

TEMA 6 : FÍSICA CUÁNTICA

1.Orixes da Teoría Cuántica: Radiación do corpo negro e Hipótese de Planck.

"Coido que podo dicir sen medo a equivocarme que *ninguén entende a mecánica cuántica*"
(Richard P. Feynman)

A finais do século XIX e comezos do XX xurdiron importantes complicacións ao tratar de aplicar a mecánica clásica e a teoría electromagnética de Maxwell para explicar diversos fenómenos e experiencias descubertas durante esta etapa. Os problemas apareceron cando se tratou de dar explicación a fenómenos tales como a *radiación térmica dun corpo negro*, o *efecto fotoeléctrico*, as liñas dos *espectros atómicos* e a *constancia da velocidade da luz*. As tres primeiras complicacións deron lugar ao nacemento da **Física Cuántica** e a última ao nacemento da **Física Relativista**.

Espectro de Emisión do Hidróxeno

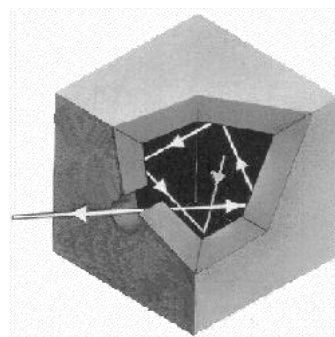


O espectro de emisión do hidróxeno non é continuo (*debería selo segundo a física clásica*). Só emite unhas liñas determinadas. O mesmo lle ocorre aos outros elementos pero con un aumento no nº de liñas

1.1- Radiación do Corpo negro.

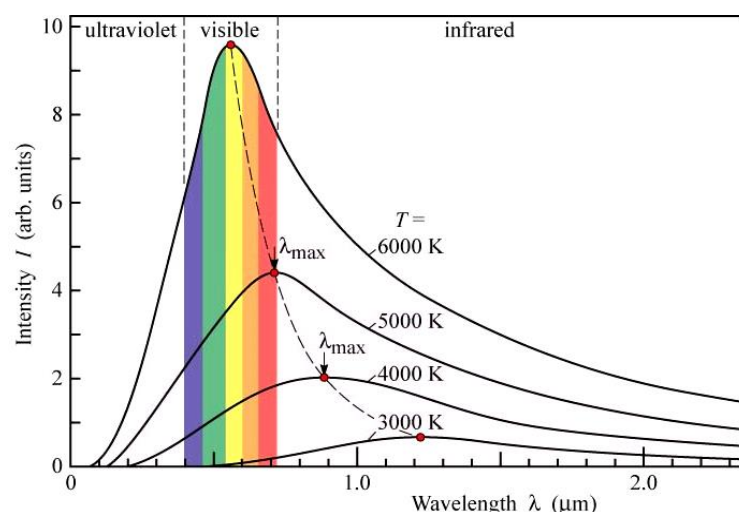
A *radiación térmica* é a radiación que emite un corpo en función da T a que se atopa. Todo corpo emite enerxía cara o espazo en forma de ondas electromagnéticas, tanto máis intensas canto máis alta é a T do corpo, pero a súa vez todo corpo recibe enerxía radiante emitida polos corpos que o rodean e absorbe certa fracción.

Pódese considerar como un *corpo negro* un obxecto oco coas paredes interiores pintadas de negro. Cando se quenta este obxecto, os átomos da superficie interior emiten radiación e ao mesmo tempo absorben a radiación emitida polos átomos veciños. Cando cese o aporte de calor exterior chegará un momento no que no interior do obxecto se acade o equilibrio entre a enerxía absorbida e a emitida. Se nese instante practicamos unha abertura nunha das paredes, poderemos medir a enerxía radiante que emerxe do seu interior por unidade de superficie e de tempo (Intensidade de radiación).



Stefan e Boltzmann, no ano 1879, deduciron *experimentalmente* a expresión que permitía calcular esta intensidade:

$$U_T = \sigma T^4 \Rightarrow \text{Lei de Stefan - Boltzmann. } \sigma = \text{cte} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$$



Nesta gráfica vemos a **distribución da intensidade de radiación fronte a λ** para distintas temperaturas realizada por 1ª vez por Lummer e Pringsheim.

