

TEMA 7: FÍSICA RELATIVISTA

1- CONCEPTOS BÁSICOS E RELATIVIDADE DE GALILEO.

1.1. Sistema de referencia.

Para estudar calquera fenómeno físico empréganse sistemas de referencia que son necesarios cando queremos distinguir a situación no espazo e no tempo de dous sucesos calesquera. En física sóense empregar sistemas de referencia cartesianos, que constan dunha orixe e tres eixes perpendiculares. A situación da orixe e a dirección dos eixes é arbitraria. O tempo tamén ten unha orixe de referencia, que pode tomarse arbitrariamente.

Exemplos como os anteriores, lévannos a dicir que todos os sistemas de referencia só son froito de convenios entre persoas.

1.2. Principio de Relatividade.

No exemplo dunha persoa que conduce un coche que circula pola estrada queda de manifesto que, aínda que para un pasaxeiro do mesmo coche a conductora está quieta, para unha persoa sentada nunha parada de autobús, a conductora non esta quieta. O exemplo pódese ampliar ata involucrar mesmamente aos corpos celestes. Con isto quérese dicir :

“Non existen puntos absolutamente fixos no universo, de xeito que todos os movementos reais son relativos”.

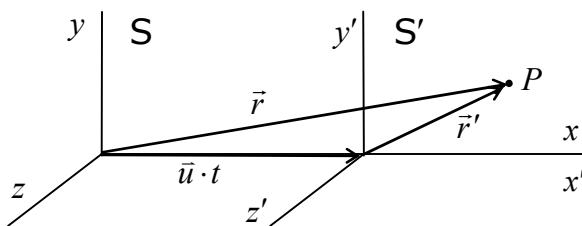
O principio de Relatividade, formulado inicialmente por Galileo, establece que:

“As leis da Mecánica son idénticas para dous observadores que se desprazan un con respecto ao outro con movemento rectilíneo e uniforme, é dicir, con velocidade constante”.

Entre todos os sistemas de referencia son especialmente relevantes os sistemas inerciais. Nestes sistemas, un corpo que non está sometido a acción dunha forza neta está en repouso ou se move con movemento rectilíneo e uniforme (é dicir, con velocidade constante). Os *sistemas de referencia inerciais móvense con velocidade constante uns con respecto aos outros*. As leis da mecánica (conservación do momento lineal, conservación da enerxía, etc) fórmulanse dunha forma sinxela en sistemas inerciais. Se os sistemas son *non-inerciais*, hai que introducir unhas forzas adicionais chamadas *forzas de inercia*.

1.3. Transformacións de Galileo.

Supoñamos dous sistemas de referencia S e S'. O segundo móvese con respecto ao primeiro con velocidade constante $\vec{u}$ na dirección do eixe x.



$$\vec{r} = \vec{u}t + \vec{r}'$$

As coordenadas dun punto P con respecto ao sistema S', dadas polo vector $\vec{r}'$ están relacionadas coas coordenadas de P con respecto ao sistema S, dadas polo vector $\vec{r}$, a través da expresión :

$$\boxed{\vec{r}' = \vec{r} - \vec{u}t}$$

que é a *expresión vectorial* das ecuacións que, xunto coa hipótese do tempo absoluto $t' = t$, constitúen as ecuacións de transformación de Galileo. A hipótese do tempo absoluto di que o tempo transcorre da mesma maneira en dous sistemas de referencia calesqueira.

Se supoñemos o exemplo da figura anterior (o sistema S' movéndose con dirección paralela ao eixe x) as ecuacións de transformación en forma paramétrica serán:

$$\begin{cases} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

Retomando a expresión $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{u}t$, se derivamos respecto a t teremos a velocidade :

$$\frac{d\vec{r}'}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{d(\vec{u}t)}{dt} \Rightarrow \boxed{\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}}$$

Se derivamos a velocidade respecto ao tempo teremos a aceleración:

$$\frac{d\vec{v}'}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} - \frac{d\vec{u}}{dt} \Rightarrow \frac{d\vec{u}}{dt} = 0 \text{ por ser } \vec{u} \text{ cte, logo : } \boxed{\vec{a}' = \vec{a}}$$

