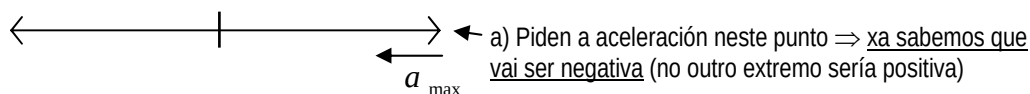


6- Unha partícula de 5 g está sometida a unha forza do tipo $F = -kx$. No momento inicial pasa por $x=0$ cunha velocidade de 1 m/s. A frecuencia do movemento resultante é de $2/\pi$ Hz. Acha:

a) aceleración no punto de máxima elongación positiva;

b) enerxía cinética en función do tempo.

Solución: a) $a = -4 \text{ m/s}^2$; b) $E_c = 2,5 \cdot 10^{-3} \cos^2 4t \text{ J}$



$$a_{\max} = \omega^2 \cdot A; \text{ Neste caso necesitamos coñecer a Amplitude porque } \omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot \frac{2}{\pi} = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Se coñecemos a velocidade cando pasa pola posición de equilibrio coñecemos tamén a Enerxía mecánica pois neste punto toda a enerxía mecánica é cinética ao tratarse da velocidade máxima, logo:

$$E_T = \frac{1}{2} K A^2 = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 1^2 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ J}; K A^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ J}; \text{ Sabemos que:}$$

$$K = m \cdot \omega^2 = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 4^2 = 8 \cdot 10^{-2} \frac{\text{N}}{\text{m}}; \text{ logo: } 8 \cdot 10^{-2} A^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ J} \Rightarrow A^2 = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 10^{-2}};$$

$$A = \sqrt{0,0625} = 0,25 \text{ m}; \text{ polo tanto: } a_{\max} = -4^2 \cdot 0,25 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{b) } E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (A \omega \cos(\omega t + \varphi^0))^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot (0,25 \cdot 4 \cdot \cos(4t + 0))^2 =$$

$$E_c = 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1^2 \cdot \cos^2 4t; \quad E_c = 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos^2 4t \text{ J}$$

8- Se un oscilador harmónico se atopa nun instante dado nunha posición x que é igual á metade da súa amplitude ($x = A/2$), a relación entre a enerxía cinética e potencial é:

a) $E_c = E_p$; b) $E_c = 2E_p$; c) $E_c = 3E_p$.

$$\text{Vexamos: } v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2); \text{ cando } x = A/2 \text{ temos que } v^2 = \omega^2 \left(A^2 - \left(\frac{A}{2} \right)^2 \right) = \omega^2 \left(A^2 - \frac{A^2}{4} \right)$$

$$v^2 = \frac{3}{4} \omega^2 \cdot A^2, \text{ entón: } E_c = \frac{1}{2} m \cdot \frac{3}{4} \omega^2 \cdot A^2 = \frac{3}{8} m \omega^2 \cdot A^2; \quad \boxed{E_c = \frac{3}{8} K \cdot A^2}$$

$$\text{Cando } x = A/2 \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} K \cdot \left(\frac{A}{2} \right)^2; \quad \boxed{E_p = \frac{1}{8} K \cdot A^2}$$

$$\boxed{E_c = 3E_p}$$

10-Unha butaca está montada sobre un resorte. Cando se senta unha persoa de 75 kg, oscila cunha frecuencia de 1 Hz. Se sobre ela se senta agora outra persoa de 50 kg, a) cal será a nova frecuencia de vibración?; b) canto descenderá a butaca cando alcance o equilibrio? $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$.

$$\text{a) Temos que calcular a cte do muelle da butaca: } K = m \omega^2; K = 75 \cdot (2\pi \cdot 1)^2 = 300 \cdot \pi^2 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

$$\text{Agora xa podemos calcular a nova frecuencia coa nova masa: } \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{300\pi^2}{50}} = \sqrt{6}\pi \text{ Hz}$$

b) Este apartado é un pouco confuso. Pódese entender como que unha persoa de masa 50 kg se coloca encima dun muelle de cte elástica $300\pi^2 \text{ N/m}$ e nos piden canto descende o muelle. Sería como o método estático: O peso actúa para abaixo e a forza elástica para arriba igual que cando colgamos unha masa.

