

Proporcionalidades e Repartos

Dúas magnitudes son *directamente proporcionais* cando, ao multiplicar unha delas por un número calquera, a outra queda multiplicada polo o mesmo número. Igualmente, podemos dicir que dúas magnitudes son *directamente proporcionais* se, ao dividir unha por calquera número, entón a outra queda dividida polo mesmo número.

Establécese unha relación de proporcionalidade directa entre dúas magnitudes cuando:

- A *máis* cantidade da primeira magnitude, corresponde *máis* cantidade na segunda magnitude, na mesma proporción.
- A *menos* cantidade na primeira magnitude, corresponde *menos* cantidade na segunda magnitude, na mesma proporción.

Outra maneira de determinar se dúas magnitudes son directamente proporcionais é por medio do seu cociente. O cociente entre dúas magnitudes directamente proporcionais sempre é constante.

Se **a** e **b** son directamente proporcionais:

$$\frac{a}{b} = cte \text{ ou } \boxed{\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}} \text{ Cúmprese sempre que } \boxed{a_1 \cdot b_2 = a_2 \cdot b_1}$$

Exemplos de magnitudes directamente proporcionais:

- O que pesa un determinado produto e o seu prezo.
- A distancia recorrida por un automóbil e o tempo empregado en recorrer esa distancia.
- O traballo realizado e o tempo empregado
- A forza aplicada e a aceleración que adquire un corpo
- A relación entre a masa de un corpo e o volumen que ocupa

Exemplos de cálculos (regra de 3!!)

Un automóbil recorre 240 km en 3 horas. ¿Cántos kilómetros recorre en 2 horas?

$$\begin{aligned} \text{Aplicamos } \boxed{\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}} &\rightarrow \frac{240 \text{ km}}{3 \text{ h}} = \frac{x}{2 \text{ h}} \rightarrow 240 \text{ km} \cdot 2 \text{ h} = x \cdot 3 \text{ h} \rightarrow \\ &\frac{240 \text{ km} \cdot 2 \text{ h}}{3 \text{ h}} = x \rightarrow \boxed{x = 160 \text{ km}} \end{aligned}$$

Álvaro compra 5 kg de patatas, se 2 kg custan 0,80 €, ¿cánto pagará Álvaro?

$$\begin{aligned} \text{Aplicamos } \boxed{\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}} &\rightarrow \frac{2 \text{ kg}}{0,80 \text{ €}} = \frac{5 \text{ kg}}{x} \rightarrow 2 \text{ kg} \cdot x = 0,80 \text{ €} \cdot 5 \text{ kg} \rightarrow \\ &x = \frac{0,80 \text{ €} \cdot 5 \text{ kg}}{2 \text{ kg}} \rightarrow \boxed{x = 2 \text{ €}} \end{aligned}$$

O prezo de 12 fotocopias é de 0,50 €. ¿Cuánto importará facer 30 fotocopias?

Facer no caderno!!

Proporcionalidade inversa

Dúas magnitudes son *inversamente proporcionais* cando, ao aumentar unha delas, a outra diminúe na mesma proporción. Isto pasa cando, ao multiplicar unha de elas por un número calquera, entón a outra queda dividida polo mesmo número e viceversa.

Establécese unha relación de proporcionalidade directa entre dúas magnitudes cuando:

- A *máis* cantidade da primeira magnitude, corresponde *menos* cantidade da segunda magnitude, na mesma proporción. “Ao triple correspóndelle un tercio”
- A *menos* cantidade da primeira magnitude, corresponde *máis* cantidade da segunda magnitude, na mesma proporción. “A metade correspóndelle o dobre”

Matemáticamente, se a e b son inversamente proporcionais:

$$a \cdot b = cte \text{ ou } \boxed{a_1 \cdot b_1 = a_2 \cdot b_2}$$

Exemplos de magnitudes inversamente proporcionais:

- O número de traballadores e o tempo empregado.
- O número de grifos de un depósito e o tempo que tarda en encherse.
- A presión que exerce un gas e o volumen do recipiente que o contén.
- O tempo que tarda un móvil en completar un recorrido e a velocidade que leva

Exemplos de cálculos (regra de 3 inversa!!)

Un grifo que mana 18 l de auga por minuto tarda 14 horas en encher un depósito. ¿Cánto tardaría se o seu caudal fose de 7 l por minuto?

$$\text{Aplicamos } \boxed{a_1 \cdot b_1 = a_2 \cdot b_2} \rightarrow 18 L \cdot 14 h = 7 L \cdot x \rightarrow x = \frac{18 L \cdot 14 h}{7 L} = 36 h$$

Máis exemplos

Unha granxa ten 20 vacas e dispón de pienso para alimentalas durante 60 días. Se tivese 120 vacas ¿para cuántos días tería pienso?

Un edificio é construído por 15 albaneis en 200 días. ¿Cántos albaneis se terán que engadir á cuadrilla para poder terminar o traballo en 150 días?

Para obter o certificado de inglés necesítase obter un 7 sobre 10 nun test de 243 preguntas. Calcular o número mínimo de preguntas correctas necesarias para obtelo.

Cinco operarios tardan 9 horas en revisar o motor de todos os trens da estación. ¿Cánto se tardaría en realizar o mesmo traballo se se contrata a dous operarios máis?

Facer no caderno!!

Repartos proporcionais

Un **reparto directamente proporcional** consiste en que dadas unhas magnitudes dun mesmo tipo e unha magnitude total, hai que calcular a parte correspondente a cada unha das magnitudes dadas

Exemplo 1: Unha avoa reparte 450 € entre os seus tres netos de 8, 12 e 16 anos de idade; proporcionalmente as súas edades. ¿Cánto lle corresponde a cada un deles?

1 Chamamos x, y, z as cantidades que lle corresponden a cada un.

2 O reparto proporcional é:

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16}$$

3 Pola propiedade das razóns iguais:

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16} = \frac{x + y + z}{8 + 12 + 16} = \frac{450}{36}$$

4 Cada neto recibirá:

$$\frac{x}{8} = \frac{450}{36} \implies x = \frac{(8)(450)}{36} = 100 \text{ €}$$

$$\frac{y}{12} = \frac{450}{36} \implies y = \frac{(12)(450)}{36} = 150 \text{ €}$$

$$\frac{z}{16} = \frac{450}{36} \implies z = \frac{(16)(450)}{36} = 200 \text{ €}$$

Exemplo 2: Repártese unha cantidade de diñeiro entre tres persoas A, B e C, directamente proporcional a 3, 5 e 7. Sabendo que a B lle corresponden 735 euros, ¿cál é a cantidade repartida y cómo corresponde ás outras dúas?

$$\frac{x}{3} = \frac{735}{5} = \frac{z}{7} = \frac{x + 735 + z}{15} = \frac{\text{Total}}{15}$$

Podemos facer: $\frac{735}{5} = \frac{\text{Total}}{15}; \implies \text{Total} = \frac{735 \cdot 15}{5} = 2195 \text{ €}$

Podemos facer: $\frac{735}{5} = \frac{z}{7}; \implies z = \frac{735 \cdot 7}{5} = 929 \text{ €}$

Podemos facer: $\frac{735}{5} = \frac{x}{3}; \implies x = \frac{735 \cdot 3}{5} = 441 \text{ €}$

Exemplo 3: Nunha sesión para unha revista fotográfica, tres fotógrafos cobraron 6720 €. Na revista, 14 fotos eran do **fotógrafo 1**, 18 da **fotógrafa 2** e 24 do **fotógrafo 3**. ¿Qué cantidade lle corresponde a cada fotógrafo?