1.4. Invarianza das leis da física fronte as transformacións de Galileo.

Vemos que: $\Delta x' = x'_2 - x'_1 = (x_2 - ut) - (x_1 - ut) = x_2 - x_1 - ut + ut = \Delta x \Rightarrow$

$$\boxed{\Delta x' = \Delta x} \Rightarrow \text{"A distancia é unha invariante para a mecánica clásica"}$$

$$\boxed{\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}} \Rightarrow \text{"A velocidade medida polos dous observadores é distinta. Non é unha invariante na mecánica clásica"}.$$

$$\boxed{\vec{a}' = \vec{a}} \Rightarrow \text{Esta última igualdade permítenos demostrar inmediatamente a invarianza da segunda lei de Newton ante unha transformación de Galileo} \Rightarrow$$

Supoñendo que $\boxed{m' = m}$ (sexa cal sexa a velocidade), entón $m' \cdot \vec{a}' = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \boxed{\vec{F}' = \vec{F}}$. É dicir, a forza é invariante fronte ás transformacións de Galileo.

Outra lei da física que é invariante fronte ás transformacións de Galileo é a conservación do momento lineal.

$$\boxed{\Delta \vec{P}' = \Delta \vec{P}}$$

Por último cabe destacar a invarianza da lei da conservación da enerxía fronte a unha transformación de Galileo.

2. Problemas das transformacións de Galileo.

Como se dixo en apartados anteriores, as ecuacións de transformación de Galileo deixan invariantes as leis da mecánica referidas a sistemas en movemento uniforme. Non era necesario definir un *sistema de referencia absoluto* ao cal referir o resto de movementos.

No século XIX supoñíase a existencia dun medio (fluído) hipotético chamado *éter* que, ademais, sería un sistema de referencia absoluto (en repouso). O éter definíase como unha substancia que ocupaba todo o Universo e que tiña a función de servir como soporte para a propagación da luz (ondas electromagnéticas). A Terra moveríase con respecto ao *éter* cunha velocidade u e este movemento influiría na velocidade da luz. Así, para un observador situado sobre a Terra, a velocidade da luz con respecto a Terra sería:

$c' = c - u$. Se a Terra se move no mesmo sentido que a luz.

$c' = c + u$. Se a Terra se move en sentido contrario ao da luz.

A primeira c' sería distinta da segunda

2.1. Experimento de Michelson-Morley.

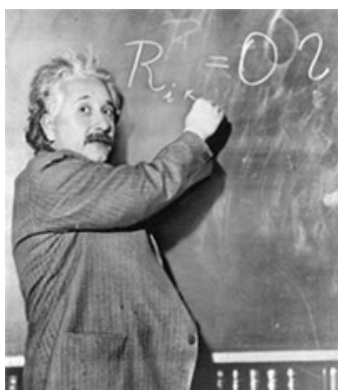
Co fin de rematar dunha vez por todas coa polémica acerca da existencia do éter, os físicos norteamericanos A. A. Michelson y E. W. Morley realizaron no 1887 un singular experimento, co obxectivo de medir a velocidade relativa da Terra con respecto ao éter e así poder determinar a velocidade absoluta da luz (c), con respecto ao éter.

O instrumento deseñado por estes dous investigadores coñécese como *interferómetro*. Orientándoo en distintas direccións pretendíase obter unha interferencia debido as variacións na velocidade da luz pero o 'fracaso' na experiencia ao non detectar a existencia destas *variacións*, levou a que se iniciase un cambio en fundamentos importantes da Física. A primeira consecuencia importante é que a velocidade da luz é independente do movemento da Terra. É constante en tódalas direccións. É unha invariante.

"As transformacións de Galileo non poden explicar a constancia da velocidade da luz"

Outro feito importante foi comprobar que as ecuacións de Maxwell e a ecuación de ondas de D'Alembert non son invariantes ante as transformacións de Galileo.

3. Relatividade Especial de Einstein.



Para solucionar estos problemas, Einstein, no ano 1905 rederiva as leis da física partindo de dous postulados:

"As leis da física (non só as da mecánica) son as mesmas en todos os sistemas de referencia inerciais e exprésanse mediante ecuacións análogas."

O anterior enunciado é simplemente reafirmar *ampliado* o principio de Relatividade de Galileo.

"A velocidade da luz, c , é a mesma en todos os sistemas de referencia inerciais, calquera que sexa a velocidade da fonte e a do obseador"

A partir destes dous postulados, atopa que as transformacións para pasar dun sistema de referencia a outro deben ser diferentes ás de Galileo.

