valor de y é 15 o valor de x ?

Ecuacións

S58. Resolva as ecuacións:

$\frac{5x}{2} - 7(x-1) = x + \frac{2}{3}$	
$\frac{7x-1}{2} = \frac{x-4}{4} - x$	
$3(2-3x) - 4(x-5) = 6x-25$	
$2(x-7) - (x-2) + 4(x+1) = 2$	
$x+4 + \frac{3x+1}{2} = x - \frac{x-1}{2}$	
$\frac{2x-5}{5} - 2x = \frac{3x+1}{4} + \frac{7}{10}$	
$\frac{2(x+3)}{3} - 1 = \frac{3(x-6)}{4} + 4$	
$\frac{4}{3x-2} = 1$	
$\frac{x+1}{x-1} = 2$	
$\frac{5x}{3} - 4(6-x) = \frac{x-6}{7} - \frac{7}{3}$	

S59. Calcule que número hai que sumarlle a 37 para que dea 119.

S60. Calcule un número de xeito que o dobre del mais 17 sexa igual a 47.

S61. As idades de dúas irmás suman 38 anos. Sabemos que unha delas ten 8 anos mais que a outra. Cal é a idade de cada irmá?

S62. Tres amigos teñen en total 900 euros. Un deles ten 50 euros máis que outro, e este o dobre que o terceiro. Cantos euros ten cada amigo?

- S63.** Un promotor inmobiliario vende a metade dos pisos que ten a 200 000 euros. Regálalles a terceira parte dos que lle quedan a varios amigos e véndelles os restantes a 250 000 euros cada un, cobrando en total 11 000 000 euros. Cantos pisos tiña inicialmente?

- S64.** Dous automóviles saen dunha vila en sentidos contrarios, un a 72 km/h e outro a 108 km/h. Canto tempo ten que pasar para que estean a unha distancia de 270 km un do outro?

- S65.** Nun curral o número de galiñas aumenta cada ano en 600 unidades. Ao final de cada ano véndense a metade das que hai. Se ao cabo do terceiro ano hai 650 galiñas, cantas había ao principio?

- S66.** A cantidade de madeira nun bosque aumenta cada ano o 5 %. Por outra banda, cada ano córtanse 1 200 m³ de madeira. Calcula o volume de madeira que tiña o bosque hai 3 anos, sabendo que hoxe é de 100 000 m³.

2.16 Recuncho de lectura

Sistemas de posicionamento global (GPS)



Permiten determinar a posición dun obxecto (o receptor) na Terra, así como a súa velocidade, dirección, altura sobre a superficie e a hora exacta.

O único sistema en funcionamento pleno na actualidade (xuño de 2008) é o sistema NAVSTAR GPS norteamericano. Consta dun conxunto de 31 satélites activos (setembro de 2007), aínda que teoricamente deberían ser 24, que xiran arredor da Terra en órbitas circulares a 20 200 km de altura distribuídas en seis planos separados entre si 60° (ascensión recta) e inclinados 55° respecto do plano ecuatorial; en cada órbita hai un mínimo de catro satélites. Todos os satélites dan dúas voltas arredor da Terra nun día sidéreo (23h e 56 min). As órbitas e os satélites están situados de xeito que en calquera instante seis ou máis satélites están no campo de visión do receptor na maioría dos lugares do planeta.

Cada satélite leva a bordo un reloxo atómico de varios nanosegundos (10^{-9} s) de precisión. Os satélites emiten unha onda electromagnética en microondas con información sobre a súa posición na órbita (efemérides), a hora que marca o seu reloxo e outras informacións. Un receptor GPS na Terra debe captar sinais de polo menos catro satélites simultaneamente. Medindo a diferenza entre os tempos que tardan en chegar ao receptor os sinais enviados polos satélites e a posición destes, o receptor calcula a distancia a cada satélite; e con esta información pode calcular a súa posición no planeta.

O sistema GPS norteamericano está baixo control militar, das forzas aéreas concretamente. O derribamento dun avión coreano de pasaxeiros extraviado de rumbo con 269 persoas a bordo en 1983 na Unión Soviética levou o presidente norteamericano a autorizar o uso libre civil do sistema, que se fixo efectivo en maio do ano 2000, aínda que segue baixo control militar, e cunha precisión inferior á reservada para uso militar; o sistema GPS civil gratuito permite fixar a posición dun obxecto cunha precisión de ± 15 metros na horizontal, e o tempo cunha precisión de nanosegundos.