Wien determinou que a λ para a que se produce máis emisión (λ_{max}) de enerxía é inversamente proporcional á temperatura T.

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = 2,897 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

$$2,897 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} = \text{cte Wien}$$

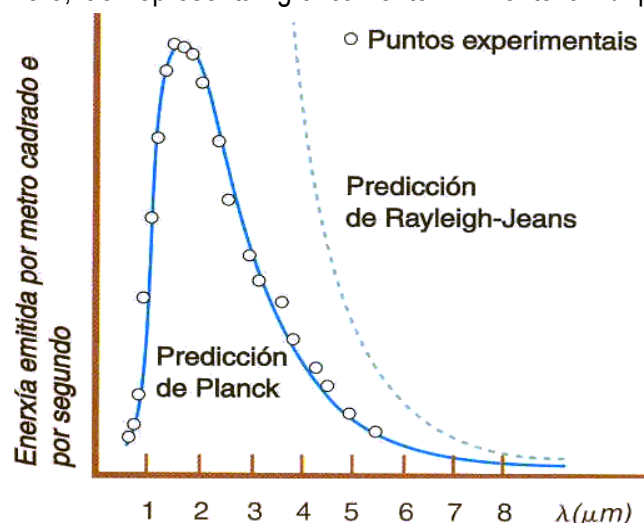
A expresión obtida polo alemán Wilhelm Wien foi comprobada nos seguintes anos e coñécese polo nome de *lei do desprazamento de Wien*, que di que “a lonxitude de onda para a cal a densidade de enerxía emitida é máxima diminúe ao aumentar a temperatura”.

O seguinte paso dos científicos foi tratar de atopar unha *expresión teórica ou función* que tivese unha gráfica como a anterior para distintas temperaturas **partindo da teoría ondulatoria (Maxwell)**.

Dous destes científicos, *Lord Rayleigh* e o seu axudante *James Jeans*, baseándose conxuntamente na física de Newton, Maxwell e Boltzmann obtiveron no ano **1900** a expresión seguinte:

$$I = \frac{2 \pi c}{\lambda^4} K T \text{ onde } K = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J / K é a cte de Boltzmann}$$

Pero, ao representar gráficamente I fronte a λ para unha T determinada obtense a curva punteada que se observa na gráfica da esquerda:



Vemos que a predicción de *Rayleigh – Jeans* aproxímase ben aos puntos experimentais para lonxitudes de onda elevadas (infravermello) pero tende a infinito para lonxitudes de onda pequenas (ultravioleta) mentras a gráfica experimental se aproxima a cero. Este fracaso coñécese como **catástrofe ultravioleta**.

En resúmen, estas curvas *experimentais* non se poden explicar pola teoría electromagnética clásica.

1.2. Hipótese de Planck.



A finais dese mesmo ano Max Planck (físico alemán considerado como o creador da **física cuántica**) formulou as seguintes hipóteses como un punto de partida para intentar explicar a radiación do corpo negro:

- Os átomos que emiten (ou absorben) a radiación compórtanse como *osciladores harmónicos*.
- A cantidade de enerxía que emite (ou absorbe) cada oscilador é proporcional a súa frecuencia de oscilación.

$$E = h \cdot f \Rightarrow h(\text{cte de Planck}) = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

- O oscilador só pode absorber ou emitir enerxía en cantidades discretas chamadas **cuantos**, que son múltiplos enteiros da cantidade $h \cdot f$.

$$E = n \cdot h \cdot f \text{ onde } n=1, 2, 3, \dots$$

"A radiación só se pode absorber ou emitir en forma de cuantos ou paquetes de enerxía"

A Enerxía é discontinua pois non son posibles todos os valores.

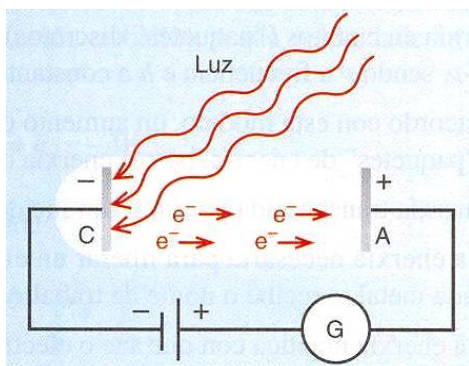
A partir destas hipóteses e empregando métodos de natureza estatística (Boltzmann), Planck obtén para a intensidade de enerxía radiante emitida por un corpo negro a unha temperatura T a expresión da dereita onde h é a cte de Planck e k é a cte de Boltzmann. Esta expresión concorda bastante ben coas curvas experimentais.

$$I = \frac{2 \pi h f^5}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h f}{k T}} - 1}$$

A idea da cuantización de Planck foi rapidamente aplicada con éxito por **Eistein** para explicar o efecto fotoeléctrico e por **Bohr** no seu modelo atómico que deu explicación aos espectros atómicos.

