

TEMA 5: ÓPTICA

1- ANTECEDENTES HISTÓRICOS

A Óptica ou ciencia que estuda a luz, é unha das ramas máis antigas da física. Para as civilizacións clásicas, a percepción visual requería un «algo» que enlazase o noso espírito co obxecto visto, e así:

- A **escola atomista** sostiña que a visión se produce porque os obxectos emiten «imaxes» que saen deles e van a alma da persoa, que os ve a través dos seus ollos.
- A **escola pitagórica** sostiña, pola contra, que a visión se produce por medio dun «lume invisible» que sae dos ollos, a modo de tentáculo, vai cara os obxectos, tócaos e explóraos.

Euclides, cara o ano 300 a.C., expón conceptos como os de raio luminoso ou traxectoria que segue a luz na súa propagación e o fenómeno da reflexión. Para Euclides, o raio luminoso é rectilíneo e emite o ollo humano. No estudo da reflexión afirma, correctamente, que o ángulo de incidencia é igual ao de reflexión.

Herón de Alexandría, cara o século I, estuda os espellos planos, convexos e cóncavos, e afirma que o raio luminoso segue sempre o camiño máis curto, sexa ou non reflectido.

Claudio Tolomeo, no século II, estuda sistematicamente a refracción, aínda que o fenómeno xa facía moito tempo que era coñecido. Realiza medidas moi precisas do ángulo de refracción para a auga e o vidro, pero non descobre a lei da refracción.

As ideas de Euclides, Tolomeo e outros eruditos sentaron, durante un longo período de tempo, o concepto de que o ollo é quen envía os raios visuais ao obxecto visto.

Pero o médico árabe *Al-Hazen* (965-1039) rexeita as ideas dos mestres anteriores e afirma a idea correcta de que a luz chega aos obxectos procedente dos corpos luminosos, ilumínaos, e destes vai aos ollos. Para Alhazen, cada punto dun corpo luminoso, emisor ou iluminado, envía en tódalas direccións raios luminosos rectilíneos que forman un cono cuxo vértice é o punto do corpo luminoso e a base, a pupila do ollo. Erróneamente Alhazen admite que a imaxe se forma no cristalino (a lente do ollo), descoñecendo o papel da retina, que será explicado máis tarde por Kepler a principios do século XVII.

MODELO CORPUSCULAR DA LUZ

En 1621, o matemático holandés *Willebrord Snell* (1591-1626) obtén a expresión matemática da lei da refracción, aínda que o seu descubrimento permanece ignorado ata que no ano 1637 o francés *René Descartes* (1596-1650) o inclúe na súa obra *Dióptrica*, que ten unha influencia decisiva nas ideas de Newton. Descartes supón que a luz é unha perturbación que se propaga a unha velocidade infinita dun lugar a outro. Establece as leis da reflexión e da refracción comparando a luz con un proxectil, pero sen indicar nada sobre a súa natureza.

Isaac Newton (1642-1727) publica en 1704 a súa *Óptica* e asenta o modelo corpuscular da luz sobre as ideas de Descartes. Supón que a luz está formada por partículas materiais ás que lle chamou *corpúsculos*, que son guindadas a gran velocidade polos corpos emisores de luz.

O modelo corpuscular de Newton explica a propagación rectilínea e as leis da reflexión e da refracción:

- Propagación rectilínea da luz:** supón que a luz está formada por pequenas partículas que viaxan a gran velocidade -pero non infinita- de xeito que as súas traxectorias son liñas rectas, as cales constitúen os raios luminosos.
- Lei da reflexión:** ao incidir a luz nunha superficie lisa como a dun espello, a luz choca contra dita superficie e reflíctese do mesmo xeito que unha bola metálica cando rebota nunha prancha de aceiro.
- Lei da refracción:** cambio na dirección da traxectoria que experimenta a luz cando pasa dun medio a outro diferente, por exemplo, do aire á auga. A refracción débese a que as partículas da luz resultan máis atraídas polo medio máis denso, neste caso a auga, de forma que o ángulo que forman os raios da luz coa normal é menor na auga que no aire. Newton tamén chegou a conclusión errónea de que a velocidade da luz debería ser maior no medio máis denso.

Debido a grande autoridade de Newton e a que a lei da reflexión se explica perfectamente co modelo corpuscular, a contradicción coa realidade de que a velocidade da luz debía ser maior nun medio máis denso non tivo gran transcendencia na súa época.

Por outra banda, o valor tan elevado da velocidade da luz implicaba que fose moi difícil medila cos medios materiais da época. No ano 1849 o francés Léon Foucault demostrou de forma experimental, que a velocidade da luz é menor nos corpos máis densos, contradicindo a explicación de Newton e sentando o feito de que a maior velocidade da luz ten lugar no baleiro.

Aínda que se admite que a velocidade da luz no baleiro ten o valor de 300.000 km/s, medidas precisas indican que o seu valor é de $299.793,0 \pm 0,3$ km/s.

TEORÍA ONDULATORIA

Con anterioridade a Newton, Huygens propuxo que a luz consiste na propagación dunha perturbación ondulatoria do medio (onda mecánica). Huygens postulaba que se trataba de *ondas lonxitudinais*. Esta hipótese explicaba facilmente fenómenos tales como a reflexión, a refracción e a dobre refracción. Esta teoría atopaba dificultades para asentarse pois non se tiñan observado daquela na luz fenómenos tipicamente ondulatorios como a *difracción*.

A comezos do século XIX tiveron lugar diversos avances que reforzaron a teoría ondulatoria da luz. Descubríronse fenómenos como as interferencias luminosas (experimento de Young da dobre fenda) e a polarización da luz, pero o máis importante foron as experiencias realizadas por Fresnel sobre a difracción. A proposta de Fresnel era que a luz estaba composta de ondas transversais.

Foucault, anos máis tarde, mediu a velocidade da luz na auga e comprobou que era menor ca no aire, o cal puña de manifesto a inconsistencia da teoría de Newton. A partir de aquí a teoría ondulatoria impúxose a corpuscular.

J.C. Maxwell, físico e matemático escocés, no ano 1864 estableceu a teoría electromagnética da luz. Propuxo que a luz non era unha onda mecánica senon unha forma de radiación electromagnética de alta frecuencia. Máis tarde Hertz comprobou experimentalmente a existencia das ondas electromagnéticas. A teoría electromagnética de Maxwell foi de xeral aceptación.

NOVA TEORÍA CORPUSCULAR.

Para explicar o efecto fotoeléctrico descuberto por Hertz, A. Einstein recurriu ás hipóteses cuánticas de Plank e propuxo (1905) que a luz estaba constituída por un feixe de pequenos corpúsculos ou *cuantos de enerxía*, tamén chamados **fotóns**. A enerxía que contén un fotón ven dada pola expresión: $E = h \cdot f$ onde f é a frecuencia e h é a cte de Plank con un valor de $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J.s

TEORÍA ACTUAL

Na actualidade considérase que a luz presenta unha dobre natureza *corpuscular* e *ondulatoria*. Cando se manifesta como onda non se manifesta como corpúsculo e viceversa. Comprobase posteriormente que a materia tamén pode presentar comportamento ondulatorio ao conseguirse realizar a difracción de electróns e neutrons. Este comportamento dual da materia foi proposto polo francés Louis De Broglie.

2- ÓPTICA XEOMÉTRICA

Moitos dos aspectos da luz (Reflexión e Refracción) pódense estudar fixándonos unicamente na súa propagación rectilínea (raio), sen necesidade de considerar o seu carácter ondulatorio (electromagnético). O estudo do comportamento dun raio de luz, cando cruza as superficies de separación entre diferentes medios transparentes, homoxéneos e isotropos é o que se coñece como óptica xeométrica.

A óptica xeométrica supón que:

- Nos medios homoxéneos e isotropos, a luz propagase en liña recta.
- Cúmpanse as leis da reflexión e da refracción.
- O camiño seguido por un raio é **reversible**: Se un raio parte de A e chega a C, pasando por B, cando parte de C pasando por B, chega a A.

- ÍNDICE DE REFRACCIÓN

A velocidade da luz é unha magnitude finita que ten distinto valor segundo sexa o medio no que se propague. A velocidade da luz no baleiro represéntase por **c** e ten o valor de 300.000 km/s, que é invariable para calquer dirección. Ademais, o baleiro é o medio no que a luz ten unha maior velocidade. Noutro medio como o aire ou a auga, a velocidade de a luz é inferior a c.

Cada medio material está caracterizado, dende o punto de vista óptico, por un escalar chamado *índice de refracción*, representado por n , que se define como o cociente entre a velocidade da luz no baleiro e a que ten en dito medio, v . É dicir: $n = \frac{c}{v}$. No caso do aire tómase $n=1$

Os medios materiais poden ser **isótropos** (as mesmas propiedades en todas as direccións) e **homoxéneos** (a mesma composición en todos os seus puntos), de xeito que se o medio é *isótropo* e *homoxéneo*, o índice de refracción e a velocidade da luz en dito medio son constantes.

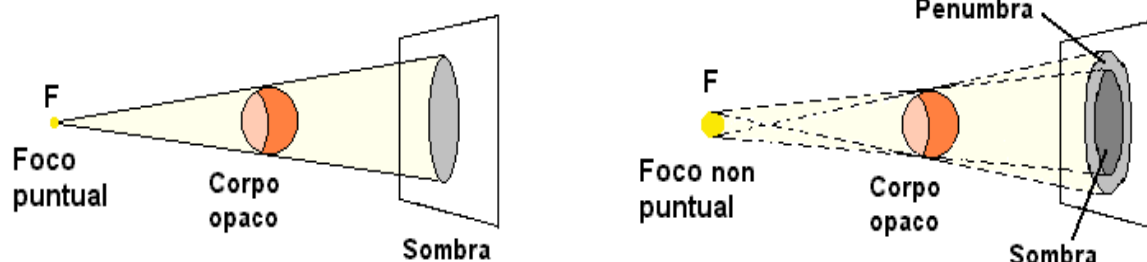
Se a velocidade da luz varía coa dirección, o medio denomínase **anisótropo**, e se a velocidade, e polo tanto o índice de refracción, varía duns puntos a outros, pero en cada un deles é independente da dirección, o medio chámase **heteroxéneo**.

Son *homoxéneos* e *isótropos* os vidros ópticos. É *heteroxénea* a atmosfera (a súa composición varía coa altura) pois o índice de refracción varía coa altura, e son *anisótropos* os cristais de substancias que non cristalizan no sistema regular, como a *calcita*.