De feito, esta transformación xa foran previamente definidas por *Lorentz*, aínda que este só as considerou como unhas ecuacións que permitían que as ecuacións de Maxwell do electromagnetismo permanecesen invariantes. Einstein amplíaa a toda a física.

3.1 Transformacións de Lorentz.

Son as seguintes:

$$\begin{aligned}x' &= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}(x-ut) \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\left(t-\frac{u}{c^2}x\right)\end{aligned}$$

Para obter as *transformacións inversas* substitúese u por $-u$ e intercámbianse as coordenadas primas coas non primas

Destas ecuacións dedúcese que:

- Se $u = 0$ ou $u \ll c$ as Ecuacións de Lorentz redúcense ás de Galileo.
- Non é posible igualar ou superar a velocidade da luz, c . ¿Por qué?

Vexamos a continuación a invariancia da velocidade da luz:

Supoñamos un sistema de referencia S' que se move respecto a outro fixo S cunha velocidade u constante no sentido positivo do eixe x e que os eixes dos dous sistemas de referencia son paralelos. Os observadores ligados a estes sistemas de referencia sincronizan a cero os seus cronómetros no momento en que coinciden as orixes dos dous sistemas que, á súa vez, coinciden cun *foco luminoso* que emite nese instante ($t_0=0$ e $t'_0=0$) un destello de luz.

No sistema de referencia en repouso, S , un detector de luz situado a unha distancia L detecta o sinal da luz. Ao comenzo: $t_0 = 0$ e $x_0 = 0$.

Cando a luz chega ao detector: $t_1 = T$ e $x_1 = c \cdot T = L$. Polo tanto, desde o sistema de referencia S , a velocidade da luz é:

$$v = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{c \cdot T - 0}{T - 0} = \frac{c \cdot T}{T} = c$$

Para o sistema en movemento S' temos: $t'_0 = 0$ e $x'_0 = 0$. Cando a luz chega ao detector:

$$x'_1 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}(cT - uT) \quad \text{e} \quad t'_1 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\left(T - \frac{u}{c^2}cT\right)$$

A velocidade da luz medida desde S' é:

$$v' = \frac{x'_1 - x'_0}{t'_1 - t'_0} = \frac{\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}(cT - uT) - 0}{\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\left(T - \frac{u}{c^2}cT\right) - 0} = \frac{cT - uT}{T - uT/c} = c$$

Logo, a velocidade da luz é invariante.

3.2 Fin da simultaneidade

Un evento simultáneo en un sist de referencia non é necesariamente simultáneo en outro sistema que teña un movemento uniforme respecto ao primeiro.

Os reloxo marchan de forma diferente en S e en S' . Por eso, **dous sucesos simultáneos en S non teñen porque selo en S' .**

3.3 Contracción do espazo.

Consideremos un sistema de referencia S' que se move respecto a outro fixo S cunha velocidade constante u no sentido positivo do eixe x e que os eixes dos dous sistemas de referencia son paralelos.

Supoñamos unha barra en repouso respecto do sistema de referencia S' colocada na dirección do eixe $O'X'$. A lonxitude da barra medida neste sistema de referencia (no cal se encontra en repouso) chámase *lonxitude propia* e vale: $\Delta x' = x'_2 - x'_1 = L'$.

O observador situado no sistema S, para facer a medida da lonxitude da barra, *ten que marcar simultaneamente os seus extremos porque senón, o movemento do sistema S' modificaría a observación* ($t_1 = t_2 = t$), sendo: $\Delta x = x_2 - x_1 = L$

Segundo as transformacións de Lorentz temos:

$$x'_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} (x_2 - ut) \quad , \quad x'_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} (x_1 - ut)$$

$$x'_2 - x'_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} (x_2 - x_1) \Rightarrow L' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} L$$

Como $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} > 1$ (pois $u < c$) temos que $L' > L \Rightarrow$ $L_{propia} > L$ en movemento respecto observador

A lonxitude dun obxecto L , medida nun sistema de referencia respecto do cal o obxecto está en movemento, é menor que a lonxitude L' do obxecto medida nun sistema de referencia no cal se atopa en repouso. Este efecto é o que se chama **contracción da lonxitude ou do espazo**.

Só ten lugar na dirección do movemento.