2. Efecto Fotoeléctrico

En 1887, Hertz descubriu que si se sometían á acción da luz (visible ou ultravioleta) determinadas superficies metálicas, estas desprendían electróns (chamados fotoelectróns). Este feito denominouse "*efecto fotoeléctrico*".

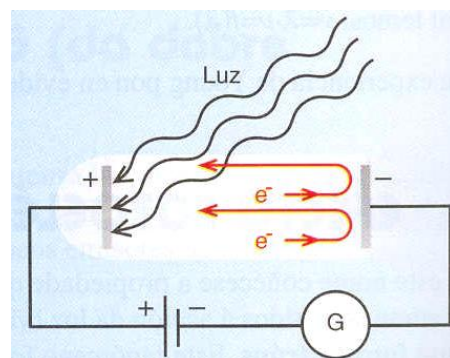


Na figura, os electróns emitidos ao iluminar o *cátodo* con luz monocromática diríxense cara o *ánodo* e chocan con el orixinando unha corrente eléctrica de intensidade I . A intensidade é proporcional ao número de electróns arrincados. O número de electróns que acadan o *ánodo* mídese pola corrente que circula polo amperímetro. O traballo W necesario para arrincar un electrón do metal depende da súa enerxía de enlace con este. A enerxía máis pequena, correspondente aos electróns máis debilmente unidos, recibe o nome de *función traballo* do metal ou traballo de extracción, W_0 .

Se cambiamos a polaridade, os electróns serán rexeitados, e só chegarán aqueles que teñan unha enerxía cinética inicial suficiente para vencer o potencial de repulsión. Para certo valor deste potencial de repulsión, denominado *potencial de detención* ou *potencial de freado*, V_D , ningún electrón chegará ao ánodo.

Así, a $E_{c\ max}$ do fotoelectrón máis rápido será:

$$E_{c\ max} = e \cdot V_D$$



Existen tres feitos neste experimento que non se poden explicar mediante a teoría electromagnética clásica:

- A emisión ten lugar só se a frecuencia f da radiación supera unha frecuencia mínima, propia do metal, chamada <i>frecuencia limiar</i> , f_0 .	Segundo a teoría clásica (electromagnética), o efecto fotoeléctrico debería ocorrer para calquera frecuencia da luz sempre que esta fose o suficientemente intensa.
- Se a frecuencia da luz incidente é maior cá frecuencia limiar ($f > f_0$), o número de electróns emitidos é proporcional á intensidade da radiación incidente pero non aumenta a E_c .	Segundo a teoría clásica a Enerxía cinética máxima debería de aumentar o aumentar a intensidade.
- A emisión dos fotoelectróns é instantánea cando se ilumina o metal.	Segundo a teoría clásica, se a intensidade de luz é moi débil, debe existir un tempo de retraso entre o instante en que a luz incide sobre a superficie metálica e a emisión de fotoelectróns.

Einstein, no ano 1905 e baseándose nas hipóteses de Planck, logrou explicar estes feitos resucitando de novo a teoría corpuscular para a luz.

Para Planck, únicamente está cuantificada a enerxía térmica radiante cando é emitida ou absorbida polos osciladores. En cambio, segundo Einstein, toda a enerxía emitida (a luz tamén!) por unha fonte radiante está **cuantificada** en *paquetes* que se denominan **fotóns**.

Estes fotóns é como se fosen *corpúsculos* que chocan contra os electróns do metal:

$E = h \cdot f$ é a enerxía do fotón incidente.

W_0 é o traballo de extracción para o metal (distinto para cada metal).