- SOMBRAS E PENUMBRAS

A aproximación da *óptica xeométrica* permite explicar satisfactoriamente o fenómeno da sombra e da penumbra.

Se o foco emisor de raios luminosos é un foco puntual (dimensións desprezables), cando ilumina un corpo extenso opaco aparece tras del unha rexión *perfectamente delimitada* que non está iluminada e que reproduce o contorno do obxeto. É o que coñecemos como *sombra*.



Se o foco emisor de raios luminosos é un foco non puntual (con dimensións), pódese considerar como formado por unha serie de focos puntuais. Cada un deles emite raios tanxentes ao obxecto pero só teñen interese os dos extremos porque son os que van definir o límite da *sombra* e da *penumbra*. A *penumbra* é unha zona que aparece parcialmente iluminada debido a que á esta zona chegan parte dos raios procedentes do foco.

Este fenómeno explica satisfactoriamente as eclipses *parciais* e *totais*. Na zona de penumbra prodúcese eclipse parcial e na zona de sombra hai eclipse total.

- PRINCIPIO DE FERMAT

O *principio filosófico do mínimo* foi aplicado polo francés Pierre de Fermat (1601-1665) á óptica en 1657. Dito principio establece que, cando a luz vai dun punto a outro, a traxectoria da luz é aquela na que o tempo invertido no camiño seguido é mínimo.

Se se ten en conta que o camiño recorrido é igual á velocidade da luz polo tempo transcurrido, o principio de Fermat pódese enunciar tamén como: “a traxectoria da luz é tal que o tempo que invirte en ir dun punto a outro é mínimo”.

Dito principio conduce a que a traxectoria da luz é rectilínea no caso da súa propagación nun medio homoxéneo e isótropo.

- REFLEXIÓN

Dise que unha reflexión é *especular* cando se produce sobre unha superficie lisa e pulimentada. Neste caso, a reflexión prodúcese nunha soa dirección. No caso dunha reflexión especular, cúmprese:

- O raio incidente, o reflectido e a normal a superficie no punto de contacto atópanse no mesmo plano.
- O ángulo formado pola normal e o raio incidente é igual ao ángulo formado pola normal e o raio reflectido. $\hat{i} = \hat{r}$

- REFRACCIÓN

Como xa sabemos, é o cambio que experimenta a dirección de propagación dun raio ao pasar dun medio a outro distinto. As leis da refracción son:

- O raio incidente, o refractado e a normal á superficie no punto de contacto atópanse no mesmo plano.
- Lei de Snell: $\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2}$. Para o caso da luz podemos poñer $v_1 = \frac{c}{n_1}$ e $v_2 = \frac{c}{n_2}$ polo que:

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{\frac{c}{n_1}}{\frac{c}{n_2}}. \text{ Eliminando } c, \text{ queda: } \frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \boxed{n_1 \cdot \sin \hat{i} = n_2 \cdot \sin \hat{r}}$$

- Ángulo límite e reflexión total

Cando a luz pasa de un medio a outro de menor índice de refracción, $n_1 > n_2$, o ángulo de refracción é maior que o de incidencia: $\hat{r} > \hat{i} \Rightarrow \exists$ un $\hat{i}_L$ para o cal $\hat{r} = 90^\circ$. Este ángulo coñécese como **ángulo límite**. Para todo $\hat{i} > \hat{i}_L$ a luz non se vai a refractar senón que se vai a reflectir totalmente. Prodúcese *reflexión total*. Ocorre, por exemplo, cando a luz pasa da auga ($n_1 = 1,33$) ao aire ($n_2 = 1$)

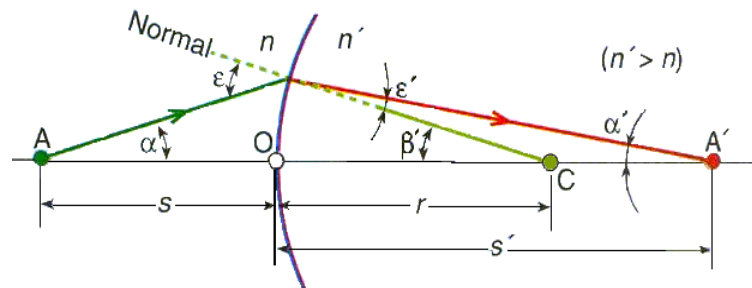
Neste caso, a lei de Snell quedaría $n_1 \cdot \sin \hat{i}_L = n_2 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{\sin \hat{i}_L = \frac{n_2}{n_1}}$

Exercicio

No fondo dun recipiente con auga de 1m de profundidade hai un foco que emite luz en tódalas direccións. Se na superficie da auga e sobre a vertical do foco colocamos un disco opaco, calcula o radio que debe ter o disco para que a luz procedente do foco non saia do recipiente e polo tanto non a poidamos observar dende o exterior. $n_{\text{aire}} = 1$; $n_{\text{auga}} = 1,33$. **Solución:** $r = 1,14$ m

3- SISTEMA ÓPTICO

Un conxunto de superficies, de forma xeométrica sinxela, que separan medios de distinto índice de refracción forman o que se chama un *sistema óptico*. O sistema óptico máis simple é o *dioptro*: consiste en dous medios transparentes, homoxéneos e isotropos de distinto índice de refracción separados por unha soa superficie que non reflecte a luz.



- NORMAS DIN

No estudo da óptica xeométrica necesitamos introducir un convenio de signos. Seguiremos as normas **DIN**, que resumidas son:

- As figuras débúxanse de modo que a luz incidente procede da esquerda e propágase cara á dereita.
- Os símbolos (letras) que fan referencia á imaxe e ás magnitudes relacionadas con ela son os mesmos que os do obxecto, engadíndolle o signo "prima".
- A orixe de coordenadas é o *vértice do dioptro* (punto O) e o eixe OX é o *eixe óptico*.
- As distancias horizontais son positivas ou negativas segundo nos despracemos cara á dereita ou cara á esquerda do vértice do sistema óptico. Na figura, as distancias r e s' son positivas mentres que s é negativa.
- As distancias verticais son positivas ou negativas segundo nos despracemos cara arriba ou cara abaixo, respectivamente, do eixe óptico.
- Os ángulos de incidencia, reflexión e refracción dun raio son positivos se para facer coincidir o raio coa normal á superficie polo camiño máis curto hai que xiralo non *sentido horario*. No caso contrario o ángulo é negativo. Os ángulos ε e ε' son positivos.
- O ángulo formado por un raio ou pola normal co eixe óptico é positivo se para facer coincidir o raio ou a normal sobre o eixe polo camiño máis curto hai que facelo xirar no *sentido antihorario*. No caso contrario o ángulo é negativo. Así os ángulos β' e α' son positivos e α é negativo.

4- DIOPTRO

O *dioptro* é o sistema óptico formado por unha soa superficie que non reflicte a luz (soamente a refracta) e que separa dous medios *transparentes, homoxéneos e isótropos*, de distinto índice de refracción. Segundo a forma xeométrica da superficie, pode ser esférico ou plano.

4.1- DIOPTRO ESFÉRICO

A superficie de separación dos dous medios ten forma esférica. O centro da superficie esférica á que pertence o dioptro é o centro de curvatura do dioptro, C, e o radio de dita superficie é o radio de curvatura do dioptro, r . Segundo o signo do radio podemos falar do dioptro esférico *cóncavo*, $r < 0$, e *convexo*, $r > 0$. Este último é o que se representa na figura que temos máis abaixo.

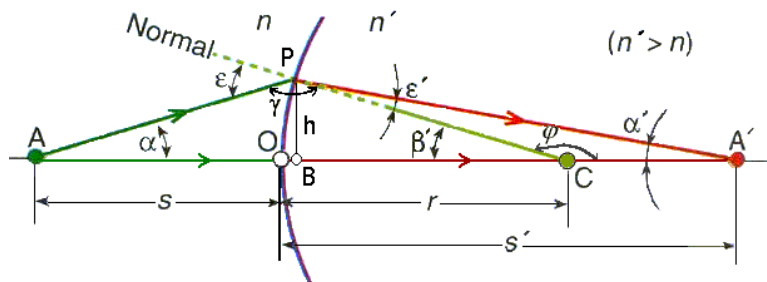
O eixe de simetría da superficie esférica é o eixe do dioptro ou *eixe óptico* e o punto de corte deste eixe coa superficie do dioptro é o polo ou vértice do dioptro, O.

A distancia do punto obxecto, A, ao vértice do dioptro, O, é a distancia obxecto, s . A distancia do vértice do dioptro, O, ao punto imaxe, A', é a distancia imaxe, s' .

Ecuación fundamental do dioptro esférico

Empregamos un casquete esférico de radio r , centro C e vértice O; que separa dous medios de índices de refracción n e n' , sendo $n' > n$.

Un punto luminoso A sobre o *eixe óptico* emite un raio AP, que forma un ángulo α co eixe e refráctase seguindo o camiño PA' e formando, tamén co eixe óptico, un ángulo α' . Se $n' > n$, o raio refractado aproxímase á normal e $\alpha' < \alpha$. O raio AO non sofre desviación (é perpendicular ao dioptro) e corta ao raio PA' en A'. Polo tanto, o punto A' é a imaxe de A.