3.4 Dilatación do tempo.

Consideremos un sistema de referencia móbil S' que se move respecto a outro fixo S cunha velocidade constante u no sentido positivo do eixe x e que os eixes dos dous sistemas de referencia son paralelos.

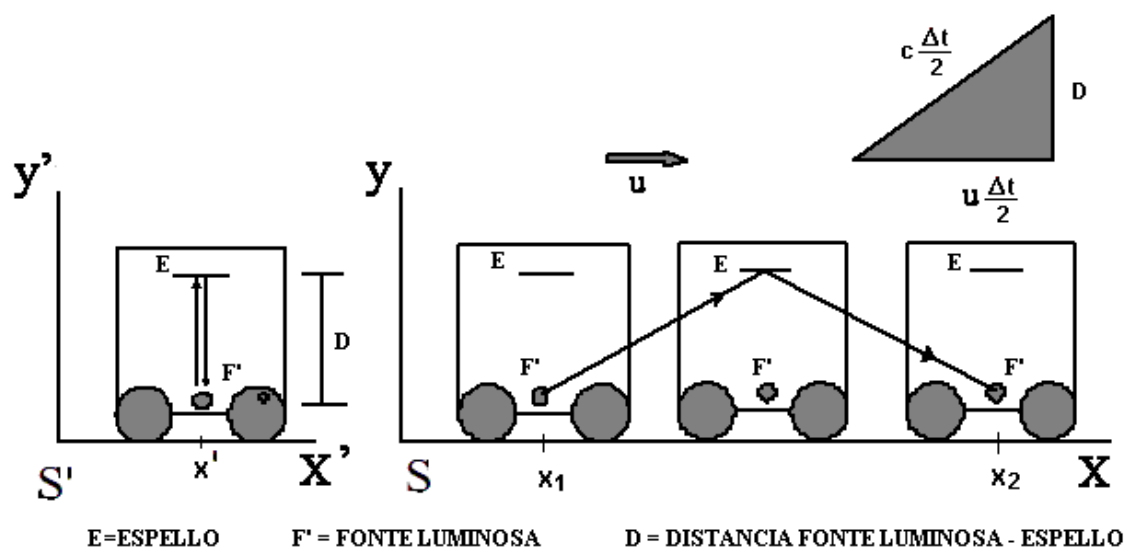
Supoñamos dous sucesos que teñen lugar no mesmo punto ($x'_1 = x'_2 = x'$) respecto do sistema S' nos instantes t'_1 e t'_2 . O intervalo entre os dous sucesos é: $\Delta t' = t'_2 - t'_1$. Este tempo, medido polo observador do sistema S', que viaxa xunto ó cronómetro que se emprega para facer as medidas, é o chamado *tempo propio*.

Para o observador situado no sistema S, os dous sucesos ocorren en lugares distintos, x_1 e x_2 , xa que o sistema S' móvese nunha distancia $u \cdot (t_2 - t_1)$ sendo $\Delta t = t_2 - t_1$ o intervalo de tempo transcorrido entre os dous sucesos, medido polo observador do sistema S. Este intervalo de tempo obtémolo aplicando a **transformación inversa** de Lorentz na que $x'_1 = x'_2 = x'$.

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 + \frac{ux'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - \frac{t'_1 + \frac{ux'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; \text{ como } \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} > 1 \Rightarrow \Delta t > \Delta t'$$

Un reloxo en movemento móvese máis lentamente (atrasa) que outro reloxo en situación estacionaria. Coñécese como *dilatación do tempo*.

Este resultado podémolo comprobar gráficamente sen empregar as transformacións de Lorentz:



Aplicando Pitágoras:

$$\left(u \frac{\Delta t}{2}\right)^2 + D^2 = \left(c \frac{\Delta t}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{\Delta t^2}{4}(c^2 - u^2) = D^2 \Rightarrow \Delta t = \frac{2D}{\sqrt{c^2 - u^2}} = \frac{2D}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Tendo en conta que D é a distancia que recorre a luz no sistema S' nun tempo $\frac{\Delta t'}{2}$, quedáanos:

$$D = c \cdot \frac{\Delta t'}{2} \text{ . Logo: } \Delta t = \Delta t' \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

3.5 Paradoxa dos xemelgos.

Dous xemelgos (Homero e Ulises) de 30 anos son astronautas. Homero, como está resfriado quédase na Terra, mentras, o seu irmao inicia unha viaxe a *α-centauro* con velocidade $u = 0,8 c$ e volve. Mentras, Homero espera $5 + 5 = 10$ anos (e ten e aparenta 40 anos) ata que chega o seu irmao Ulises que envelleceu $3 + 3 = 6$ anos, polo que ten e aparenta 36 anos.