A Unión Europea ten o seu propio proxecto de navegación por satélite, chamado Galileo, no que participan tamén outros países non europeos. Ata o día en que se escribe isto foron lanzados dous satélites para probar o sistema, o GIOVE-A e o GIOVE-B, que non formarán parte da constelación final; pertencen á ESA (Axencia Espacial Europea). Cando estean lanzados e operativos 12 satélites a rede comezará a funcionar para o público, e ao contrario do sistema americano, o Galileo estará baixo control exclusivamente civil (non militar). E cando estea completado haberá 30 satélites, previsiblemente (agás demoras) no ano 2010. Nese intre o sistema Galileo permitirá determinar a posición dos obxectos cunha precisión de ± 1 metro, mellor que co GPS.

Calcúlase que no ano 2015 serán 400 millóns os usuarios dos navegadores por satélite.

Unha curiosidade física: debido a que a precisión na medida dos tempos ten que ser a maior posible, os físicos e enxeñeiros tiveron que ter en conta que debido aos efectos da teoría da relatividade xeral e especial de Einstein, os reloxos dos satélites non van igual de rápido que os nosos na Terra!

3. Cuestionario de avaliación

1. Por que é importante facermos exercicios de quecemento antes de realizarmos un traballo ou un deporte?
-

- ☐ Para logo suarmos menos.
- ☐ Para quentarmos os músculos e os tendóns.
- ☐ Para evitarmos posibles lesións.
- ☐ Para que o corpo se vaia facendo á idea do que ten que facer logo.

2. As ondas electromagnéticas (radio, televisión, luz, etc.) viaxan polo espazo con velocidade constante de $3 \cdot 10^8$ m/s. Sabemos en cada instante a distancia entre Terra e Lúa enviando un feixe de luz láser ao satélite, que rebota alí e volve á Terra. Nunha medida feita así, o tempo que tardou en regresar a luz láser desde a súa emisión na Terra foi de 2,533 segundos. Xa que logo, a distancia entre a Terra e a Lúa nese intre era de:
-

- ☐ $3,7995 \cdot 10^{10}$ m
- ☐ $3,7995 \cdot 10^8$ m
- ☐ $7,599 \cdot 10^8$ m
- ☐ $7,599 \cdot 10^6$ m

3. Dunha vila a outra hai unha distancia de 35 km. Saímos en autobús dunha delas cunha velocidade constante de 60 km/h. O tempo que tardaremos en chegar á outra vila é de:
-

- ☐ 35 minutos
- ☐ 60 minutos
- ☐ 102.9 minutos
- ☐ 210 minutos

4. Deixamos caer sen velocidade inicial unha pedra desde o alto da torre de Hércules (68 m). Desprezando o rozamento contra o aire, o tempo que tarda a pedra en chegar ao chan é:
-

- ☐ 2.7 s
- ☐ 3.7 s
- ☐ 4.7 s
- ☐ 3.271 s

5. Un coche deportivo arranca desde o repouso e alcanza os 100 km/h en 8 segundos. A súa aceleración é:
-

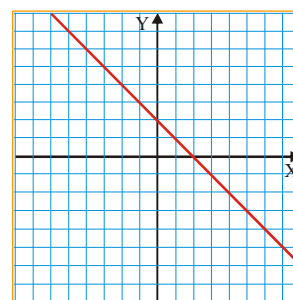
- ☐ 3.20 m/s^2
- ☐ 3.47 m/s^2
- ☐ 2.15 m/s^2
- ☐ 9.8 m/s^2

6. A solución da ecuación $\frac{x-2}{3} - \frac{3-x}{2} = \frac{4x+1}{6} - 2$ é:

- ☐ 0
- ☐ 2
- ☐ - 2
- ☐ 6

7. A función representada:

- ☐ É unha función lineal
- ☐ É unha función afín
- ☐ A súa pendente é 1
- ☐ A súa pendente é - 1
- ☐ A súa expresión alxébrica é $y = - 2 x - 1$
- ☐ A súa expresión alxébrica é $y = - x + 2$



8. Unha empresa tivo uns beneficios de 10 300 euros, que se reparten entre os seus tres donos. Un ten o 30 % da empresa, outra o 45 % e outro o resto. As cantidades que lles toca a cada socio son:

- ☐ 3500 EUR, 4100 EUR e 2700 EUR
- ☐ 3100 EUR, 4625 EUR, 2575 EUR
- ☐ 3090 EUR, 4635 EUR e 2575 EUR.

9. Unha compañía de telefonía móbil RR cobra 10 céntimos polo establecemento da chamada e 10 céntimos por cada minuto. A compañía Vodatone cobra o establecemento de chamada a 20 céntimos e cada minuto a 8 céntimos.

- ☐ Facendo adoito chamadas de 5 minutos. Que compañía resulta máis barata?
- ☐ Cal é a duración dunha chamada que custe o mesmo nas dúas compañías?
- ☐ Escriba a expresión que nos dá o custo das chamadas en función dos minutos falados. Representeas nos mesmos eixes coordenadas. Que significado ten o punto de corte das dúas rectas?