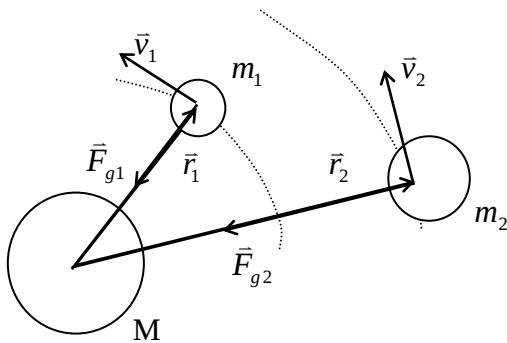


1-Un satélite artificial xira arredor da Terra con un período de **3 horas**. Hachar o período doutro satélite no que a distancia ao centro da Terra é **4 veces** a do primeiro ¿Qué tipo de satélite é?



Aplicamos a 3ª lei de Kepler: $\frac{R^3}{T^2} = cte$ que a hora de resolver problemas aplicaremos deste xeito: $\frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{T_2^2}$.

Sabemos que: $R_2 = 4 R_1$ polo que: $\frac{R_1^3}{3^2} = \frac{(4R_1)^3}{T_2^2}$

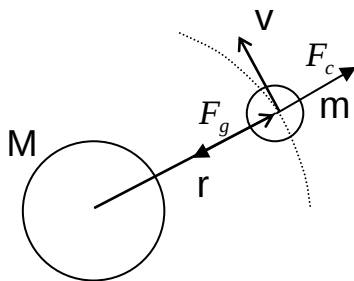
$$\frac{R_1^3}{3^2} = \frac{64 R_1^3}{T_2^2}; T_2 = \sqrt{64 \cdot 9} = 24 h$$

Trátase dun satélite xeoestacionario

2-Un satélite describe unha órbita circular arredor da Terra, con un período de **1 día**. Calcular:

- Radio da órbita
- Campo gravitatorio terrestre nun punto calquera da órbita.
- Enerxía mecánica do satélite se a súa masa é de 200 kg.

Datos: $R_T = 6370 \text{ km}$; $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$



Temos que supoñer que a órbita é circular para poder resolver o problema. Nese caso cúmprese: $F_g = F_c$

Entón:

$$G \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \omega^2 r \Rightarrow r^3 = G \frac{M_T}{\frac{4 \cdot \pi^2}{T^2}} = \frac{g_0 R_T^2 T^2}{4 \cdot \pi^2}$$

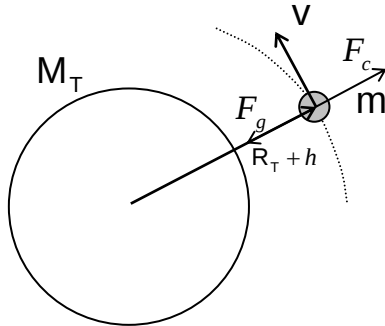
$$T = 86400 \text{ s} \cdot r = \sqrt[3]{\frac{9,8 \cdot (6370 \cdot 10^3)^2 \cdot 86400^2}{4 \cdot \pi^2}} = 42.164,17 \text{ km}$$

$$\text{b) } g = G \frac{M_T}{R^2} = \frac{g_0 R_T^2}{R^2} = \frac{9,8 \cdot (6370 \cdot 10^3)^2}{(42164,17 \cdot 10^3)^2} = 0,22 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

c) Neste caso, por ser órbita circular podemos empregar: $E_T = -\frac{1}{2} G \frac{M \cdot m}{r}$

$$E_T = -\frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{r} = -\frac{1}{2} \frac{g_0 R_T^2 m}{r} = -\frac{1}{2} \frac{9,8 \cdot (6370 \cdot 10^3)^2 \cdot 200}{42164,17 \cdot 10^3} = -1,9 \cdot 10^9 \text{ J}$$

- 11-** A estación espacial internacional (ISS) describe arredor da Terra unha órbita practicamente circular a unha altura $h = 390$ km sobre a superficie terrestre, sendo a súa masa $m = 415$ T.
- a) Calcula o seu período de rotación en minutos así como a velocidade coa que se despraza.
- b) Que enerxía é necesario comunicarlle para levala a unha órbita de altura dobre? Calcula o período de rotación nesa nova órbita. Datos: $g_0 = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$; $R_T = 6370$ km.