$$\text{Polo tanto temos: } K y = m g; y = \frac{m g}{K} = \frac{50 \cdot 9,81}{300 \cdot \pi^2} = 0,17 \text{ m} = 17 \text{ cm}$$

11- Unha partícula de 1 mg de masa executa un movemento oscilatorio harmónico expresado pola ecuación: $x = A \cdot \sin(\omega t)$ e con un periodo de 0,01 s. Cando $t = 8,4 \cdot 10^{-4}$ s, a velocidade vale $v = 31,4$ m/s. Calcula: a) A amplitude do movemento; b) A enerxía total.

$$\begin{aligned} \text{a) } v &= \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t); \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,01} = 200\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}. \text{ Sabemos que:} \\ 31,4 &= 200\pi A \cos(200\pi \cdot 8,4 \cdot 10^{-4}); \quad 31,4 = 200\pi A \cos(0,5278) \Rightarrow \\ 31,4 &= 200\pi A \cdot 0,504; \quad A = \frac{31,4}{200\pi \cdot 0,504} = 9,91 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cong 10 \text{ cm}. \end{aligned}$$

$$\text{b) } E_T = \frac{1}{2} K A^2 = E_T = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^4 \cdot \pi^2 \cdot 9,91^2 \cdot 10^{-8} = 1,94 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

12- Un obxecto realiza un movemento harmónico simple. Cando se atopa a 3 cm da posición de equilibrio a súa velocidade é de 6 m/s, mentres que se a distancia a posición de equilibrio é de 5 cm a súa velocidade é de 2 m/s. Calcula: a) a amplitude do movemento e b) a frecuencia do mesmo.

Este problema é similar ao nº 4 xa resolto.

$$\begin{aligned} \text{a) Temos } v^2 &= \omega^2 (A^2 - x^2), \text{ logo: } 6^2 = \omega^2 (A^2 - 3^2); \quad \omega^2 = \frac{6^2}{A^2 - 3^2} \\ 2^2 &= \omega^2 (A^2 - 5^2); \quad \omega^2 = \frac{2^2}{A^2 - 5^2} \quad \frac{6^2}{A^2 - 3^2} = \frac{2^2}{A^2 - 5^2} \end{aligned}$$

$$9A^2 - 225 = A^2 - 9; \quad 8A^2 = 216; \quad A^2 = 27; \quad \boxed{A = 5,2 \text{ m}} \Rightarrow$$

$$\omega^2 = \frac{36}{27 - 9} = \frac{36}{18} = 2; \quad \omega = \sqrt{2} \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 2\pi \cdot f; \quad f = \frac{\sqrt{2}}{2\pi} = 0,225 \text{ Hz}$$

7- Unha partícula describe un movemento oscilatorio harmónico simple, de xeito que a súa aceleración máxima é de 18 m/s² e a súa velocidade máxima é de 3 m/s. Atopa:

a) A frecuencia de oscilación da partícula

b) A amplitude do movemento.

Solución: a) $f = 3/\pi$ s⁻¹ b) $A = 0,5$ m

$$\text{a) } a_{\max} = \omega^2 \cdot A = 18;$$

$$v_{\max} = \omega \cdot A = 3 \quad \text{entón: } \omega \cdot 3 = 18; \quad \omega = 18/3 = 6 \text{ rad/s}; \quad f = 6/2\pi = 3/\pi \text{ s}^{-1} \quad \text{b) } A = 3/6 = 0,5 \text{ m}$$

9- Un péndulo simple oscila cunha elongación de 18°, desenvolvendo 1 oscilación por segundo. Tomando como instante inicial a posición de equilibrio: a) escribe a súa elongación en función do tempo; b) determina o seu periodo de oscilación na Lúa, onde a gravidade é aproximadamente 1/6 da terrestre.

$$f = 1 \text{ Hz}; \quad T = 1 \text{ s}; \quad l = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}; \quad l = \frac{1}{4\pi^2} \cdot 9,8 = 2,48 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

$$x = L \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \approx L \cdot \alpha \cdot \sin(\omega t) \quad \text{Neste caso } \varphi_0 = 0$$

$$T_{\text{lúa}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_{\text{lúa}}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{9,8/6}} = \sqrt{6} \cdot 1 = \sqrt{6} \text{ s}$$

Neste caso os 18° non fan falta para nada, trátase de un ángulo un pouco grande para facer a aproximación a o movemento harmónico simple polo que o erro que se comete é grande. Recoméndase 10-15°