Este feito foi comprobado experimentalmente considerando a marcha de dous cronómetros, un en repouso na Terra, e outro que se introduce nun avión supersónico que dá varias voltas á Terra. O cronómetro que se queda quieto avanza máis rápido que o que se move co avión e logo volve ao mesmo punto.

Esta diferenza de tempos é unha consecuencia clara da Relatividade.

3.6 Transformación de velocidades.

Sexa un sistema S en repouso, outro S' que se move respecto a S con velocidade constante u e unha partícula que se move respecto de S con velocidade v (con $u \parallel v$). Entón para o sistema S, a velocidade v da partícula escríbese como:

$$v = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} \text{ sendo: } x_0 = 0; t_0 = 0; x_1 = vT \text{ e } t_1 = T. \quad \text{Para o sistema S' teremos:}$$

$$x'_0 = 0; t'_0 = 0; x'_1 = \frac{x_1 - ut_1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \text{ e } t'_1 = \frac{t_1 - \frac{u \cdot x_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \text{ co que a velocidade será:}$$

$$v' = \frac{x'_1 - x'_0}{t'_1 - t'_0} = \frac{\frac{x_1 - ut_1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}}{t_1 - \frac{u \cdot x_1}{c^2}} = \frac{x_1 - ut_1}{t_1 - \frac{u \cdot x_1}{c^2}} = \frac{vT - uT}{T - \frac{u \cdot vT}{c^2}}; \text{ eliminando } T \text{ queda: } \boxed{v' = \frac{v - u}{1 - \frac{uv}{c^2}}}$$

“Expresión que nos permite obter a velocidade que mediría un observador en movemento a partir da velocidade medida por un observador en repouso.”

4. Dinámica relativista.

4.1. Expresión relativista do momento lineal.

Para facer consistente as transformacións de Lorentz (que teñen a súa orixe na constancia de c) coa conservación do momento lineal (que ten a súa orixe no principio de Relatividade) é necesario a redefinición do momento.

Einstein proponse a expresión:

$$P = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} v$$

para unha partícula na que a masa en repouso é m_0 e a súa velocidade é v .

Isto pode interpretarse como que a masa dunha partícula en movemento (*masa relativista*) ven

dada por: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$; polo tanto, crece coa velocidade. O momento sería entón:

$$P = m \cdot v$$

4.2. Expresión relativista da enerxía. Enerxía en repouso.

A enerxía cinética é igual ao traballo necesario para levar unha masa en repouso m_0 ata unha velocidade v .

$$E_c = W(0 \rightarrow v) = \int F \cdot dx$$

O 2º principio de Newton $F = m \cdot a = m \cdot \frac{dv}{dt}$ pódese escribir como: $F = \frac{dP}{dt}$ (se m é cte)

Cando se pasa a unha situación relativista, m depende de v e ambas expresións non son equivalentes. A que ten sentido nun contexto relativista é $F = \frac{dP}{dt}$. Neste caso como:

$$E_c = \int \frac{dP}{dt} \cdot dx \text{ pero } P = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} v \text{ depende so de } v \text{ temos que expresar:}$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{dP}{dv} \cdot \frac{dv}{dt} \text{ polo que:}$$

$$E_c = \int \frac{dP}{dt} \cdot dx = \int \frac{dP}{dv} \cdot \frac{dv}{dt} \cdot dx. \text{ Como } dx = v \cdot dt, \text{ quedanos: } E_c = \int_0^v \frac{dP}{dv} \cdot v \cdot dv.$$

$$\text{Derivando P: } \frac{dP}{dv} = \frac{m_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + m_0 \cdot v \cdot \frac{\frac{2v}{c^2}}{2 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) + m_0 \cdot \frac{v^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}$$

$$\text{Entonces: } E_c = \int_0^v \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \cdot v \cdot dv \Rightarrow \text{ facendo o cambio } z = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow dz = -\frac{2v}{c^2} dv.$$