a) Nese caso cúmprese: $F_g = F_c$. Entón:

$$G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} = m \omega^2 (R_T + h) \Rightarrow$$

$$G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} = \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} (R_T + h) ; \frac{g_0 R_T^2}{(R_T + h)^3} = \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2}$$

$$T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (R_T + h)^3}{g_0 R_T^2} ; T = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (R_T + h)^3}{g_0 R_T^2}}$$

$$T = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (6370 \cdot 10^3 + 390 \cdot 10^3)^3}{9,8 \cdot (6370 \cdot 10^3)^2}} = 5537,93 \text{ s} = 92,3 \text{ min}$$

b) $r_1 = R_T + h$; $r_2 = R_T + 2h \Rightarrow E_{m1} + E_{sub} = E_{m2}$. Como a órbita é circular podemos

empregar: $-\frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{r_1} + E_{sub} = -\frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{r_2} \Rightarrow$

$$E_{sub} = -\frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{r_2} - \left(-\frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{r_1} \right) = \frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{r_1} - \frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{r_2} = \frac{1}{2} G \cdot M_T \cdot m \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Facendo o cambio: $G \cdot M_T = g_0 \cdot R_T^2$ queda: $E_{sub} = \frac{1}{2} g_0 \cdot R_T^2 \cdot m \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$

Substituíndo:

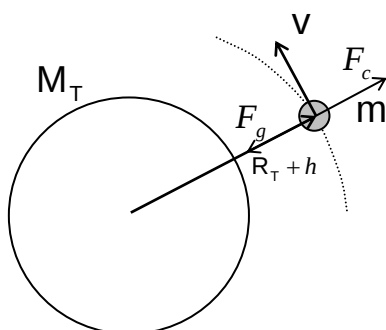
$$E_{sub} = \frac{1}{2} 9,8 \cdot (6370 \cdot 10^3)^2 \cdot 415 \cdot 10^3 \left(\frac{1}{6760 \cdot 10^3} - \frac{1}{7150 \cdot 10^3} \right) = 6,66 \cdot 10^{11} \text{ J} = 6,66 \cdot 10^8 \text{ KJ}$$

O período na nova órbita será:

$$T = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (R_T + 2h)^3}{g_0 R_T^2}} ; T = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (6370 \cdot 10^3 + 780 \cdot 10^3)^3}{9,8 \cdot (6370 \cdot 10^3)^2}} = 6024,02 \text{ s} = 100,4 \text{ min}$$

- 15- Un satélite artificial de 500 kg describe unha órbita circular arredor da Terra cun radio de $2 \cdot 10^4$ km. Calcula: a) a velocidade orbital e o periodo; b) a enerxía mecánica e a potencial; c) se por fricción se perde algo de enerxía, que lle ocorre ao radio e a velocidade?

Datos: $g_0 = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$; $R_T = 6370 \text{ km}$. (Selectividade setembro 2010)



a) Neste caso xa nos dan como dato o radio da órbita, non a altura sobre a superficie da terra:

Como sempre que a órbita é circular: $F_g = F_c$

$$G \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}$$

Facendo o cambio: $G \cdot M_T = g_0 \cdot R_T^2 \Rightarrow$

$$v = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_T^2}{r}} = \sqrt{\frac{9,8 \cdot (6370 \cdot 10^3)^2}{2 \cdot 10^7}} = 4459 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \quad v = \omega \cdot r = \frac{2 \cdot \pi}{T} r; \quad T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v} \Rightarrow$$

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 10^7}{4459} = 28182,04 \text{ s} = 7,8 \text{ h}$$

b) Ao describir unha órbita circular, a enerxía mecánica podemos expresala como:

$$E_m = -\frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{r}, \text{ logo de facer o cambio } G \cdot M_T = g_0 \cdot R_T^2:$$

$$E_m = -\frac{1}{2} \frac{g_0 \cdot R_T^2 \cdot m}{r} = -\frac{1}{2} \frac{9,8 \cdot (6370 \cdot 10^3)^2 \cdot 500}{2 \cdot 10^7} = -4,97 \cdot 10^9 \text{ J} . \text{ A enerxía potencial}$$

$$\text{sería: } E_p = -G \frac{M_T \cdot m}{r} = -9,94 \cdot 10^9 \text{ J}$$

c) No exercicio 12 xa contestamos que lle ocurría ao radio da órbita cando se perdía enerxía e razonábamolo tendo en conta que: $E_{m_{\text{final}}} < E_{m_{\text{inicial}}}$. Unha vez que determinamos que o radio diminúe, non temos máis que empregar a expresión da velocidade orbital para razonar que lle ocorre:

$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$; vemos que ao diminuír o radio a velocidade aumentará por estar este no denominador.