Para simplificar os cálculos, consideramos que os raios luminosos **son paraxiais**. Neste caso os raios que interveñen na formación da imaxe están moi próximos ao eixe óptico (os raios e o eixe pódense considerar paralelos), cumpríndose que as distancias PB e OB son desprezables fronte a **s**, **s'** e **r**. En consecuencia, na *zona paraxial*, os senos e as tanxentes dos ángulos pódense substituír polo valor dos propios ángulos expresados en radiáns. Aplicando a lei de Snell para a refracción resulta:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n'}{n} \Rightarrow \frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'} = \frac{n'}{n} \Rightarrow n \cdot \sin \varepsilon = n' \cdot \sin \varepsilon' \rightarrow n \cdot \varepsilon = n' \cdot \varepsilon'$$

Imos buscar a relación que liga o punto obxecto **A** e o punto imaxe **A'** coas características do dioptro. Fixándonos na figura podemos escribir as seguintes igualdades:

$$\left. \begin{array}{l} |\varepsilon'| + |\alpha'| + |\phi| = 180^\circ \\ |\beta'| + |\phi| = 180^\circ \end{array} \right\} \quad |\varepsilon'| + |\alpha'| = |\beta'| \rightarrow \varepsilon' + \alpha' = \beta' \text{ (Os tres ángulos son positivos)}$$

Podemos poñer: $\boxed{\beta' - \alpha' = \varepsilon'}$

$$\left. \begin{array}{l} |\alpha| + |\beta'| + |\gamma| = 180^\circ \\ |\varepsilon| + |\gamma| = 180^\circ \end{array} \right\} \quad |\alpha| + |\beta'| = |\varepsilon| \rightarrow -\alpha + \beta' = \varepsilon \text{ (}\alpha \text{ é negativo)}$$

Podemos poñer: $\boxed{\beta' - \alpha = \varepsilon}$

Combinando estas dúas expresións coa lei de Snell anterior resulta: $n \cdot (\beta' - \alpha) = n' \cdot (\beta' - \alpha')$

Nos triángulos da figura e para raios paraxiais obtéñense as seguintes igualdades:

$$tx \alpha = \frac{h}{s} \approx \alpha; \quad tx \beta' = \frac{h}{r} \approx \beta'; \quad tx \alpha' = \frac{h}{s'} \approx \alpha'. \text{ Substituíndo estas igualdades na anterior ecuación}$$

$$\text{resulta: } n \left(\frac{h}{r} - \frac{h}{s} \right) = n' \left(\frac{h}{r} - \frac{h}{s'} \right); \text{ eliminando } h \rightarrow \boxed{n \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) = n' \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'} \right)} \Rightarrow \text{invariante de Abbe}$$

Desenvolvendo a expresión anterior, tamén a podemos escribir da forma:

$$\boxed{\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}} \Rightarrow \text{Ec fundamental do Dioptro esférico.}$$

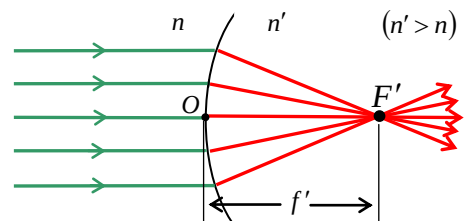
Permítenos relacionar a *distancia obxecto* (**s**) coa *distancia imaxe* (**s'**) coñecendo as características do dioptro.

Da ecuación anterior, válida para raios paraxiais, deducimos que a distancia imaxe, **s'**, é independente do ángulo que forma o raio incidente co eixe do dioptro, polo que todos os raios que saen dun punto obxecto **A**, xúntanse nun mesmo punto imaxe **A'**. O sistema óptico que cumpre esta condición coñécese como *estigmático*; en caso contrario o sistema chámase *astigmático*.

Focos e distancias focais

Cando un *punto obxecto* se atopa a unha distancia infinita ($s = -\infty$), os raios que chegan ao dioptro son paralelos ao eixe óptico e a imaxe fórmase nun punto do eixe chamado **foco imaxe**, **F'**; a unha distancia que se coñece como *distancia focal imaxe*, **f'**, e pódese obter substituíndo na ecuación fundamental os valores de $s = -\infty$ e $s' = f'$:

$$\frac{n'}{f'} - \frac{n}{-\infty} = \frac{n' - n}{r} \Rightarrow \left(\text{Como } \frac{n}{-\infty} = 0 \right) \Rightarrow f' = r \frac{n'}{n' - n}$$



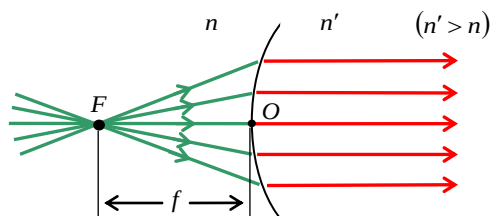
Esta expresión dinos que:

- Se $r > 0$ e $n' > n \Rightarrow f' > 0$: o foco imaxe, F' , está á dereita do vértice do dioptro.
- Se $r > 0$ e $n' < n \Rightarrow f' < 0$: o foco imaxe, F' , está á esquerda do vértice do dioptro.
- Se $r < 0$ e $n' > n \Rightarrow f' < 0$: o foco imaxe, F' , está á esquerda do vértice do dioptro.
- Se $r < 0$ e $n' < n \Rightarrow f' > 0$: o foco imaxe, F' , está á dereita do vértice do dioptro.

O **foco obxecto**, F , é o punto do eixe de onde deben saír os raios para que unha vez que atravesen o dioptro continúen paralelos ao eixe óptico, polo que $s' = \infty$. Á distancia entre o foco obxecto e o vértice do dioptro chámasele *distancia focal obxecto*, f . Operando como para a distancia focal imaxe resulta:

$$\frac{n'}{\infty} - \frac{n}{f} = \frac{n' - n}{r} \Rightarrow \left(\text{Como } \frac{n'}{\infty} = 0 \right) \Rightarrow f = -r \frac{n}{n' - n} \Rightarrow \text{Esta expresión dinos que:}$$

- Se $r > 0$ e $n' > n \Rightarrow f < 0$: F está á esquerda do vértice do dioptro.
- Se $r > 0$ e $n' < n \Rightarrow f > 0$: F está á dereita do vértice do dioptro.
- Se $r < 0$ e $n' > n \Rightarrow f > 0$: F está á dereita do vértice do dioptro.
- Se $r < 0$ e $n' < n \Rightarrow f < 0$: F está á esquerda do vértice do dioptro.



Se dividimos membro a membro as expresións da distancia focal imaxe e obxecto obtemos:

$$\frac{f'}{f} = -\frac{r \frac{n'}{n' - n}}{r \frac{n}{n' - n}} \Rightarrow \boxed{\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}} \Rightarrow \text{"Nun dioptro esférico as distancias focais obxecto e imaxe están na mesma relación que os índices de refracción dos dous medios".}$$

Por outra parte, se sumamos as dúas distancias focais resulta:

$$f' + f = r \cdot \frac{n'}{n' - n} - r \cdot \frac{n}{n' - n} = r \cdot \left(\frac{n' - n}{n' - n} \right) \Rightarrow \boxed{f' + f = r} \quad \text{"A suma das distancias focais coincide co radio do dioptro".}$$

Imos obter a expresión que relaciona as distancias focais coa distancia obxecto e a distancia imaxe. Empezamos dividindo a ecuación fundamental do dioptro por $(n' - n) / r$:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} \Rightarrow \frac{\frac{n'}{s'}}{\frac{n' - n}{r}} - \frac{\frac{n}{s}}{\frac{n' - n}{r}} = 1 \Rightarrow \frac{r \cdot n'}{(n' - n) \cdot s'} - \frac{r \cdot n}{(n' - n) \cdot s} = 1 \quad \text{Relacionando esta expresión con } f \text{ e } f':$$

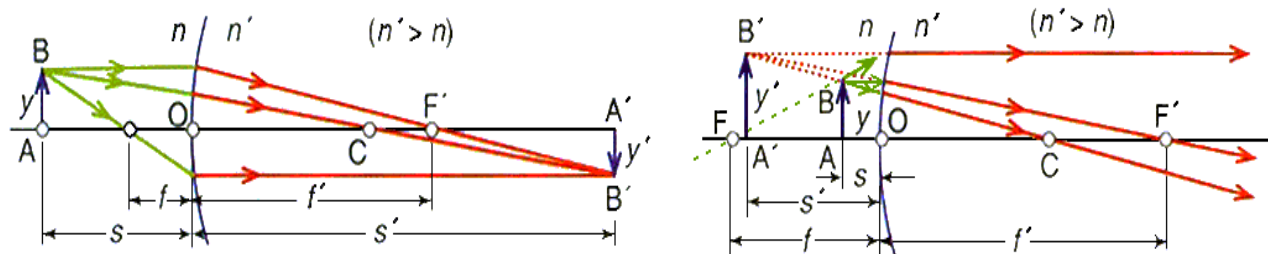
$$\left. \begin{aligned} \frac{r \cdot n'}{(n' - n) \cdot s'} - \frac{r \cdot n}{(n' - n) \cdot s} &= 1 \\ f' &= r \frac{n'}{n' - n} \\ f &= -r \frac{n}{n' - n} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1} \Rightarrow \text{Fórmula de Gauss. Fórmula xeral do Dioptro Esférico.}$$

Formación de imaxes (para o caso dun dioptro convexo)

- Todo raio que incide sobre o dioptro paralelo ó eixe óptico refráctase pasando polo foco imaxe F' .
- Todo raio procedente do obxecto que pase polo foco obxecto, F , refráctase ó incidir sobre o dioptro, saíndo paralelo ao seu eixe.
- Todo raio que pasa polo centro de curvatura, C , non se desvía ao ser perpendicular á súa superficie.

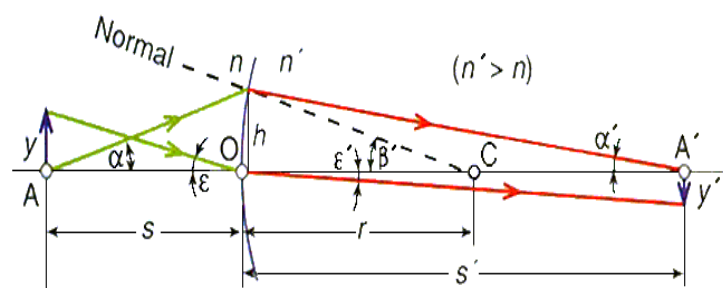
No punto onde se cortan os raios refractados é onde se forma a imaxe. Esta pode ser:

- *Real e invertida*, se o obxecto está á esquerda do foco, F.
- *Virtual e dereita*, se o obxecto está entre foco, F, e o vértice do dioptro.



Aumento lateral e aumento angular

Se y é o tamaño do obxecto e y' é o tamaño da imaxe, y'/y é o chamado **aumento lateral**. Imos escribir esta relación en función dos índices de refracción e das distancias obxecto e imaxe. Da figura sacamos:



$$\tan \varepsilon = \frac{y}{s} \quad \text{e} \quad \tan \varepsilon' = \frac{y'}{s'}$$

Lembrando que para raios paraxiais a tanxente dun ángulo coincide co seno dese ángulo, podemos escribir:

$$\sin \varepsilon = \frac{y}{s} \quad \text{e} \quad \sin \varepsilon' = \frac{y'}{s'}$$

Con estas igualdades e a lei de Snell resulta:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'} &= \frac{\frac{y}{s}}{\frac{y'}{s'}} = \frac{y \cdot s'}{y' \cdot s} \\ \frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'} &= \frac{n'}{n} \end{aligned} \right\} \quad \frac{y \cdot s'}{y' \cdot s} = \frac{n'}{n} \Rightarrow \text{Aumento lateral: } \boxed{A_L = \frac{y'}{y} = \frac{n \cdot s'}{n' \cdot s}}$$

Chámase **aumento angular** á relación entre o ángulo α' que forma o raio emerxente co eixe óptico e o ángulo α que forma o correspondente raio incidente co eixe óptico.

Na figura anterior, e para raios paraxiais, deducimos:

$$\left. \begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{h}{s} = \sin \alpha = \alpha \\ \tan \alpha' &= \frac{h}{s'} = \sin \alpha' = \alpha' \end{aligned} \right\} \quad \text{Dividindo: } \frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{\frac{h}{s}}{\frac{h}{s'}} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \text{Aumento angular: } \boxed{A_A = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{s}{s'}}$$

Relacionando o aumento lateral co aumento angular resulta:

$$\left. \begin{aligned} \frac{y'}{y} &= \frac{n \cdot s'}{n' \cdot s} \\ \frac{\alpha'}{\alpha} &= \frac{s}{s'} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{\alpha}{\alpha'} \cdot \frac{n}{n'} \rightarrow \boxed{y' \alpha' n' = y \alpha n}$$

Esta é a ecuación de Helmholtz e dinos que o produto $y \alpha n$ é constante para os distintos medios.

Exercicio resolto

Un dioptró esférico convexo con $r=40$ cm separa dous medios transparentes, aire e auga. Calcula:

a) distancias focais imaxe e obxecto; b) distancia á que se forma a imaxe dun obxecto de 2 cm de altura situado no aire e perpendicularmente ó eixe do dioptró, á distancia de 180cm do seu vértice e comenta se se trata dunha imaxe real e virtual. c) aumento lateral e angular. Constrúe a gráfica da marcha dos raios, obtendo a imaxe. Datos: $n_{\text{aire}}=1$; $n_{\text{auga}}=4/3$

Solución: $r = 40\text{cm}$; $y = 2\text{cm}$; $s = -180\text{cm}$

$$a) f' = r \frac{n'}{n' - n} = 0,40 \frac{4/3}{4/3 - 1} = 1,6\text{m} ; f = -r \frac{n}{n' - n} = -0,40 \frac{1}{4/3 - 1} = -1,2\text{m} . \text{Podemos comprobar como:}$$

$$f' + f = 1,6 - 1,2 = 0,4\text{m} = r \quad \frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n} \Rightarrow \frac{1,6}{-1,2} = -\frac{4/3}{1} \rightarrow -1,33 = -1,33$$

b) Empregando a ecuación fundamental do dioptró esférico calcúlase a distancia imaxe:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} \Rightarrow s' = \frac{n'}{\frac{n}{s} + \frac{n' - n}{r}} = \frac{4/3}{\frac{1}{-1,8} + \frac{4/3 - 1}{0,4}} = 4,8\text{m} \Rightarrow \text{Trátase dunha imaxe real, pois fórmase a dereita do vértice do dioptró}$$

Tamén podemos calcular a distancia imaxe coa fórmula de Gauss:

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1 \Rightarrow \frac{1,6}{s'} + \frac{-1,2}{-1,8} = 1 \Rightarrow s' = \frac{1 - \frac{1,2}{1,8}}{1,6} = 4,8\text{m}$$

$$c) \text{ Aumento lateral: } A_L = \frac{y'}{y} = \frac{n \cdot s'}{n' \cdot s} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{1 \cdot 4,8}{4/3 \cdot (-1,8)} = -2 \Rightarrow \text{O signo negativo do aumento lateral indica que a imaxe é invertida e o seu valor 2 dinos que é de dobre tamaño co do obxecto.}$$

$$\text{Aumento angular: } A_A = \frac{s}{s'} = -0,375$$

A marcha dos raios e a formación da imaxe é a que se indica no seguinte debuxo (facelo):

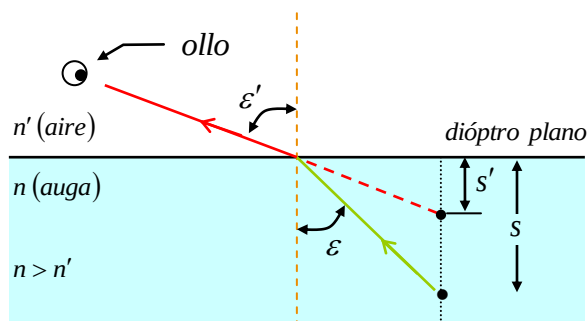
4.2- DIOPTRO PLANO

É toda superficie plana que separa dous medios transparentes, homoxéneos e isótropos, de distinto índice de refracción, que refracta a luz sen reflectila. *Podese considerar como un caso particular do dioptró esférico con radio infinito.* A ecuación fundamental obtémola facendo, na ecuación fundamental do dioptró esférico, $r = \infty$:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{\infty} \Rightarrow \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{n'}{s'} = \frac{n}{s}}$$

Con esta fórmula podemos calcular a distancia imaxe en función da distancia obxecto e os índices de refracción de ambos medios:

$$s' = \frac{n' \cdot s}{n}$$



Se $n > n'$; por exemplo ao observar desde o aire un obxecto mergullado na auga, resulta que $s' < s$ e, en consecuencia, a profundidade aparente do obxecto é menor que a real.

Exercicio resolto

No fondo dunha piscina de 2,5 m de profundidade hai un obxecto. Calcula a distancia á que nos parece que este obxecto se atopa con respecto á superficie da auga. Dato: $n_{\text{auga}} = 4/3$.

Solución:

Os raios de luz proceden do interior da auga, sendo esta o primeiro medio e o aire o segundo, co que: $n = 4/3$ e $n' = 1$. Se o observador fose un mergullador e mirase un obxecto de fóra da auga, os índices de refracción serían: $n = 1$ e $n' = 4/3$.

A ecuación fundamental do dioptro plano dinos que: $\frac{(\text{profundidade aparente}) s'}{(\text{profundidade real}) s} = \frac{n'}{n} \Rightarrow$

$$s' = \frac{n' \cdot s}{n} \Rightarrow s' = \frac{1 \cdot 2,5}{4/3} = 1,9m$$

O observador que mira o obxecto que está mergullado na auga ve a súa *imaxe virtual* a unha distancia da superficie da auga inferior á distancia real.

Distancias focais

Substituíndo $r = \infty$ nas ecuacións correspondentes do dioptro esférico obtéñense as distancias focais obxecto e imaxe:

$$f = -\infty \frac{n}{n' - n} = -\infty \quad \text{e} \quad f' = \infty \frac{n'}{n' - n} = \infty$$

En consecuencia, todo raio paralelo ao eixe óptico do dioptro plano dá lugar a outro raio paralelo ao eixe, xa que é perpendicular á superficie do dioptro.

Para o aumento lateral resulta:

$$\frac{y'}{y} = \frac{n \cdot s'}{n' \cdot s}; \text{ Da Ec. fundamental do Dioptro plano temos: } \frac{n'}{s'} = \frac{n}{s}, \text{ logo:}$$

$$\frac{s}{s'} = \frac{n}{n'} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{n \cdot s'}{n' \cdot s} = \frac{s \cdot s'}{s' \cdot s} = 1 \quad \text{As imaxes producidas no dioptro plano, para raios paraxiais, son de igual tamaño que o obxecto.}$$

5- ESPELLOS

Un espello é unha superficie pulida que pode reflectir os raios luminosos. Segundo a forma xeométrica desta superficie temos os espellos planos, esféricos, parabólicos, etc.

4.1- ESPELLOS ESFÉRICOS.

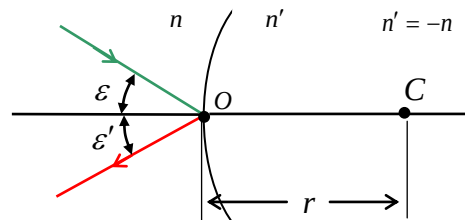
A forma xeométrica destes espellos é a dun casquete esférico e pode ser:

- *Convexo*, se o radio de curvatura é positivo ($r > 0$): a reflexión ten lugar na superficie externa do espello.
- *Cóncavo*, se o radio de curvatura é negativo ($r < 0$): a reflexión ten lugar na superficie interior do espello.

Co criterio de signos **DIN** para os ángulos temos que $\varepsilon = -\varepsilon'$ e podemos considerar a reflexión como un caso particular da refracción:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'} = \frac{n'}{n} \\ \varepsilon = -\varepsilon' \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\sin \varepsilon}{\sin (-\varepsilon)} = \frac{\sin \varepsilon}{-\sin \varepsilon} = -1 \rightarrow \frac{n'}{n} = -1$$

Temos entón que: $\boxed{n' = -n}$



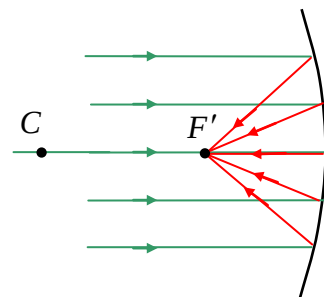
Para os espellos esféricos pódense aplicar as fórmulas do dioptro esférico, considerando que $n' = -n$, xa que a luz ao reflectirse cambia de sentido pero non de medio.

Ecuación fundamental e distancia focal

Cambiando n' por $-n$ na ecuación fundamental do dióptro esférico resulta:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} \\ n' = -n \end{array} \right\} \frac{-n}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{-n - n}{r} \rightarrow \frac{-n}{s'} + \frac{-n}{s} = \frac{-2n}{r} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r}}$$

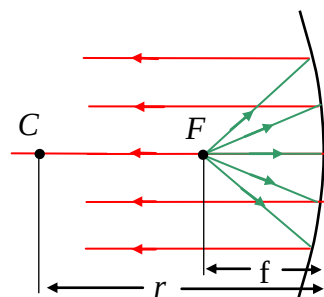
Cando un punto obxecto se encontra a unha distancia infinita ($s = -\infty$), os raios que chegan ao espello son paralelos ao eixe óptico e a imaxe fórmase nun punto do eixe, chamado **foco imaxe**, F' , a unha distancia que se coñece como **distancia focal imaxe**, f' , e pódese obter substituíndo na ecuación fundamental os valores de $s = -\infty$ e $s' = f'$.



$$\frac{1}{f'} + \frac{1}{-\infty} = \frac{2}{r} \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{2}{r} \Rightarrow \boxed{f' = \frac{r}{2}}$$

O **foco obxecto**, F , é o punto do eixe de onde deben saír os raios para que unha vez reflectidos non espello saian paralelos ao eixe óptico, polo que $s' = -\infty$ e $s = f$

$$\frac{1}{-\infty} + \frac{1}{f} = \frac{2}{r} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{2}{r} \Rightarrow \boxed{f = \frac{r}{2}}$$



Vemos que nos espellos esféricos a distancia focal obxecto coincide coa distancia focal imaxe, polo que se considera unha soa distancia focal. O seu valor é: $f' = f = r/2$.

Con este novo resultado, a ecuación fundamental dos espellos esféricos pódese escribir en función da distancia focal:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r} \\ f = \frac{r}{2} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Aumento lateral

A partir da expresión do aumento lateral dos dióptros esféricos obtemos a correspondente magnitude para os espellos esféricos.

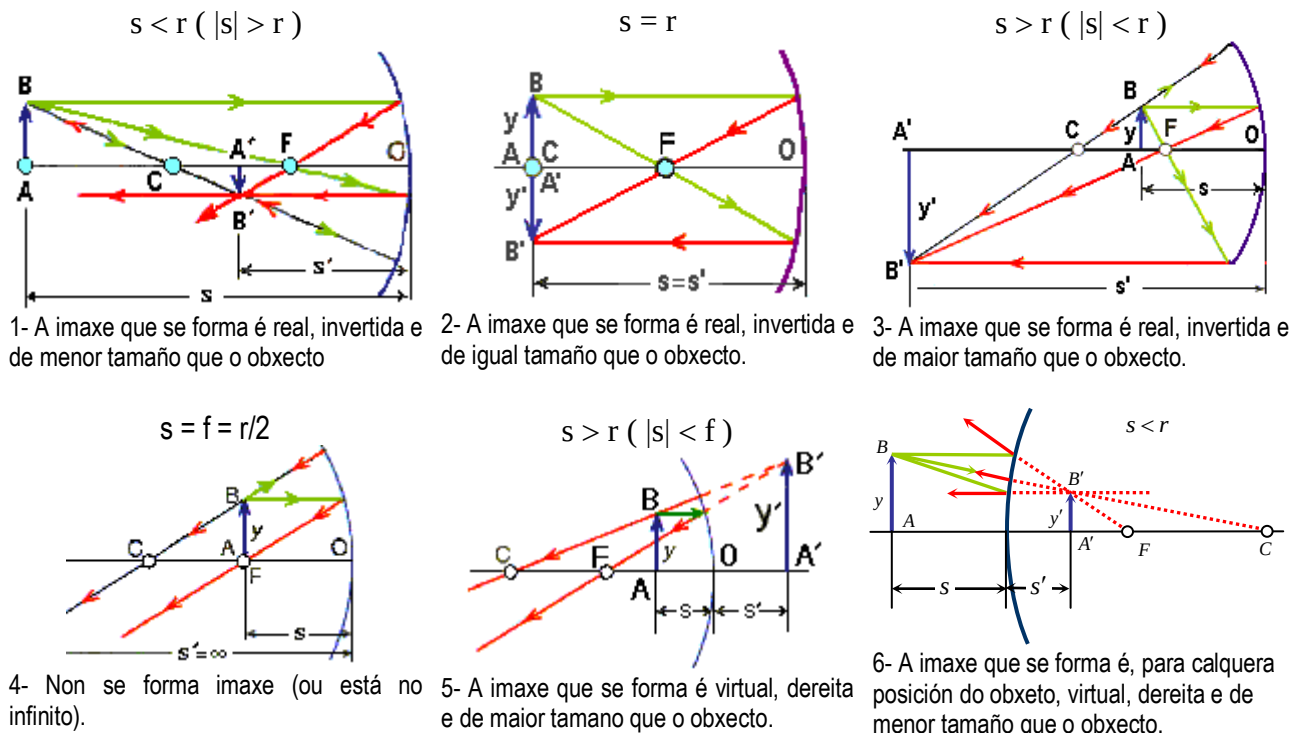
$$\left. \begin{array}{l} \frac{y'}{y} = \frac{n \cdot s'}{n' \cdot s} \\ n' = -n \end{array} \right\} \rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{n \cdot s'}{-n \cdot s} = -\frac{s'}{s}$$

Formación de imaxes

Para a construción gráfica das imaxes obtidas nos espellos esféricos seguiremos o procedemento utilizado no dióptro esférico. Lembraremos que:

- Un raio que incide paralelo ó eixe óptico, ó reflectirse no espello, pasa (ou a súa prolongación) polo foco, F .
- Un raio que pasa (ou a súa prolongación) polo foco do espello, F , reflíctese paralelamente ó eixe óptico.
- Un raio que pasa (ou a súa prolongación) polo centro de curvatura do espello, C , reflíctese na mesma traxectoria orixinal sen sufrir desviación, xa que, incide perpendicularmente sobre a superficie do espello.

Trazando dous raios dos anteriores que partan do obxecto, obtense a imaxe. O tamaño, posición e natureza (real ou virtual) da imaxe depende do tipo de espello e da posición que ocupa o obxecto sobre o eixe óptico.



Exercicio resolto

Diante dun espello cóncavo de radio de curvatura 90 cm, colócase un obxecto de 2 cm de alto perpendicularmente ó eixe óptico do espello e á distancia de 60 cm. Calcula: a) a distancia focal; b) a posición da imaxe; c) o tamaño da imaxe. Fai a construción gráfica da imaxe.

Solución: Segundo o convenio de signos temos: $r = -90$ cm; $s = -60$ cm e $y = 2$ cm.

a) A distancia focal do espello calculámola a partir da súa relación co radio de curvatura: $f = \frac{r}{2}$

$f = \frac{-90}{2} = -45$ cm b) A distancia imaxe obtémola a partir da fórmula xeral dos espellos esféricos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{s'} + \frac{1}{-60} = \frac{1}{-45} \rightarrow s' = -180 \text{ cm}$$

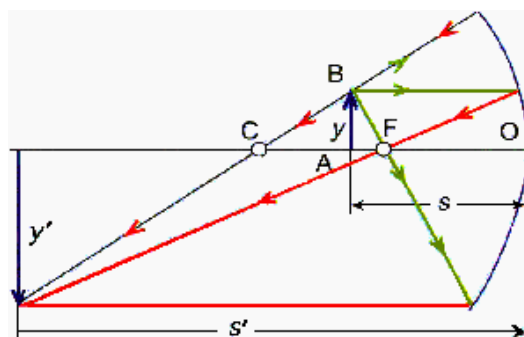
O signo negativo dinos que a imaxe é *invertida* e o valor de 6 cm indícanos que o seu tamaño é 3 veces maior que o do obxecto.

c) A partir do aumento lateral calculamos o tamaño da imaxe:

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \rightarrow y' = -\frac{s' \cdot y}{s} = \frac{-180 \cdot 2}{-60} = -6 \text{ cm}$$

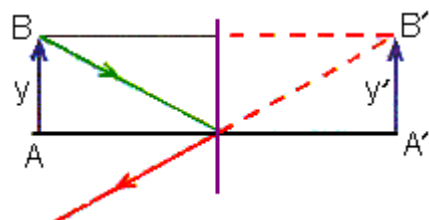
A construción gráfica da imaxe do espello obtémola buscando a intersección de tres raios de traxectoria coñecida, despois de que se reflicten no espello, como se ve na figura.

A imaxe formada é *real*, *invertida* e de maior tamaño que o obxecto



4.2. ESPELLOS PLANOS

Nos espellos planos a superficie de reflexión é plana. Pódense considerar como un caso particular dos espellos esféricos de radio infinito. Con esta consideración, a ecuación fundamental obtense substituíndo na ecuación fundamental dos espellos esféricos o radio r polo valor de infinito (∞).



$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} &= \frac{2}{r} \\ r &= \infty \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = 0 \rightarrow s = -s' \text{ (imaxe virtual)}$$

O aumento lateral dos espellos planos é igual á unidade:

5. SISTEMAS ÓPTICOS CENTRADOS. CLASIFICACIÓN

Cando un sistema óptico está formado por varios dioptrios, dise que o sistema óptico é *composto*. Se os dioptrios están dispostos de maneira que os seus centros de curvatura estean situados nunha mesma liña recta, dise que o sistema óptico é *centrado*. Se algún dos dioptrios é plano (esfera de radio infinito) estará situado normal (perpendicular) á recta que une os centros de curvatura, que é o eixe óptico do sistema.

Nun sistema óptico centrado, coñecidos os focos, resulta fácil trazar a marcha dos raios luminosos.

O Foco obxecto, F , é o punto do eixe de onde han de partir os raios luminosos para que, unha vez atravesado o sistema óptico, saian paralelos ó eixe.

O Foco imaxe, F' , é o punto do eixe onde converxen aqueles raios que chegan ó sistema óptico paralelos ó eixe óptico.

5.1. LENTES DELGADAS

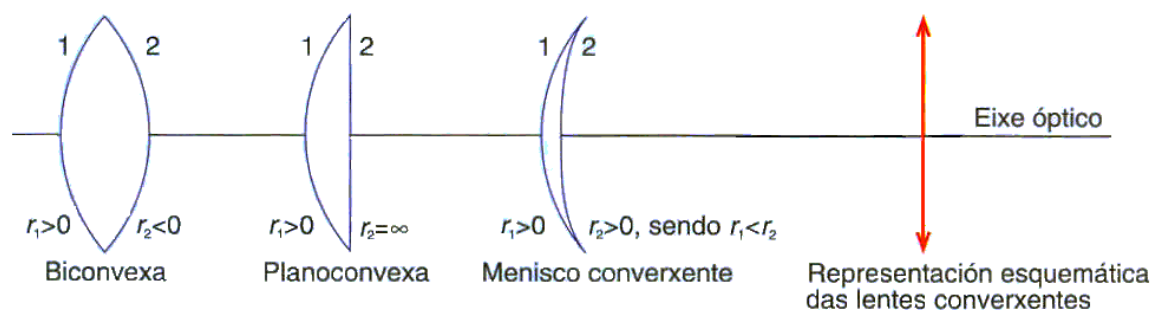
Unha lente é un sistema óptico centrado formado por dous dioptrios, dos cales un, alomenos, acostuma ser esférico e os medios extremos posúen o mesmo índice de refracción.

“Se o grosor da lente é desprezable en comparación cos radios de curvatura dos dioptrios que a forman, recibe o nome de **lente delgada**. Nestas lentes podemos considerar que $O_1 \approx O_2$ e que os dous polos coinciden nun punto que chamamos centro óptico ou xeométrico da lente, O ”.

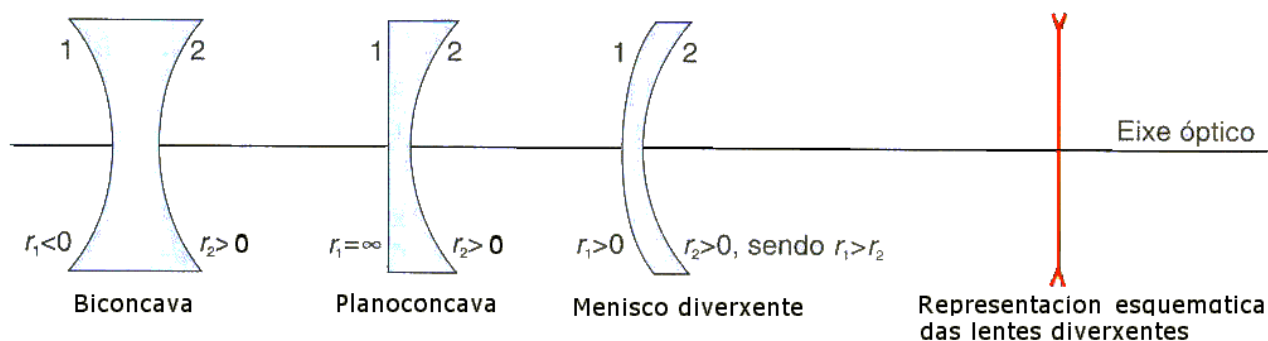
Se o grosor da lente non é desprezable, temos o que se coñece como *lente grossa*.

Atendendo á forma das superficies que constitúen os dioptrios, as lentes poden ser:

Converxentes: son máis grosas no centro que nas beiras. Esquemáticamente representáanse por unha liña con puntas de frecha nos extremos. Segundo o valor dos radios dos dioptrios que forman a lente, esta pode ser biconvexa, plano convexe e menisco converxente.



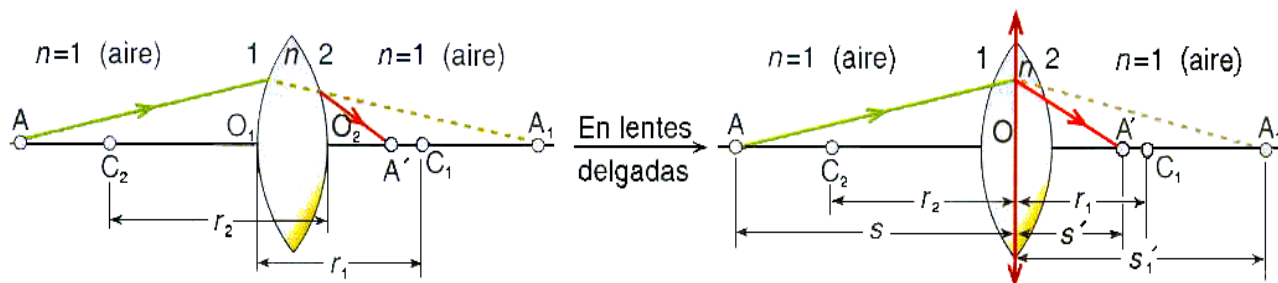
Diverxentes: son máis delgadas na parte central que nos extremos. Esquemáticamente representáanse por unha liña recta acabada en puntas de frecha invertida. Segundo o valor dos radios dos dioptros que forman a lente, esta poder ser bicóncava, plano cóncava e menisco diverxente.



ECUACIÓN FUNDAMENTAL

Para lentes delgadas, a distancia entre os polos dos dioptros que a forman, O_1 e O_2 é desprezable.

Consideramos que a lente está formada por un medio transparente de índice de refracción n e que está situada no aire de índice de refracción 1.



No proceso de formación da imaxe pódese considerar que a imaxe que forma o primeiro dioptro serve de obxecto para o segundo. Para obter a ecuación fundamental aplicamos dúas veces a fórmula do dioptro esférico:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} \quad \text{tendo en conta que:} \quad \begin{cases} \text{- No primeiro dioptro, } n=1 \text{ e } n'=n. \text{ No segundo resulta: } n=n \text{ e } n'=1. \\ \text{- A distancia imaxe do primeiro dioptro, } s'_1, \text{ é a distancia obxecto para o segundo.} \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{n}{s'_1} - \frac{1}{s} &= \frac{n-1}{r_1} \\ \frac{1}{s'} - \frac{n}{s'_1} &= \frac{1-n}{r_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

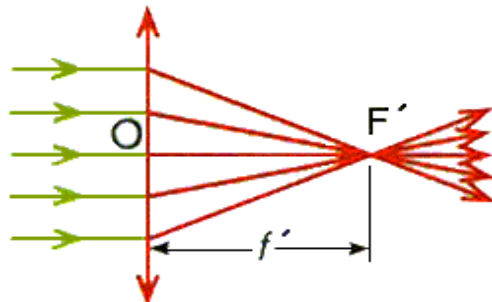
sendo s a distancia obxecto e s' a distancia imaxe respecto á lente.

*Se a lente está situada dentro dun medio distinto do aire (auga por exemplo), entón xa non é $n=1$ polo que a ecuación anterior se transforma en:

$$\frac{n}{s'} - \frac{n}{s} = (n' - n) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad \begin{matrix} n = \text{índice refrac medio} \\ n' = \text{índice refrac lente} \end{matrix}$$

Focos e distancias focais

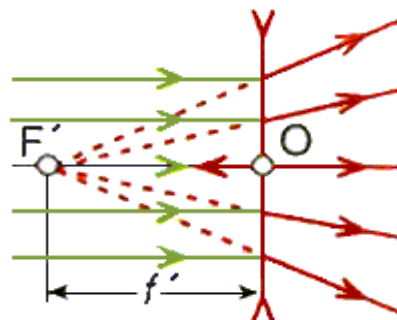
Cando un punto obxecto se encontra a unha distancia infinita ($s = -\infty$) da lente, os raios propáganse paralelamente ao eixe óptico e a imaxe fórmase nun punto do eixe, chamado **foco imaxe**, F' , a unha distancia que se coñece como distancia focal imaxe, f' . O seu valor obtense substituíndo na ecuación fundamental os valores $s = -\infty$ e $s' = f'$:



$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} &= (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \\ s &= -\infty \\ s' &= f \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{f'} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

De xeito análogo, o foco obxecto F dunha lente é o punto do eixe de onde deben saír os raios para que unha vez que atravesen a lente emerxan paralelos ao eixe óptico, polo que $s' = \infty$. Á distancia entre o foco obxecto e a lente chámasele distancia focal obxecto, f . Operando como para a distancia focal imaxe resulta:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} &= (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \\ s &= f \\ s' &= \infty \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$



Comparando as expresións das dúas distancias focais resulta: $f = -f'$.

En función das distancias focais, a ecuación fundamental das lentes delgadas, situadas no aire, pode escribirse da forma:

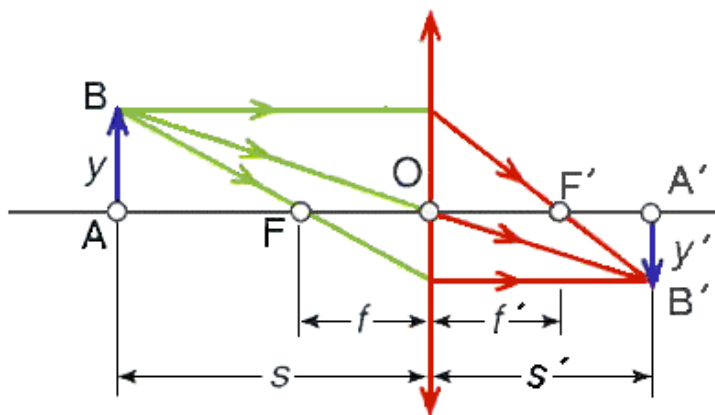
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{f'}{s'} - \frac{f'}{s} = 1, \text{ como } f = -f' \Rightarrow \boxed{\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1}$$

“A última expresión coincide coa fórmula xeral do dioptro esférico”.

Aumento lateral

O aumento lateral dunha lente é a relación que existe entre o tamaño da imaxe e o tamaño do obxecto: $\frac{y'}{y}$. Pódese obter observando que os triángulos OAB e OA'B' da figura son semellantes, polo que:

$$\boxed{A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}}$$



Potencia

A potencia dunha lente é a inversa da súa distancia focal imaxe: $P = \frac{1}{f'}$. Se a distancia focal imaxe, f' , se mide en metros, a unidade da potencia é m^{-1} e coñécese co nome de **dioptría**. Unha dioptría é a potencia dunha lente que ten unha distancia focal imaxe de 1 m.

O signo da potencia é o mesmo que o da distancia focal imaxe, polo que a potencia dunha lente converxente é positiva, $P > 0$, e a dunha lente diverxente é negativa, $P < 0$.

A potencia de varias lentes delgadas en contacto é igual á suma da potencia de cada lente:

$$P = P_1 + P_2 + \dots$$

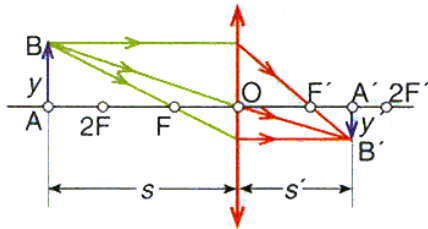
Construcción de imaxes

A construción gráfica da imaxe dunha lente realízase buscando a intersección de, alomenos, dous raios de traxectoria coñecida, despois de que se refracten na lente. Para eso debemos recordar que:

- Todo raio que incide na lente paralelo ó eixe óptico, despois de refractarse na lente, pasa (o propio raio ou a súa prolongación) polo foco imaxe, F' .
- Todo raio que pase polo foco obxecto, F , e se refracte na lente, emerxe paralelo ó eixe óptico.
- Todo raio que pase polo centro óptico (centro xeométrico) da lente delgada non sofre desviación.

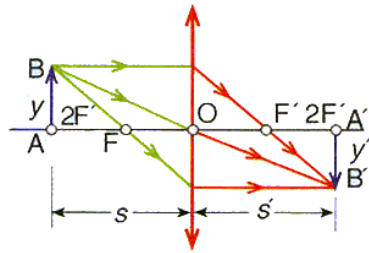
A construción gráfica da imaxe dun obxecto vén dada pola intersección dos raios anteriores (imaxe real) ou das súas prolongacións (imaxe virtual).

Para $|s| > 2f$



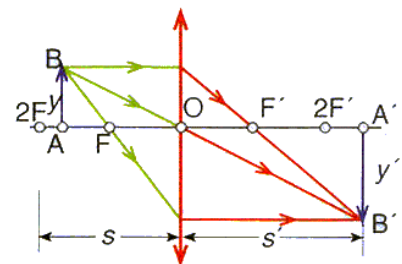
A imaxe que se forma é real, invertida e de menor tamaño que o obxecto, sendo s' da forma: $f < s' < 2f$

Para $s = 2f$



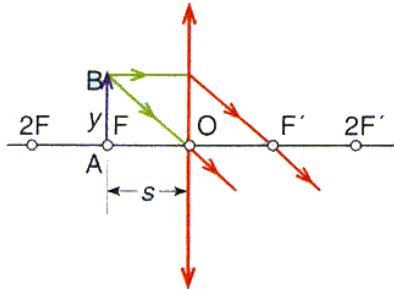
A imaxe que se forma é real, invertida e de igual tamaño que o obxecto, sendo $s' = 2f$

Para $|f| < |s| < 2f$



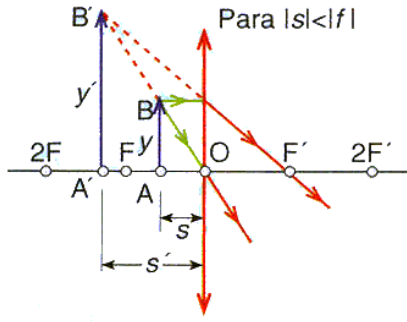
A imaxe que se forma é real, invertida e de maior tamaño que o obxecto, sendo $s' > 2f$

Para $|s| = |f|$

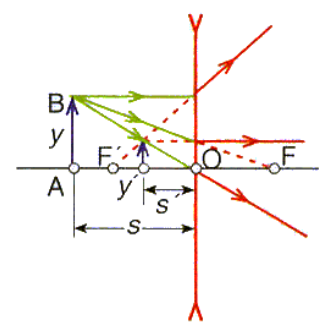


Non se forma imaxe xa que os raios refractados non se cortan (ou fanno no infinito)

Para $|s| < |f|$



A imaxe que se forma é virtual, dereita e de maior tamaño que o obxecto



A imaxe que se forma nas lentes diverxentes é sempre virtual, dereita e de menor tamaño que o obxecto

Exercicio resolto

Unha lente delgada bicóncava ten un índice de refracción de $n = 1,5$ e os seus radios de curvatura miden 6 cm e 4 cm. Calcula: a) a súa distancia focal; b) a posición da imaxe dun obxecto de 2,5 cm de altura situado perpendicularmente ao eixe óptico e a unha distancia de 8 cm da lente; c) o tamaño e natureza da imaxe. Fai a construción gráfica da imaxe.

Solución: Os datos do problema son: $y = 2,5$ cm; $s = -8$ cm; $r_1 = -6$ cm; $r_2 = 4$ cm.

a) Para calcular a distancia focal imaxe aplicamos a ecuación:

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \rightarrow \frac{1}{f'} = (1,5-1) \cdot \left(\frac{1}{-6} - \frac{1}{4} \right) \rightarrow f' = -4,8 \text{ cm}$$

O signo menos da distancia focal imaxe indica que a lente é diverxente.

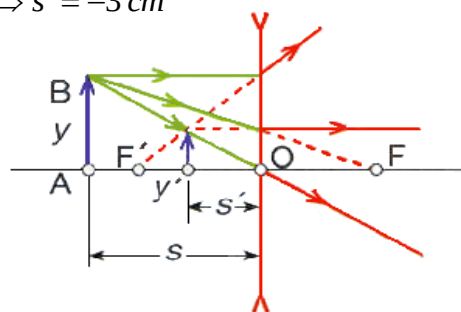
Vemos como a distancia focal obxecto e imaxe gardan a relación $f = -f'$. Por esta razón, nas fórmulas das lentes, a súa distancia focal represéntase por f' .

$$b) \frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \rightarrow \frac{1}{-4,8} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{-8} \rightarrow \frac{1}{s'} = -\frac{10}{48} - \frac{1}{8} = -\frac{16}{48} = -\frac{1}{3} \Rightarrow s' = -3 \text{ cm}$$

c) O tamaño da imaxe obtémolo a partir do aumento lateral:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow \frac{y'}{2,5} = \frac{-3}{-8} \Rightarrow y' = 0,94 \text{ cm} < y$$

A imaxe formada é *virtual*, *dereita* e de *menor tamaño* que o obxecto



6 - COMBINACIÓN DE LENTES

Na maioría dos instrumentos ópticos coma por exemplo o **microscopio** empréganse lentes combinadas aliñadas unha diante doutra sobre o mesmo eixe óptico.

Para a determinación gráfica da imaxe no caso de dúas lentes combinadas procederemos da seguinte maneira:

- Construimos a imaxe formada pola 1ª lente como se a 2ª non estivese presente.
- A imaxe da 1ª lente considerámola o obxecto para a 2ª lente e a imaxe obtida é a imaxe final.
- No caso de que a 1ª imaxe estivese a dereita da 2ª lente, esta imaxe considérase como un obxecto *virtual* para a 2ª lente igual que facíamos na dedución da ecuación das lentes delgadas ao considerar dous dióptros.

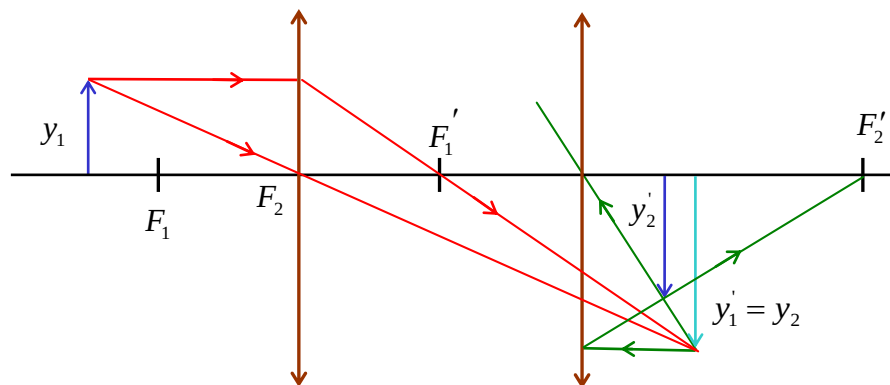
O *aumento total* para unha asociación de lentes é igual ao produto dos aumentos de cada unha das lentes:

$$A_L = A_{L1} \cdot A_{L2} \cdot \dots$$

Exemplo: Dúas lentes converxentes de distancias focais 10 cm e 20 cm, están aliñadas a 20 cm unha da outra. Se se sitúa un obxecto 15 cm a esquerda da 1ª lente, determina:

- a posición da imaxe final.
- o aumento total do sistema.
- características da imaxe final obtida.

Solucion: A marcha dos raios é como sigue:



a) *Datos para a 1ª lente:*

$$S_1 = -15 \text{ cm}; f_1 = 10 \text{ cm}.$$

Aplicamos a Ec. do fabricante de lentes:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{s_1'} - \frac{1}{-15} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{s_1'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{15} = \frac{15-10}{150} = \frac{5}{150} \quad s_1' = \frac{150}{5}; \quad \boxed{s_1' = 30 \text{ cm}} \quad \text{Distancia da imaxe que produciría (non se chega a producir) a 1ª lente.}$$

Agora olvidámonos da 1ª lente e traballamos coa 2ª. Como esta está situada a 20 cm da 1ª e a distancia imaxe (S_1') é de 30 cm para a 1ª lente, entón $30 - 20 = 10 \text{ cm}$. Vemos que a imaxe que produciría a 1ª lente convértese nun obxecto virtual para a 2ª lente (por estar a dereita desta).

Neste caso $s_2 = s_1' - f_2 = 10\text{cm}$ e temos que calcular s_2' aplicando a Ec. anterior:

$$\frac{1}{f_2'} = \frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_2} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{s_2'} - \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{s_2'} = \frac{1}{20} + \frac{1}{10} = \frac{10+20}{200} = \frac{30}{200} \quad s_2' = \frac{200}{30}; \quad \boxed{s_2' = 6,7\text{cm}}$$

b) Para calcular o aumento, calculamos 1º os aumentos para cada lente:

$$A_{L1} = \frac{y_1'}{y_1} = \frac{s_1'}{s_1} = \frac{30\text{cm}}{-15\text{cm}} = -2; \quad A_{L2} = \frac{y_2'}{y_2} = \frac{s_2'}{s_2} = \frac{6,7\text{cm}}{10\text{cm}} = 0,67$$

Logo: $A_{L\text{total}} = A_{L1} \cdot A_{L2} = -2 \cdot 0,67 = -1,34$ c) A imaxe é *real, invertida* e de *maior tamaño* que o obxecto.

7- ABERRACIÓNS NOS SISTEMAS ÓPTICOS

De todos son coñecidos os instrumentos ópticos tales como a cámara fotográfica, a lupa, o microscopio, etc. Na súa construción interveñen lentes e espellos.

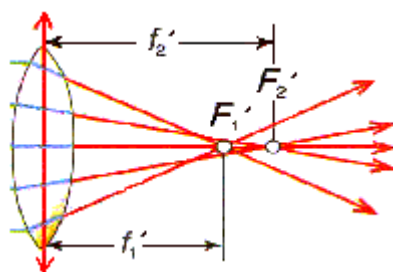
A finalidade dos instrumentos ópticos é obter sen deformación a imaxe dalgún obxecto, xa sexa sobre a retina do ollo ou sobre unha pantalla. Porén, na práctica, os instrumentos ópticos causan nas imaxes certos defectos ou aberracións. Estas aberracións non se deben a defectos de construción, senón que son consecuencia das leis da refracción-reflexión.

Na óptica xeométrica estudada ata agora introduciuse a simplificación de considerar *lentes delgadas, raios paraxiais e luz monocromática*; condicións que na práctica non se cumpren, polo que a formación de imaxes non se axeita á teoría estudada.

As aberracións máis comúns son:

7.1- ABERRACIÓN ESFÉRICA

Ten lugar nas lentes e nos espellos esféricos. Ao chegar un feixe de raios paralelos ao eixe óptico, os raios reflectidos (espellos) ou refractados (lentes) non se cortan nun único punto e non se producen imaxes nítidas. É debido a que non se cumpre a aproximación paraxial.

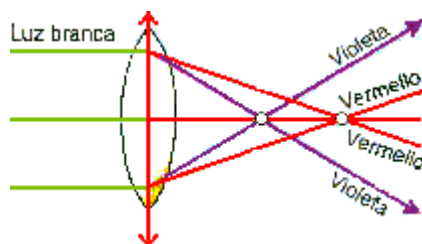


Pode evitarse esta aberración eliminando os raios marginais cun diafragma (disco opaco cun burato central que se coloca perpendicularmente e centrado ao eixe) de modo que só deixe pasar os raios paraxiais.

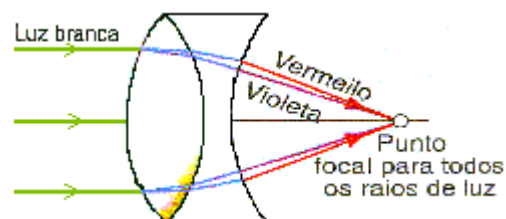
Debido a que os raios marginais converxen a menor distancia da lente se esta é *convexente* e a maior distancia se é *diverxente*, asociando adecuadamente unha lente convexente con outra diverxente tamén se elimina este tipo de aberración.

7.2. ABERRACIÓN CROMÁTICA

Débese a que o índice de refracción dun medio é diferente para as distintas lonxitudes de onda da luz e, como a distancia focal dunha lente depende do valor do índice de refracción, ao iluminar con luz branca un obxecto e refractarse nunha lente, cada cor experimenta unha desviación distinta. Isto fai que a imaxe non se forme nun único punto, aparecendo unha distorsión.

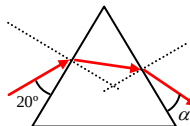


Este defecto corríxese combinando adecuadamente unha lente convexente con outra diverxente, de distinto índice de refracción.



CUESTIÓNS E PROBLEMAS

- 1- ¿A que se debe a aproximación aparente que experimentan os obxectos sumerxidos na auga? ¿Que teñen en común o raio incidente e o emerxente nunha lámina de caras planas paralelas?
- 2- Explica as condicións que se teñen que cumprir nos espellos cóncavos e convexos para que a imaxe sexa: a) real; b) invertida. ¿Pódese obter unha imaxe maior có obxecto empregando un espello convexo? ¿E empregando un espello cóncavo? ¿En que condicións?
- 3- Describe en qué circunstancias nunha lente delgada pode ser igual o tamaño da imaxe ao do obxecto. Nestas circunstancias, deduce se a imaxe pode aparecer invertida.
- 4- Contesta se é verdadeiro ou falso que:
 - a) Unha lente diverxente non pode formar imaxe real dun obxecto real.
 - b) Unha distancia imaxe negativa indica que a imaxe é virtual.
- 5- Na aberración cromática, di se é maior a distancia focal para a luz amarela ou para a luz azul.
- 6- Se queremos ver a nosa imaxe ampliada nun espello, ¿que tipo de espello temos que empregar e onde nos temos que colocar?
- 7- Un foco luminoso atópase situado dentro dunha piscina chea de auga, cuxo índice de refracción é de 1,33. Calcula a frecuencia da luz, sabendo que a súa lonxitude de onda é de 442 nm.
- 8- Un feixe de luz de 500 nm de lonxitude de onda incide desde o aire sobre un material transparente cun ángulo de 42° coa normal e refráctase cun ángulo de 25° . Calcula: a) o índice de refracción do material; b) a velocidade da luz e a lonxitude de onda no medio. Sol.: a) 1,58; b) $1,9 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$; $3,16 \cdot 10^{-7} \text{ m}$



- 9- Un prisma óptico construído de vidro especial ($n = 1,9$) ten forma de triángulo equilátero. Calcula o ángulo co que emerxe o raio da figura:

Solución: $\alpha = 16,2^\circ$. Aplicar dúas veces a lei de Snell e consideracións xeométricas.

- 10- Un mergullador observa desde a auga ($n = 1,33$) un avión que pasa a 250 m sobre a superficie da auga. ¿A que altura ve o avión ó mergullador? Sol.: 332,5 m
- 11- Desde unha altura de 1,5 m sobre a auga observamos un peixe que nada a 0,50 m de profundidade. ¿A que distancia de nós vemos o peixe? Sol.: 1,88 m
- 12- Un dioptró esférico convexo de 20 cm de radio limita dous medios de índices de refracción $n = 1$ e $n' = 1,33$. Determina: a) as distancias focais imaxe e obxecto; b) a distancia á que se formará a imaxe dun obxecto de 10 cm de altura situado perpendicularmente a 1 m do dioptró; c) o tamaño da imaxe; d) a súa natureza. Sol.: a) $f' = 80,6 \text{ cm}$, $f = -60,6 \text{ cm}$; b) 204,6 cm; c) -15,4 cm
- 13- Un dioptró esférico cóncavo de 8 cm de radio separa aire e vidro ($n' = 1,5$). Determina: a) a posición e o tamaño da imaxe dun obxecto lineal de 4 mm situado verticalmente sobre o eixe a 20 cm do dioptró; b) a formación da imaxe gráficamente; c) as súas características. Sol.: a) $s' = -13,3 \text{ cm}$, $y' = 1,8 \text{ mm}$
- 14- Se nos miramos nun espello cóncavo de 40 cm de radio situados a 15 cm del, ¿onde se forma a imaxe? Constrúe o diagrama de raios. Sol.: $s' = 60 \text{ cm}$

- 15-** Colócase un obxecto de 3 cm de altura a 10 cm do polo dun espello convexo con radio de curvatura 10 cm. Calcula a posición da imaxe e o seu tamaño. Describe a natureza da imaxe e constrúe o diagrama de raios.
Sol.: $s' = 3,33$ cm; $y' = 1$ cm
- 16-** Un espello cóncavo forma unha imaxe real, invertida, tres veces maior có obxecto e está situada sobre o eixe a 10 cm do polo do espello. Calcula o radio de curvatura e a posición do obxecto. Constrúe o diagrama de raios.
Sol.: $s = -3,33$ cm; $r = -5$ cm
- 17-** A distancia focal dun espello esférico cóncavo é de 10 cm. Determina a posición e a natureza da imaxe cando o obxecto está situado ás distancias: a) 25 cm; b) 10 cm; c) 5 cm.
Sol.: a) $s' = -16,7$ cm; b) $s' = 0$; c) $s' = 10$ cm
- 18-** Un obxecto de 0,8 cm de altura está situado a 15 cm do polo dun espello de 20 cm de radio de curvatura. Determina a posición, o tamaño e a natureza da imaxe: a) se o espello é cóncavo; b) se o espello é convexo. c) Constrúe o diagrama de raios en cada caso.
Sol.: a) $s' = -30$ cm; $Y' = -1,6$ cm; b) 6 cm; 0,3 cm
- 19-** Un obxecto está á esquerda dunha lente converxente de 8 cm de distancia focal, sobre o seu eixe. Calcula a distancia imaxe e describe como é esta se a distancia obxecto vale: a) 32 cm; b) 6 cm.
Sol.: a) $s' = 10,7$ cm; b) $s' = -24$ cm
- 20-** Utilizando unha lente planoconvexa de radio de curvatura 12,5 cm, obsérvase que, colocando un obxecto a 50 cm do centro óptico, a imaxe é de igual tamaño có obxecto. Calcula: a) a distancia focal; b) a potencia da lente; c) o índice de refracción do vidro da lente.
Sol.: a) $f = 25$ cm; b) $P = 4$ dioptrías; c) $n = 1,5$
- 21-** Dúas lentes converxentes, de distancias focais 10 cm e 20 cm, están aliñadas a 20 cm unha da outra. Se se sitúa un obxecto 15 cm á esquerda da primeira lente, determina: a) a posición da imaxe final; b) o aumento total do sistema; c) as características da imaxe final obtida.
Sol.: a) 6,7 cm; b) -1,3
- 22-** Un obxecto de 3 cm de tamaño colócase a 80 cm dunha lente diverxente. Se a imaxe se forma a 40 cm da lente, calcula a súa potencia e o tamaño do obxecto. Debuxa a marcha dos raios luminosos
- 23-** Unha lente bicóncava, construída con un vidro de índice de refracción igual a 1,8 está limitada por dúas superficies esféricas de radios $r_1 = 20$ cm e $r_2 = 40$ cm. Se a lente está colocada no aire, calcula a súa potencia óptica.
- 24-** A distancia focal dunha lente biconvexa M é de 20 cm. Sábese que o obxecto y_1 colocado a 10 cm da lente sobre o eixe óptico produciu unha imaxe y_1' , virtual e dereita, situada xustamente sobre o foco da lente. Se colocamos unha segunda lente N, de distancia focal 10 cm, sobre o foco situado a dereita da 1ª lente, calcula a posición da imaxe final y_2 formada e debuxa a marcha dos raios.
Sol.: $S_2' = 13,3$ cm
- 25-** Queremos proxectar sobre unha pantalla a imaxe dun obxecto de 2 cm de altura. Dispónse para iso dunha lente converxente de 5 dioptrías e colócámola a 2 m da pantalla. Calcula: a) a distancia á que temos que situar o obxecto para que a imaxe se forme exactamente sobre a pantalla; b) o tamaño da imaxe.
Sol.: a) $s = -22,2$ cm; b) $y' = -18$ cm
- 26-** A distancia focal dunha lente converxente de vidro, con índice de refracción 1,52, mide 0,40 m no aire. Se a lente se introduce na auga ($n = 1,33$), ¿canto vale a lonxitude focal?
Sol.: $f' = 1,46$ m
- 27-** Unha lente biconvexa de vidro ($n = 1,5$) ten radios de curvatura 0,1 e 0,2 m. Calcula a distancia focal: a) da lente nestas condicións; b) se lle damos a volta.
Sol.: $f' = 13,3$ cm nos dous casos
- 28-** Necesítase proxectar unha diapositiva de 2 cm de altura sobre unha pantalla situada a 3 m da diapositiva, de xeito que a imaxe sexa de 0,5 m. Calcula: a) a posición da lente; b) a súa potencia
Sol.: a) a 287,5 cm da pantalla; b) $P = 9$ dioptrías