Logo $dv = -\frac{c^2}{2v} dz$ co que a expresión da Enerxía cinética quedará:

$$\begin{aligned} E_c &= -\frac{m_0 \cdot c^2}{2} \int_1^{1-v^2/c^2} \frac{dz}{z^{3/2}} = -\frac{m_0 \cdot c^2}{2} \left[\frac{-2}{z^{1/2}} \right]_1^{1-v^2/c^2} = \\ &= -\frac{m_0 \cdot c^2}{2} \left[\left(\frac{-2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) - \left(\frac{-2}{1} \right) \right] = \frac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 \cdot c^2 = m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2 \end{aligned}$$

$$E_c = m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2 = (m - m_0) \cdot c^2 \Rightarrow \boxed{E_c = \Delta m \cdot c^2}$$

Einstein chamou ao termo $m_0 \cdot c^2 = E_0$, **enerxía en repouso**. Contén toda a enerxía non cinética da partícula. A enerxía total E_T é a suma da enerxía en repouso E_0 máis a enerxía cinética E_c

$$\boxed{E_T = E_0 + E_c = m \cdot c^2} \quad \text{Coñécese como } \textbf{enerxía relativista}.$$

A enerxía total E é, por tanto, proporcional a masa m . Desta forma obsérvase como, na teoría da Relatividade, a conservación da masa é equivalente á conservación da enerxía e que ambas están relacionadas por unha constante universal c^2 .

Se cambiamos por calquera procedemento a enerxía dun obxecto (por exemplo, ao quentalo), modificarase tamén a súa masa nunha cantidade $\Delta m = E/c^2$. Esta cantidade é insignificante para os procesos químicos e físicos habituais, aínda que é importante para os procesos nucleares nos que as enerxías que se poñen en xogo (varios MeV) son comparables a masa dun protón ou dun neutrón ($939 \text{ MeV}/c^2$).

De feito, toda a masa dunha partícula pódese converter en enerxía, se se atopa con antimateria.

Exercicio Resolto

Un autobús viaxa por unha estrada recta a velocidade de 108 Km/h . Cando pasa por diante dunha marquesiña, na que hai unha persoa, caen dous raios na estrada, un a 600 m diante do autobús e outro a 600 m detrás do autobús. Calcula o tempo que transcorre ata que os dous raios son observados pola persoa da marquesiña e por un dos viaxeiros.

Solución:

A persoa que está na marquesiña ve os dous lóstregos o mesmo tempo, xa que os dous raios recorren a mesma distancia (600 m) coa mesma velocidade ($3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$).

$t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{600}{3 \cdot 10^8} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$. O viaxeiro pertence a un sistema de referencia inercial que se move cunha velocidade relativa de $108 \text{ Km/h} = 30 \text{ m/s}$ acercándose con esta velocidade ao raio que cae diante do autobús, polo que vairo ver antes que o que cae detrás.

$$\begin{aligned} \text{- Lóstrego posterior: } \Delta x &= 600 + 30 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{600 + 30 t_1}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow 3 \cdot 10^8 \cdot t_1 - 30 t_1 = 600 \Rightarrow \\ (3 \cdot 10^8 - 30) \cdot t_1 &= 600 \rightarrow t_1 = \frac{600}{3 \cdot 10^8 - 30} = 2,0000002 \cdot 10^{-6} \text{ s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{- Lóstrego anterior: } \Delta x &= 600 - 30 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{600 - 30 t_2}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow 3 \cdot 10^8 \cdot t_2 + 30 t_2 = 600 \Rightarrow \\ (3 \cdot 10^8 + 30) \cdot t_2 &= 600 \rightarrow t_2 = \frac{600}{3 \cdot 10^8 + 30} = 1,9999998 \cdot 10^{-6} \text{ s} \end{aligned}$$

O viaxeiro observa os dous raios en instantes distintos mentres que para a persoa da marquesiña os dous raios son simultáneos.

Exercicio Resolto

Supoñamos que unha nave viaxa a velocidade de 200.000 Km/s e o tempo que tarda (medido na propia nave) en almorzar un astronauta é de $8,5$ minutos. Calcula o tempo que medirá un observador situado na Terra en repouso.

Solución: Sabemos que:

Neste caso
 $\Delta t' = 8,5 \text{ min}$ e $u = 2 \cdot 10^5 \text{ Km/s}$.
 Empregando a expresión:

$$\Delta t = \frac{510}{\sqrt{1 - \frac{(2 \cdot 10^5)^2}{(3 \cdot 10^5)^2}}} = \frac{510}{0,7454} = 684,24 \text{ s} = 11,4 \text{ min} \quad \Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

O tempo transcorre máis rápido
no sistema en repouso.