Se a enerxía do fotón incidente é maior que o traballo de extracción, a diferenza emprégase en comunicarlle enerxía cinética ao electrón.

$$E_c = h f - W_0$$

A frecuencia limiar f_0 é aquela para a cal os electróns non adquiren enerxía cinética, polo que:

$$0 = h f_0 - W_0 \Rightarrow \boxed{W_0 = h f_0} \quad \text{Entón: } E_c = h f - h f_0 \quad \text{ou} \quad \boxed{h f = h f_0 + E_{c(\max)}}$$

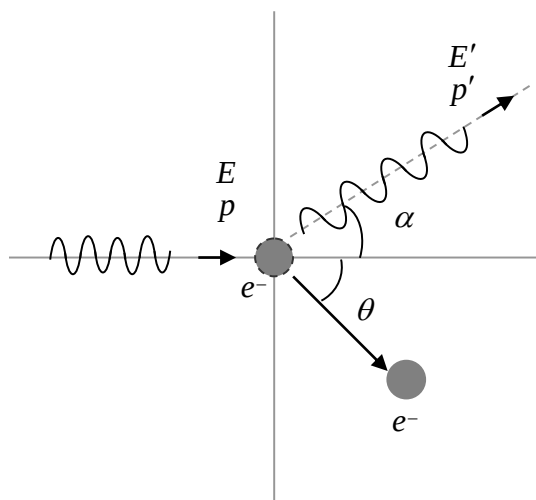
Fórmula principal do efecto fotoeléctrico

A teoría de Einstein permite determinar a cte h de Planck, pois tendo en conta que:

$E_c = V \cdot e$. Entón: $V \cdot e = h f - W_0 \Rightarrow$ Representando V fronte a f obtense unha recta de pendiente: $\tan \alpha = \frac{h}{e} \Rightarrow \boxed{h = e \cdot \tan \alpha}$

“Cando sobre a superficie do metal incide un fotón con enerxía suficiente, parte desa enerxía emprégase en arrincar o electrón e parte en comunicarlle enerxía cinética”

3. Efecto Compton



A enerxía que posúe o fotón permítenos explicar o efecto fotoeléctrico como vimos máis enriba. Postulouse que o fotón debía ter tamén unha certa cantidade de movemento. A. H. Compton comprobou experimentalmente que así era no ano 1923 observando dispersións de Raios X cando atravesaban unha zona na que había electróns soltos.

Experimentalmente obtivo o seguinte resultado:

$$\boxed{\lambda' - \lambda = \lambda_c \cdot (1 - \cos \alpha)}$$

$\lambda_c = \text{cte} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m} \Rightarrow$ *Lonxitude de onda Compton*

Empregando a teoría cuántica chégase a:

$$\boxed{\lambda_c = \frac{h}{m_e \cdot c}}$$

A partir desta expresión podemos calcular o valor da cte de Planck que concorda bastante ben co resultado obtido no estudo do corpo negro.

4. Mecánica cuántica

Ata principios do século XX, a comunidade científica consideraba ao electrón como unha partícula e á radiación electromagnética como unha onda.

Sen embargo, xa vimos que a radiación electromagnética se comporta en ocasións como un conxunto de fotóns. Este feito, xunto con outros resultados experimentais obtidos a comezos do século XX, non estaba de acordo co establecido ata entón pola comunidade científica. Iso levou aos físicos da época a desenvolver unha nova teoría, a **mecánica cuántica**.

E. Schrödinger (Nobel de Física 1933), apoiándose no concepto da dualidade onda-partícula enunciado por *Louise de Broglie* (Nobel de Física 1929), formula a Mecánica Ondulatoria, e *W. Heisenberg* (Nobel de Física 1932) a Mecánica de Matrices. Ámbalas dúas sentan un novo camiño no coñecemento da estrutura atómica, e ampliadas logo por Born, Jordan, Dirac e outros deron lugar ao que actualmente se denomina **Mecánica Cuántica**. Frente ao determinismo da mecánica clásica, a mecánica cuántica é esencialmente probabilística.

De seguido describimos dous aspectos característicos desta teoría: a *dualidade onda-partícula* e o *principio de indeterminación ou incerteza*.

4.1. Dualidade onda-partícula

O fotón é un paquete de enerxía transportado pola radiación de xeito discontinuo. Transporta unha enerxía E , e tamén ten un momento lineal P pois móvese a velocidade c .

O fotón é unha partícula que en repouso non ten masa polo que a expresión relativista:

$$E^2 = P^2 \cdot c^2 + m_0^2 \cdot c^4 \text{ redúcese a: } E^2 = P^2 \cdot c^2 \text{ ou } E = P \cdot c. \text{ Polo tanto temos:}$$

$$E = h f = h \frac{c}{\lambda} \text{ e } E = P \cdot c \text{ co que: } h \frac{c}{\lambda} = P \cdot c \Rightarrow P = \frac{h}{\lambda} \text{ ou } \boxed{\lambda = \frac{h}{P}}$$

En 1924, o físico francés **Luis de Broglie** (1892-1987) suxeriu que os electróns podían ter características ondulatorias. A súa hipótese consistiu en ampliar o comportamento dual da radiación á materia. Considerou que a materia, especialmente os electróns, debería presentar tamén unha natureza ondulatoria ademais da súa natureza corpuscular.

Así pois, a *lonxitude de onda λ* , asociada a unha *partícula material* de momento lineal P será:

$$\lambda = \frac{h}{P} \text{ ou } \boxed{\lambda = \frac{h}{m \cdot v}}$$

Esta proposta foi considerada inicialmente como carente de realidade física debido a inexistencia de evidencias experimentais. Sen embargo, en 1927, os físicos norteamericanos C. Davisson (1881-1958) e L. A. Germer (1896-1971) comprobárona experimentalmente despois de observar a *difracción de electróns* de forma casual. Ese mesmo ano, o físico inglés G. P. Thomson (1892-1975) confirmou a relación obtida teoricamente por De Broglie, mediante a difracción de feixes de electróns a través de follas metálicas delgadas. Máis tarde poidéronse observar tamén difraccións de prótons e neutróns. Para partículas macroscópicas (con masas grandes) a natureza ondulatoria é inapreciable pois as lonxitudes de onda asociadas serían extremadamente pequenas.

4.2. Principio de indeterminación de Heisenberg

Segundo a física clásica, o erro nunha medida débese á imprecisión do aparello de medida. Polo tanto, un aparello clásico ideal podería determinar exactamente, por exemplo, a posición e a velocidade do electrón no experimento da dobre fenda ou en calquera outro experimento. Heisenberg e Bohr puxeron en dúbida esta suposición.

A cuestión proposta era: ¿ata que punto é posible determinar simultaneamente a posición e o momento lineal dun obxecto cuántico (como un electrón por exemplo)?

En 1927, o físico alemán Werner K. Heisenberg (1901-1976) deu a resposta enunciando o **principio de indeterminación ou principio de incerteza**, o cal nos proporciona uns límites para a información que podemos coñecer dun obxecto cuántico.

Este principio ten dous enunciados ou formulacións distintos:

- “Non é posible determinar simultaneamente o valor exacto da posición x e do momento lineal P dun obxecto cuántico”.

Os valores das indeterminacións correspondentes cumpren:

$$\Delta x \cdot \Delta P \geq \frac{h}{4\pi} \quad \begin{cases} \Delta x: \text{indeterminación na posición} \\ \Delta P: \text{indeterminación na cantidade de movemento} \end{cases}$$

Un alto grao de precisión no valor da posición (Δx pequeno) equivale a unha grande indeterminación na medida do momento lineal (ΔP grande) e, polo tanto, na velocidade (Δv grande) do obxecto.

- “Non é posible dicir que unha partícula ten unha determinada cantidade de enerxía nun instante concreto. A enerxía da partícula pode mostrar fluctuacións extremas en pequenas escalas de tempo”. Deste xeito, pode que dispoña dunha enerxía suficiente para atravesar unha barreira. É o que se coñece como **efecto túnel**.

Isto esixe que se cumpra:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi} \quad \begin{cases} \Delta t: \text{indeterminación na medida do tempo} \\ \Delta E: \text{indeterminación na Enerxía} \end{cases}$$

Vemos que para un tempo moi curto a incerteza na enerxía pode ser grande. Ésto permite introducir a idea das partículas virtuais (poden existir partículas con moita enerxía nun intervalo de tempo moi pequeno).

Resumindo, este principio fai evidente a necesidade de que os sistemas cuánticos se expresen en termos de *probabilidade*. Non se pode coñecer con precisión onde vai estar o electrón ou que traxectoria vai seguir, só se pode coñecer a probabilidade de que o electrón se atope nun sitio determinado ou que siga unha traxectoria determinada. O principio de incerteza de Heisenberg di que non se pode predecir o que vai a ocorrer. Aínda tendo tódolos datos, só podemos predecir a probabilidade de que algo ocorra.

EXERCICIOS

- 1- Un metal emite electróns ao ser iluminado con luz verde pero non emite electróns si se ilumina con luz amarela. ¿Emitirá electróns se a luz é laranxa? ¿E se é azul? Xustifica a túa resposta.
- 2- Si se triplica a frecuencia da radiación incidente sobre un metal, ¿pódese afirmar que se triplicará a enerxía cinética dos fotoelectróns?
- 3- Ao iluminar unha superficie metálica cunha lonxitude de onda $\lambda_1 = 200$ nm, o potencial de freado dos fotoelectróns é de 2V, mentras que se a lonxitude de onda é $\lambda_2 = 240$ nm, o potencial de freado redúcese a 1V. Obter:
a) Traballo de extracción do metal. b) Valor da cte de Planck.
Datos: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. **Solución:** $W_e = 4$ eV; $h = 6,4 \cdot 10^{-34}$ J.s
- 4- O cátodo metálico dunha célula fotoelétrica ilumínase simultaneamente con dúas radiacións monocromáticas $\lambda_1 = 300$ nm e $\lambda_2 = 450$ nm. O traballo de extracción dun electrón deste cátodo é $W_0 = 3,70$ eV. a) Di cál das radiacións produce efecto fotoeléctrico. Razoa a resposta. b) Calcula a velocidade máxima dos electróns emitidos. ¿Como variaría esa velocidade ao triplicar a intensidade da radiación incidente?
- 5- Un feixe de protóns acelérase ata unha enexía de 40 MeV. Calcula: a) velocidade das partículas. b) lonxitude de onda asociada aos protóns.
Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s ; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ Kg.
Solución: $v = 8,75 \cdot 10^7$ m/s; $\lambda = 4,53 \cdot 10^{-6}$ nm.
- 6- A lonxitude de onda asociada a unha pelota de 140 g é $1,9 \cdot 10^{-24}$ Angstroms. ¿Con que velocidade se move esa pelota? ¿Sería posible medir esa lonxitude de onda? **Sol:** 25 m/s.
- 7- Dispónse de luz monocromática capaz de extraer electróns dun metal. ¿Qué sucede a medida que aumenta a lonxitude de onda da radiación incidente?: a) Os fotoelectróns son máis enerxéticos. b) Os fotoelectróns son menos enerxéticos. c) A luz non é capaz de extraer os electróns. Xustifica a túa elección.
- 8- Un fotón cunha enerxía de 15 keV choca cun electrón libre en repouso e sae dispersado. Se o ángulo de dispersión é de 60° , calcula canto varía a enerxía, a frecuencia e a lonxitude de onda do fotón. **Sol:** $f = 3,61 \cdot 10^{18}$ Hz, $f' = 3,56 \cdot 10^{18}$ Hz; $E' = 14,7$ keV
- 9- A enerxía de extracción para un electrón dun cátodo de certo metal é de 2,2 eV, sendo preciso establecer entre o cátodo e o ánodo unha tensión de 0,4 V para anular a corrente fotoeléctrica. Calcula a velocidade máxima dos electróns emitidos e os valores da lonxitude de onda da radiación empregada así como da lonxitude de onda limiar.
- 10- Un feixe de raios de lonxitude de onda 4500 Å incide sobre un metal cuxa lonxitude de onda limiar corresponde á enerxía dunha radiación de 6000 Å. Calcula a velocidade coa que saíran os electróns da superficie do metal. Para aumentar a velocidade de saída ¿hai que modificar a lonxitude de onda da radiación incidente ou basta con aumentar a intensidade?
- 11- Unha pelota de ping-pong de 2,5 g pode acadar unha velocidade de 145 km/h ($\pm 1\%$).
a) Determina a lonxitude de onda asociada a pelota.
b) Determina a precisión máxima coa que se pode coñecer a posición da pelota
Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s