PROBLEMAS

1- Hacha a ddp que hai que aplicar a un canón de electróns para que a lonxitude de onda asociada aos electróns sexa de $7 \cdot 10^{-11}$ m. Datos: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C $S: 308$ V

2- Un protón atópase confinado nun núcleo que ten un radio aproximado de 10^{-14} m.

a) Calcula a indeterminación asociada á medida do momento lineal do protón confinado no núcleo.

b) Se a masa do protón é exactamente $1,672 \cdot 10^{-27}$ kg calcula a indeterminación na medida da súa velocidade. **Solución:** 10^{-20} kg.m.s⁻¹; $6 \cdot 10^6$ ms⁻¹

3- Un espía intenta chegar a unha habitación que contén importantes secretos industriais. A cámara está dotada de distintos sistemas de seguridade.

Dúas células fotoeléctricas cuxos feixes de luz cruzan a porta cerran sendos circuitos de alarma; a primeira funciona con un feixe láser de luz de $1,00 \cdot 10^{15}$ Hz e a segunda, con un feixe láser de $9,52 \cdot 10^{14}$ Hz. Ditos feixes de luz son invisibles ao ollo humano e atravesan a porta a 0,5 m e 1 m de altura, respectivamente.

O espía dispón dunhas gafas de visión especial que desprazan a amplitude do espectro visible desde un rango [380 nm, 780 nm] ata [300 nm, 700 nm].

A clave da caixa forte que contén os documentos está escrita mediante técnicas fotolitográficas nunha superficie metálica e sábese que ten unhas dimensións de 0,230 nm.

Para ver a clave dispón dun novo microscopio electrónico portátil, cuxo canón electrónico pode funcionar con dúas posibles tensións, 15,6 V e 28,6 V, das que debe seleccionar unha, pero só dispón dun intento para acertar coa máis adecuada, pois acto seguido o microscopio inutilízase.

a) Indica se poderá superar a porta cos dispositivos fotoeléctricos de seguridade con relativa facilidade. Xustifica a túa resposta mediante os cálculos axeitados.

b) Razoa sobre o modo de operar co microscopio electrónico.

4- Un astronauta de 30 anos fai unha viaxe interplanetaria á velocidade de $2 \cdot 10^8$ m/s. Cando retorna a Terra observa que o tempo que aquí transcorreu foi de 25 anos. Razoa cal das seguintes edades será a do astronauta: a) maior de 55 anos b) igual a 55 anos c) menor de 55 anos.

5- Un xenio A viaxa nunha alfombra voadora de 115cm de longo x 89cm de ancho a unha velocidade de 0,8c. Outro xenio B, o corazón do cal late a 85 pulsacións por minuto, atópase en repouso na Terra. Calcula:

a) As dimensións da alfombra que observa o xenio B. 69×89

b) As pulsacións por minuto do corazón do xenio B que observaría o xenio A. 51 pulsa/min.

6- Unha nave espacial lanza unha sonda sobre Titán, satélite de Saturno. A sonda, vista dende Titan, móvese cunha velocidade de 0,6c na mesma dirección e sentido ca nave. Determina a velocidade da sonda respecto a nave se esta se move a unha velocidade de 0,4c respecto a Titan.

Solución: 0,26c

7- Calcula a velocidade que debe adquirir un corpo para que a súa masa se multiplique por nove. ¿Depende esta velocidade da masa do corpo? **Solución:** 0,994c

8- A enerxía relativista dun protón é $E = 4m_p \cdot c^2$, sendo m_p a súa masa en repouso. Determina a súa enerxía cinética e a súa masa relativista. **Solución:** $E_c = 3m_p \cdot c^2$

9- Un corpo de 3g acelérase ata o 80% da velocidade da luz. Calcula o incremento de masa do copo e a enerxía que se lle suministróu. **Solución:** a) $2 \cdot 10^{-3}$ kg ; b) $1,8 \cdot 10^{14}$ J

10- Acelérase un electrón ata un 30 % da velocidade da luz. Calcula a súa enerxía cinética relativista e compáraa coa enerxía cinética clásica. (m_e en repouso = $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg)