

TEMA 5: ONDAS

1- MOVIMIENTO ONDULATORIO. TIPOS DE ONDAS.

1.1- MOVIMIENTO ONDULATORIO.

Cando guindamos unha pedra a un estanque, observamos círculos concéntricos que se propagan pola superficie da auga. Cando axitamos unha corda por un extremo, observamos que a axitación se transmite ao longo da corda. Tanto nun caso como no outro xenerouse unha perturbación que se transmitiu a outros puntos do medio.

Se colocamos un corcho na superficie do estanque, observamos que cando é acadado pola onda oscila subindo e baixando pero non se despraza. Se pintamos un punto na corda, observamos que este oscila entornó a unha posición central pero que non se despraza ao longo da corda. **Nestes dous feitosponse de manifesto que non hai transporte de materia pero sí de cantidade de movemento e enerxía.** A este tipo de transmisión da enerxía denomínaselle **movemento ondulatorio** e á perturbación propagada, **onda**.

“Movemento ondulatorio é a propagación dunha oscilación a través dun medio”

Dicimos que se produce un movemento ondulatorio cando nunha rexión do espazo está defenida unha variable física que está experimentando variacións de tal xeito que a perturbación se propaga a outros puntos e se reproduce de forma análoga a como tivo lugar no punto inicial.

“Uha onda é a propagación a través do espazo dunha perturbación”

Cando unha partícula entra en vibración, contaxia ás veciñas debido as forzas que a ligan con elas. Deste xeito propágase a perturbación por todo o medio a unha determinada velocidade.

É preciso advertir que non sempre que hai un transporte de enerxía sen transporte de materia existe unha onda. Como exemplo temos o transporte de calor por conduction que non é unha onda.

1.2- TIPOS DE ONDAS.

Podemos facer unha clasificación das ondas atendendo a distintos criterios:

♦ Segundo o **tipo de enerxía que propagan**, as ondas poden ser:

- **Mecánicas ou materiais:** Transportan enerxía mecánica. Precisan dun medio material para propagarse. Exemplos: *o son, as ondas nunha corda, nun muelle*, etc.
- **Electromagnéticas:** Non necesitan medio material para propagarse xa que non hai partículas que oscilen senón que consisten en campos eléctricos e magnéticos oscilantes como por exemplo a *luz*, os *raios X*, etc.

♦ Segundo a relación entre a **dirección de vibración e a dirección de propagación**:

- **Lonxitudinais:** Cando a dirección de vibración coincide coa de propagación como no caso do *son* ou as *ondas nun muelle*. Este tipo de ondas propagáanse en calquera tipo de medio.
- **Transversais:** A dirección de propagación e a de vibración son perpendiculares como por exemplo as *ondas nunha corda* ou as *ondas na superficie da auga, electromagnéticas*, etc. Este tipo de ondas so se propaga nos sólidos ou na superficie dos líquidos.

♦ Segundo o ámbito de **propagación da Enerxía**:

- **Unidimensionais**: Cando a enerxía se propaga ao longo dunha liña como no caso das ondas nunha corda. (Ondas Lineais)
- **Bidimensionais**: Cando a propagación da enerxía ten lugar nun plano, como na superficie da auga. (Ondas Planas)
- **Tridimensionais**: A enerxía propágase por todo o espazo. É o caso do son. (Ondas Esféricas)

Ondas Harmónicas: Son as que teñen a súa orixe nas perturbacións periódicas producidas nun medio elástico por un movemento harmónico simple (M.H.S)

2- MAGNITUDES QUE CARACTERIZAN UNHA ONDA. ECUACIÓN DE ONDAS.

1- Velocidade de propagación (v): É a velocidade coa que se propaga a onda por un determinado medio. Depende das características do medio e é independente do foco emisor. A velocidade de propagación é constante para un determinado medio e un tipo de perturbación. *(Non se debe confundir coa velocidade das partículas que oscilan ou vibran pois esta non é cte).*

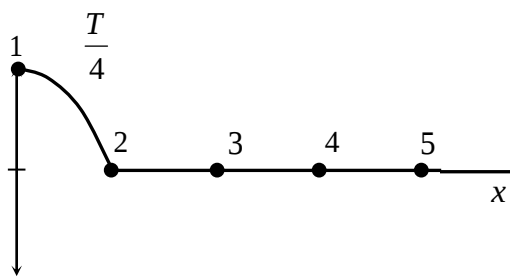
2- Periodo (T) : É o tempo que tarda cada partícula en realizar unha oscilación completa. Tamén é o tempo que tarda unha onda en reproducirse.

3- Frecuencia (f) : nº de vibracións que realiza unha partícula na unidade de tempo. Tamén é o nº de veces que se reproduce a onda na unidade de tempo.

4- Lonxitude de onda (λ) : Distancia entre dous puntos consecutivos que se atopan no mesmo estado de vibración. Tamén é a distancia que recorre a onda ao longo dun periodo T.

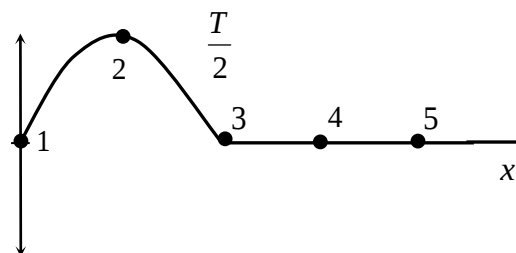
5- Número de ondas (K) : Cantidade de lonxitudes de onda contidas en 2π m.

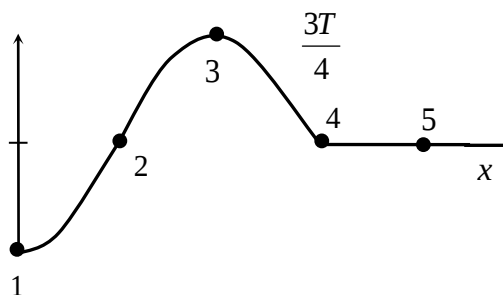
6- Amplitude (A) : É, como xa sabemos, a máxima elongación coa que vibran as partículas.



Supoñamos unha onda armónica transversal que se propaga nunha corda cara a dereita. Transcurridos $\frac{1}{4}T$ s de tempo, o punto 1 desprazouse ata a máxima elongación e o punto 2 comenza a vibrar.

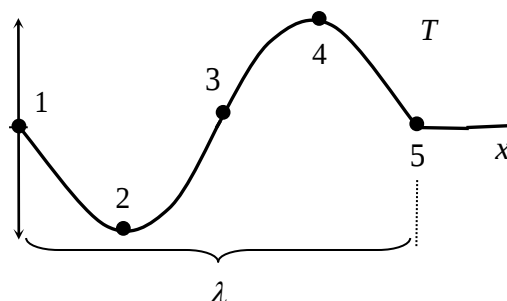
Transcurridos $\frac{1}{2}T$ s de tempo, o punto 1 volve a pasar pola posición de equilibrio e o punto 2 acadou a máxima elongación. O punto 3 comenza a vibrar.





Transcurridos $\frac{3}{4}T$ s de tempo o punto 1 atópase na máxima elongación negativa, o punto 2 pasa pola posición de equilibrio, o punto 3 acada a máxima elongación e a onda acada o punto 4.

Transcorrido un periodo T o punto 1 realizou unha oscilación completa, e ao punto 2 fáltalle $\frac{1}{4}$ de periodo para completar a oscilación, etc. Observamos como a onda chega ao punto 5 polo que o punto 1 e o punto 5 están en fase. Nun instante inmediatamente posterior atoparanse na mesma posición vertical respecto da posición de equilibrio.



Á distancia horizontal entre o punto 1 e o punto 5 chámase *Lonxitude de onda* pois, como xa sabemos, representa a dous puntos que se atopan na mesma fase do movemento $\Rightarrow$

Concordancia de fase: Dous puntos dunha onda atópanse en fase cando a distancia que os separa é igual a un múltiplo enteiro de λ ($d = n\lambda$).

Oposición de fase: Prodúcese cando a distancia entre os puntos é un múltiplo impar de medias lonxitudes de onda ($d = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$).

Temos entón que a onda percorreu unha distancia λ nun periodo T , polo que a velocidade de propagación da onda será:

$$v = \frac{e}{t} = \frac{\lambda}{T} ; \quad \boxed{v = \frac{\lambda}{T}}$$

- A velocidade de propagación das **ondas transversais** nunha corda depende da **tensión** desta e da **masa por unidade de lonxitude**.
- A velocidade de propagación das **ondas transversais** na superficie dos líquidos depende do tipo de líquido e da profundidade.
- A velocidade de propagación das **ondas lonxitudinais** nos **sólidos** depende da cte elástica do corpo e da súa densidade, posto que estas ondas provocan contraccións e dilatacións nas partículas dos sólidos. *Nun medio sólido, a velocidade de propagación das ondas lonxitudinais é maior ca das transversais.*
- A velocidade de propagación das **ondas lonxitudinais** nos **flúidos** (líquidos e gases) depende do módulo de compresibilidade (cociente entre a Tensión e a deformación do medio) e da densidade do medio.

2.1- ECUACIÓN DUNHA ONDA HARMÓNICA UNIDIMENSIONAL.

Imos estudar a ecuación dunha onda harmónica unidimensional que se propaga ao longo do eixe x no sentido positivo e que a vibración asociada ao movemento armónico simple ten lugar na dirección y . A expresión matemática que describe o estado de vibración de cada partícula en función do tempo é a Ec fundamental do M.H.S :

Considerando que non hai fase inicial ($\varphi_0 = 0$) $\Rightarrow y_{(0,t)} = A \sin \omega t$. Se consideramos agora outro punto P de abcisa x , a partícula situada en P vibrará con certo retraso t' , xa que a onda tardará un tempo $t' = \frac{x}{v}$ en chegar ata el, sendo v a velocidade da onda. $\Rightarrow$ O valor da elongación no punto P será o mesmo que o valor da elongación no punto O (foco) no instante $t - t'$. Así:

$$y(x,t) = y(0, t - t') = A \sin \omega(t - t') \quad y(x,t) = A \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right] = A \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{\lambda/T} \right) \right]$$

$$y(x,t) = A \sin \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$y(x,t) = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow \text{Coñécese como } \underline{\text{función de onda}}.$$

Tendo en conta que: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ e $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, podemos escribir: $y(x,t) = A \cdot \sin(\omega t - kx)$

Como ocorría no M.H.S, a función de onda tamén se pode expresar coa función coseno:

$$y(x,t) = A \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \text{ e } y(x,t) = A \cdot \cos(\omega t - kx)$$

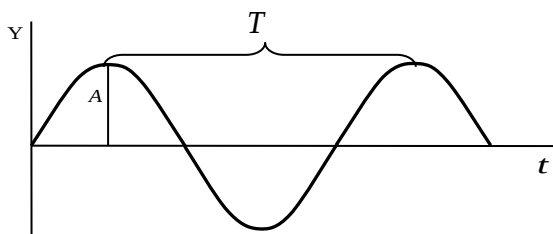
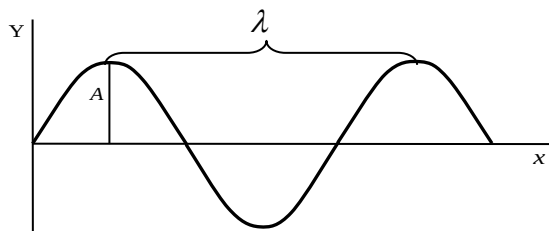
Se a onda se despraza no sentido negativo do eixe x , entón as funcións de onda serían:

$$y(x,t) = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \text{ ou } y(x,t) = A \cdot \sin(\omega t + kx)$$

O ángulo $\varphi = \omega t - kx$ denomínase **fase** da onda.

- Cando a diferenza de fase entre dous puntos: $\delta = |\varphi_2 - \varphi_1| = 2n\pi \Rightarrow$ Os dous puntos están en fase.
- Cando a diferenza de fase: $\delta = |\varphi_2 - \varphi_1| = (2n+1)\pi \Rightarrow$ Os dous puntos atópanse en oposición de fase.

Se na función de onda fixamos o tempo ($t = \text{cte}$), a Ec. proporciónanos a elongación y de tódolos puntos do eixe x . É como se fixéramos unha fotografía da onda nese instante. λ representa a *periodicidade espacial*. Tódolos puntos separados un **nº enteiro de lonxitudes de onda** están en fase. Se se atopan separados un **nº impar de medias lonxitudes de onda** están en oposición de fase.



Se fixamos a posición x , a Ec. proporciónanos a elongación Y da partícula sita na posición x no transcorrer do tempo. Descríbenos o movemento vibratorio da partícula situada na posición x . T representa a *periodicidade temporal*. Tódolos puntos separados un **número enteiro de períodos** (nT) están en fase. Se están

separados por un **nº impar de medios períodos** ($(2n+1)T/2$) están en **oposición de fase**.

Vemos entón que a función de onda é dobremente periódica. No espazo (λ) e no tempo (T).

A velocidade coa que vibran as partículas obtense derivando a Ec. da elongación na función de

onda: $v_{\text{vibración}} = \frac{dy}{dt} = A\omega \cos(\omega t - kx)$. **Non se debe confundir coa velocidade de propagación da onda.**

3-ENERXÍA E INTENSIDADE DO MOVEMENTO ONDULATORIO. ATENUACIÓN E ABSORCIÓN POLO MEDIO.

3.1- ENERXÍA

O movemento ondulatorio non transporta materia, só enerxía e cantidade de movemento dun punto a outro contiguo. Considerando ondas harmónicas, cada partícula posúe enerxía cinética e enerxía potencial elástica.

$$E_T = \frac{1}{2} m v_{\text{vibración}}^2 + \frac{1}{2} K y^2$$

Anteriormente vimos que esta suma era igual a:

$$E_T = \frac{1}{2} K A^2 \text{ que podemos transformar:}$$

$$E_T = \frac{1}{2} K A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m \frac{4\pi^2}{T^2} A^2 = 2 m \pi^2 f^2 A^2$$

“A enerxía que transporta unha onda harmónica é función do cadrado da frecuencia, do cadrado da amplitude e da masa das partículas que vibran”

3.2- INTENSIDADE

Chamamos intensidade dunha onda nun punto a enerxía que atravesa a unidade de superficie perpendicular a dirección de propagación da onda na unidade de tempo.

$$I = \frac{E}{S \cdot t}$$

$$\text{A unidade no sistema internacional é: } \frac{J}{m^2 \cdot s} = \frac{W}{m^2}$$

Supoñamos que unha onda se propaga por un medio homoxéneo e que a súa enerxía se conserva sen disiparse no medio.

No caso dunha onda plana, toda a enerxía que atravesa un plano pasará a través doutro plano paralelo ao primeiro. **Para unha onda plana, a intensidade e a amplitude non varían dun punto a outro se non existe amortecemento.**

Se a onda é esférica, toda a enerxía que atravesa a superficie esférica de radio R_1 na unidade de tempo atravesa posteriormente a esfera de radio R_2 ($R_2 > R_1$) no mesmo tempo.

A Intensidade nos puntos situados a unha distancia R_1 do foco será: $I_1 = \frac{E}{4\pi R_1^2 t}$

A Intensidade nos puntos situados a unha distancia R_2 do foco será: $I_2 = \frac{E}{4\pi R_2^2 t}$

Dividindo membro a membro, quedanos: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}$

Como a intensidade é proporcional á Enerxía e esta é proporcional ao cadrado da Amplitude, e tendo en conta que a frecuencia f é cte por ser unha característica do foco emisor, temos:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \text{“A Amplitude dunha onda esférica é inversamente proporcional a distancia ao foco”}$$

Este efecto coñécese como *atenuación* da onda pola distancia ao foco.

3.3- ATENUACIÓN E ABSORCIÓN POLO MEDIO.

A medida que se afasta do foco emisor, a onda diminúe a súa enerxía debido a que:

- A enerxía propagada distribúese na fronte de onda e o nº de partículas en vibración aumenta, polo que a enerxía que acada a cada partícula é menor e, en consecuencia, vibran con menos enerxía. Este fenómeno recibe o nome de *atenuación ou diminución natural da enerxía*.
- Nas ondas reais hai perda de Enerxía por rozamento xa que o medio polo que se propagan non é perfectamente elástico e as ondas acaban por *amortecerse*. Prodúcese unha *Absorción* de enerxía por parte do medio no que se propaga a onda.

$$I = I_0 e^{-\beta R}$$

I = intensidade da onda a distancia R do foco emisor
 I_0 = intensidade no foco
 β = coeficiente de absorción do medio
 R = distancia ao foco (espesor do medio atravesado)

Se a Absorción é moi grande, a onda pode chegar a desaparecer.

A intensidade dunha onda decrece expoñencialmente coa distancia ao foco emisor segundo a seguinte ecuación:

4- PRINCIPIO DE HUYGENS.

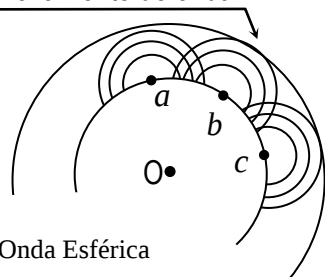
Christian Huygens (1629 – 1695) ideou un método xeométrico que permitía explicar fenómenos típicos das ondas que ata aquel momento no tiñan explicación.

Fronte de onda: *representa a tódolos puntos dunha onda que nun instante determinado teñen o mesmo estado de vibración, están en concordancia de fase.*

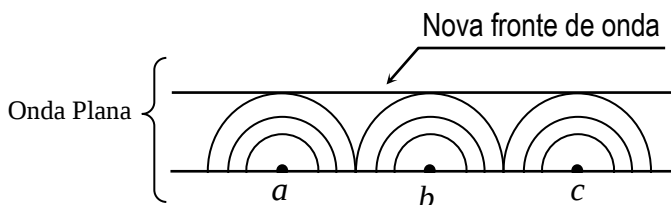
Raios: Son as rectas que indican a dirección de propagación da fronte de onda. Estas rectas son perpendiculares a fronte de onda en tódolos seus puntos.

Huygens enunciou o seu principio: “*Todo punto dunha fronte de onda convértese nun novo centro emisor de ondas secundarias de igual velocidade e frecuencia que a onda inicial. A superficie envolvente de todas elas constitúe unha nova fronte de onda*”

Nova fronte de onda



Onda Esférica

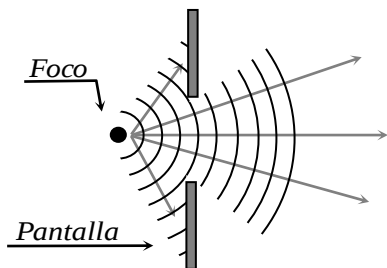


Onda Plana

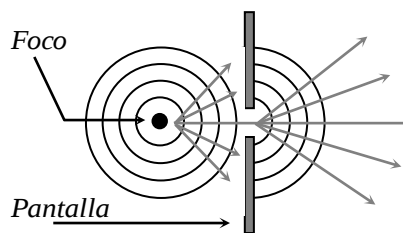
5- PROPIEDADES DAS ONDAS

5.1- DIFRACCIÓN

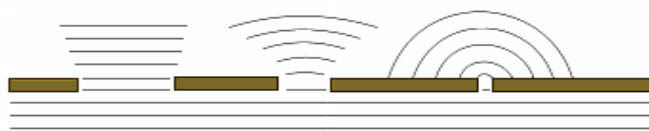
A difracción é a desviación na propagación rectilínea das ondas cando estas atravesan unha abertura ou pasan próximas a un obstáculo. Isto permite, por exemplo, que escoitemos a unha persoa que esta falando nunha habitación que está ao lado da que estamos nós.



Se a abertura é de tamaño superior a lonxitude de onda, as ondas propáganse seguindo a dirección rectilínea dos raios que parten da fonte.



Se a abertura é de tamaño comparable (un pouco maior ou menor) á lonxitude de onda, os raios cambian a súa dirección ao chegar a ela. Este fenómeno recibe o nome de **difracción**.



Este feito non se pode explicar baseándose na propagación rectilínea das ondas. O Principio de Huygens explica o fenómeno ao

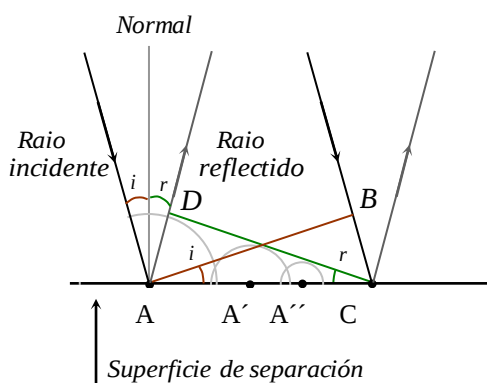
considerar que o orificio se converte nun novo centro emisor de ondas, o que lle permite a onda propagarse detrás do obstáculo ou rodear obxectos e propagarse detrás deles.

5.2- REFLEXIÓN E REFRACCIÓN.

Cando un movemento ondulatorio que se propaga por un medio acada a superficie de separación con outro medio de distinta natureza, parte da enerxía é devolta ao medio de procedencia producíndose un fenómeno que se chama **reflexión**. Ao mesmo tempo, outra parte da enerxía incidente transmítese ao outro medio mediante un fenómeno que se chama **Refracción**.

Ambos fenómenos podémoslos explicar aplicando o principio de Huygens. Vexamos unha xustificación xeométrica destes dous fenómenos:

REFLEXIÓN:



A onda incide sobre a superficie de separación formando un ángulo coa normal (*ángulo incidente*) e a onda reflectida forma un ángulo coa normal que se chama *ángulo reflectido*. Mentres a onda recorre a distancia BC, os puntos A, A' e A'' comezaron a producir ondas secundarias de igual velocidade v que a onda incidente. A envolvente de todas estas ondas secundarias é a nova frente de onda CD. Mentres a onda incidente recorre BC, a onda reflectida recorre AD coa mesma velocidade, polo que, AD e BC son iguais. Dado que ADC e ABC son dous triángulos

rectángulos coa hipotenusa común (AC) e un lado igual (AD e BC), teñen que ser dous triángulos iguais. Isto implica que $\hat{i}$ e $\hat{r}$ son iguais.

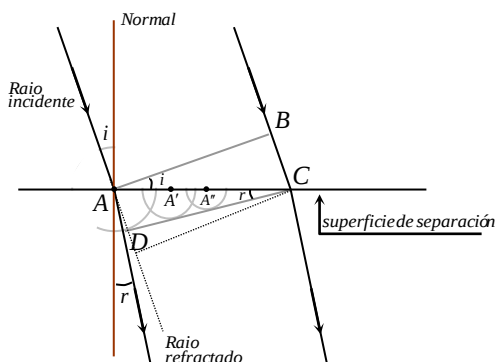
Leis da Reflexión:

1ª- O raio incidente, a normal e o raio reflectido están no mesmo plano.

2ª- O ángulo incidente $\hat{i}$ e o ángulo reflectido $\hat{r}$ son iguais: $\hat{i} = \hat{r}$

Cando se reflecte unha onda nunha superficie opaca e ríxida, prodúcese *oposición de fase*. Por exemplo, unha onda que se propaga por unha corda tensa suxeita por un dos seus extremos reflectese invertíndose.

REFRACCIÓN:



A refracción é un fenómeno que consiste no cambio na dirección de propagación que experimenta unha onda ao pasar dun medio a outro no que se modifica a súa velocidade.

Temos unha onda plana que incide na superficie de separación de dous medios materiais nos que a velocidade de propagación da onda é distinta. Neste caso a velocidade no segundo medio (v_2) é menor ca no primeiro (v_1).

A medida que os puntos da superficie de separación son alcanzados pola onda incidente convírtense segundo o principio de Huygens en novos focos de ondas secundarias que se propagan polo 2º medio con velocidade v_2 .

A onda emitida en A recorre AD no mesmo tempo que a onda incidente recorre BC. Polo tanto, neste caso os triángulos non son iguais $\Rightarrow AD < BC$

O único que teñen en común os dous triángulos rectángulos é a hipotenusa. Vemos, neste caso, que o ángulo incidente $\hat{i}$ é maior que o ángulo que forma o raio refractado $\hat{r}$.

Imos ver cal é a relación entre i e r :

Por cinemática sabemos que:
$$\begin{cases} BC = v_1 t \\ AD = v_2 t \end{cases} \quad \text{Dividindo: } \frac{BC}{AD} = \frac{v_1 t}{v_2 t} = \frac{v_1}{v_2}$$

Por trigonometría:
$$\begin{cases} BC = AC \sin \hat{i} \\ AD = AC \sin \hat{r} \end{cases} \quad \text{Dividindo: } \frac{BC}{AD} = \frac{AC \sin \hat{i}}{AC \sin \hat{r}} = \frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}}$$

Logo nos queda:
$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21} \Rightarrow \text{Lei de Snell}$$

Leis da Refracción:

1ª- O raio incidente, a normal e o raio refractado están no mesmo plano.

2ª- O cociente entre o seno do ángulo de incidencia e o seno do ángulo refractado é unha constante, pois o cociente entre as velocidades é constante ao seren estas constantes. Esta cte n_{21} recibe o nome de índice de refracción relativo do 2º medio respecto do 1º.

Neste caso, ao ser $v_1 > v_2$, $n_{21} > 1$. Se a velocidade no segundo medio fose maior que no 1º, entón: $n_{21} < 1$.

O raio refractado acércase á normal se $v_2 < v_1$, e afástase da normal cando $v_2 > v_1$. Neste 2º caso hai un ángulo incidente, chamado ángulo límite, para o cal o ángulo de refracción é de 90º.

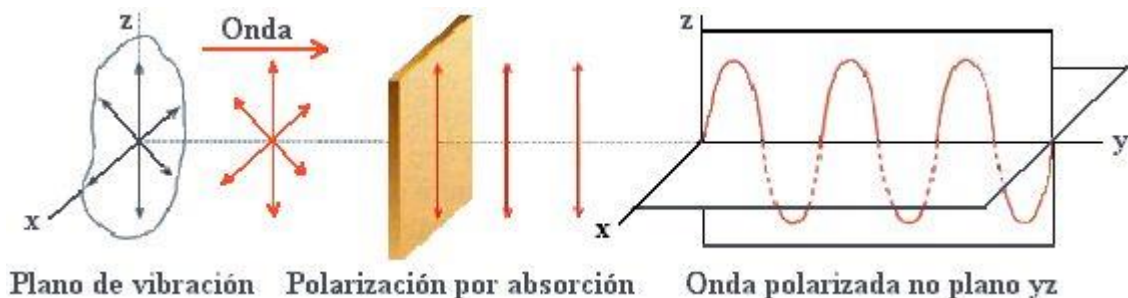
Neste caso $\sin \hat{r} = 1 \Rightarrow \sin \hat{i}_L = \frac{v_1}{v_2}$; $\hat{i}_L = \text{ángulo límite}$

5.3- POLARIZACIÓN.

Nas ondas transversais, as partículas poden vibrar en calquer plano perpendicular a dirección de propagación. Dicimos que unha onda non está polarizada cando son igualmente posibles tódalas direccións de vibración das partículas, ou ben, cando a onda está formada pola *superposición* (logo vemos o que é) de moitas ondas con vibracións que teñen lugar en moitas direccións, como no caso da luz. Se forzamos que as vibracións se produzan nun só plano, temos unha *onda polarizada plana*. Existen outros tipos de polarización como *circular* ou *elíptica*.

O plano determinado pola dirección de propagación e a dirección de vibración coñécese como *plano de polarización*.

Nas ondas lonxitudinais, como a dirección de vibración coincide coa dirección de propagación, xa non ten sentido falar de polarización. A *polarización* só se pode realizar nas ondas transversais.



6- FENÓMENOS DE INTERFERENCIA.

¿Qué ocorre ao atoparse, no mesmo punto, dúas ondas, xeneradas por focos distintos que se propagan polo mesmo medio? *Ten lugar unha interferencia.* O encontro nun punto do espazo de dous ou máis movementos ondulatorios que se propagan polo mesmo medio coñécese como interferencia.

No ano 1753, Daniel Bernuilli, realizando investigacións coas ondas sonoras enunciou o **principio de superposición**:

“Un punto dun medio que resulta acadado simultaneamente por dúas ondas que se propagan por el experimenta unha vibración que é a suma das que experimentaría se fose acadado por cada unha das ondas por separado.”

Cando as ondas se separan despois de interferir, continúan a súa propagación independentemente sen sufriren ningunha modificación. Isto permítenos escoitar, por exemplo, a unha soa persoa aínda que nos estean falando varias.

6.1- INTERFERENCIA DE DÚAS ONDAS HARMÓNICAS COHERENTES.

Dúas ondas son *coherentes* cando a diferenza das súas fases é cte ao longo do tempo ou teñen a mesma fase.

Imos estudar a interferencia de dúas ondas que ademais de ser coherentes, teñen a mesma amplitude, frecuencia e lonxitude de onda. Supoñamos que as ondas se producen nos focos F_1 e F_2 coa mesma fase. O punto P onde queremos estudar a interferencia dista x_1 m de F_1 e x_2 m de F_2 . O punto P está sometido nun instante determinado a dúas perturbacións y_1 e y_2 .

$$y_1 = A \sin(\omega t - kx_1) \quad y_2 = A \sin(\omega t - kx_2)$$

Polo principio de superposición: $y = y_1 + y_2 = A \sin(\omega t - kx_1) + A \sin(\omega t - kx_2)$

Tendo en conta que: $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2} \Rightarrow$

$$y = 2A \sin \frac{(\omega t - kx_1) + (\omega t - kx_2)}{2} \cdot \cos \frac{(\omega t - kx_1) - (\omega t - kx_2)}{2}$$

$$y = 2A \cos \frac{k(x_2 - x_1)}{2} \cdot \sin \frac{2\omega t - k(x_1 + x_2)}{2} = 2A \cos \frac{k(x_2 - x_1)}{2} \cdot \sin \left(\omega t - k \frac{x_1 + x_2}{2} \right)$$

Por similitude con $y = A \cdot \sin(\omega t - kx)$ temos:

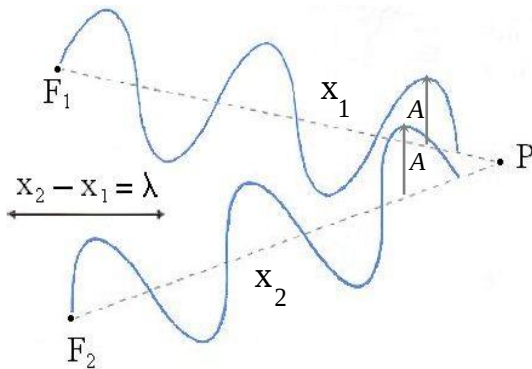
$$A_r = 2A \cos \frac{k(x_2 - x_1)}{2}; \text{ Como } \cos \alpha = \cos(-\alpha) \Rightarrow$$

A Amplitude resultante é: $A_r = 2A \cos \frac{k|x_2 - x_1|}{2}$ polo que podemos escribir:

$$y = A_r \cdot \sin\left(\omega t - k \frac{x_1 + x_2}{2}\right) \Rightarrow \text{Vemos que a onda resultante ten a mesma frecuencia e}$$

lonxitude de onda que as ondas que interfíren (por ter a mesma ω e a mesma k). A amplitude da onda resultante é variable pois depende da diferenca entre as distancias dos focos ao punto P.

INTERFERENCIA CONSTRUTIVA.



A diferenza de fase entre y_1 e y_2 , como xa sabemos, é:

$$\delta = |\varphi_2 - \varphi_1| = |(\omega t - kx_1) - (\omega t - kx_2)|$$

$\delta = k|x_2 - x_1|$. Cando $\delta = 2n\pi$ hai concordancia de fase e a interferencia é **Construtiva** polo que:

$$A_r = 2A \cos \frac{\delta}{2} = 2A \cos n\pi = \pm 2A \Rightarrow$$

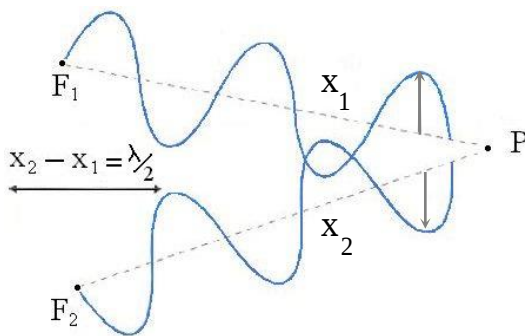
“As Amplitudes súmanse”

$$k|x_2 - x_1| = 2n\pi \Rightarrow |x_2 - x_1| = \frac{2n\pi}{k};$$

Como $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow |x_2 - x_1| = \frac{2n\pi}{\frac{2\pi}{\lambda}}$. Simplificando, queda: $|x_2 - x_1| = n\lambda$ ou $|x_2 - x_1| = 2n \frac{\lambda}{2}$

“Para que se produza interferencia construtiva é necesario que o valor absoluto da diferenza entre as distancias do punto aos focos sexa igual a un múltiplo enteiro da lonxitude de onda ou a un múltiplo par de media lonxitude de onda”

INTERFERENCIA DESTRUTIVA.



Cando $\delta = (2n+1)\pi \Rightarrow$ Hai oposición de fase

$$\Rightarrow A_r = 2A \cos \frac{\delta}{2} = 2A \cos (2n+1) \frac{\pi}{2} = 0$$

“As Amplitudes réstanse”

$$k|x_2 - x_1| = (2n+1)\pi \Rightarrow |x_2 - x_1| = \frac{(2n+1)\pi}{k}$$

$$|x_2 - x_1| = \frac{(2n+1)\pi}{\frac{2\pi}{\lambda}} \Rightarrow |x_2 - x_1| = (2n+1) \frac{\lambda}{2}$$

“Para que se produza interferencia destrutiva é necesario que o valor absoluto da diferenza entre as distancias do punto aos focos sexa igual a un múltiplo impar da metade da lonxitude de onda”

Aos puntos nos que se produce interferencia construtiva chámaseles **ventres**, e nos que se produce interferencia destrutiva, **nodos**. Tanto os ventres como os nodos cumpren que a diferenza de distancias entre dous puntos fixos (focos) é cte polo que matematicamente representan hipérbolas.

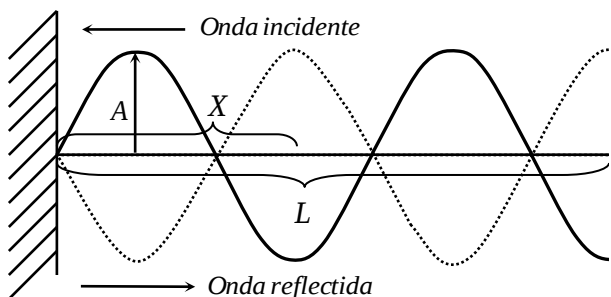
No caso máis xeral de que as ondas que interfíren teñan distinta amplitude, o tratamento é o mesmo pero, no caso de interferencia destrutiva, a amplitude resultante non é nula.

6.2- ONDAS ESTACIONARIAS.

Supoñamos que temos dúas ondas de idéntica amplitude, frecuencia e lonxitude de onda que se propagan polo espazo coa mesma dirección pero en sentidos contrarios. Á interferencia destas dúas ondas chámasele **onda estacionaria**.

Imos deducir como é a ecuación dunha onda estacionaria para os seguintes casos:

A) CORDA FIXA POR UN DOS SEUS EXTREMOS



Cando nunha corda cun extremo libre e o outro fixo xeramos unha onda, esta propágase ata o extremo fixo e reflíctese con oposición de fase volvendo ata o extremo libre. Tomando como orixe a parede, as elongacións producidas nun punto de abscisa x nun instante t son:

$$y_1 = A \sin(\omega t + kx) \text{ e } y_2 = A \sin(\omega t - kx + \pi) = -A \sin(\omega t - kx)$$

A elongación total será a suma destas dúas:

$$y = y_1 + y_2 = A \sin(\omega t + kx) - A \sin(\omega t - kx) = A[\sin(\omega t + kx) - \sin(\omega t - kx)]$$

Por trigonometría:

$$\sin(\omega t + kx) - \sin(\omega t - kx) = 2 \cos \frac{(\omega t + kx) + (\omega t - kx)}{2} \cdot \sin \frac{(\omega t + kx) - (\omega t - kx)}{2}$$

$$\sin(\omega t + kx) - \sin(\omega t - kx) = 2 \cos \frac{2\omega t}{2} \cdot \sin \frac{2kx}{2} = 2 \cos(\omega t) \cdot \sin(kx) \Rightarrow$$

$$\boxed{y = 2A \sin(kx) \cdot \cos(\omega t)} \text{ con } A_r = 2A \sin(kx). \text{ Tamén son Ecs de onda estacionaria:}$$

$$\boxed{y = 2A \sin(kx) \cdot \sin(\omega t)} \text{ ou } \boxed{y = 2A \cos(kx) \cdot \sin(\omega t)} \text{ ou } \boxed{y = 2A \cos(kx) \cdot \cos(\omega t)}$$

“A onda estacionaria ten a mesma frecuencia e lonxitude de onda que as ondas orixinais e a súa amplitude depende da posición do punto na corda, pero non do tempo”

A **amplitude será mínima** (nodo) cando: $\sin(kx) = 0 \Rightarrow kx = n\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = n\pi$.

Simplificando e despexando: $x = n \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \boxed{x = 2n \frac{\lambda}{4}}$

A **amplitude será máxima** (ventre) cando: $\sin(kx) = \pm 1 \Rightarrow kx = \frac{\pi}{2} + n\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{\pi}{2} + n\pi$.

Simplificando e despexando: $x = \frac{\lambda}{4} + n \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{4} + 2n \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \boxed{x = (2n+1) \frac{\lambda}{4}}$

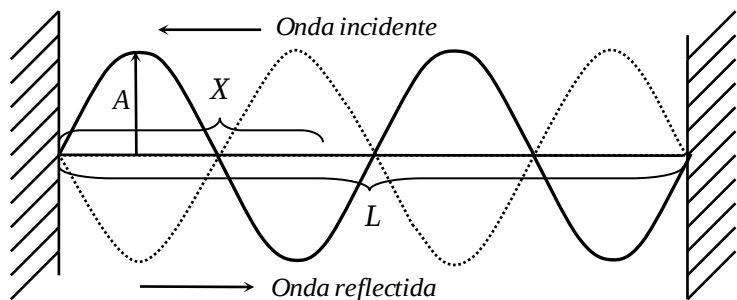
No extremo libre da corda ($X=L$) xenérase continuamente un ventre polo que a ecuación anterior se transforma en $L = (2n+1) \frac{\lambda}{4}$ e $\boxed{\lambda = \frac{4L}{(2n+1)}}$ representa tódalas lonxitudes de onda posibles para unha corda de lonxitude L fixa por un dos seus extremos.

Como $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda}$. Logo: $f = \frac{v}{4L(2n+1)}$; $f = (2n+1) \frac{v}{4L}$

As frecuencias posibles son múltiplos impares da frecuencia fundamental: $f_1 = \frac{v}{4L}$

Como os nodos están continuamente en repouso, a onda non viaxa pola corda. Por eso se chama *estacionaria*. **A Enerxía non se pode transportar pola corda, polo que, non é unha onda en sentido estrito.** En cada punto, excepto nos nodos, a E_c estase transformando continuamente en E_p elástica, e viceversa. Tódolos puntos, excepto os nodos, vibran coa mesma frecuencia e a amplitude é variable dependendo da súa posición. **No mesmo instante acadan todos a posición central respecto á oscilación.**

B) CORDA FIXA POLOS DOUS EXTREMOS



Neste caso, nos extremos temos dous nodos polo que en $x=L$ hai un nodo. Aplicando a condición de nodo (Amplitude mínima) temos:

$$x = L = 2n \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{n}$$

Como $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda}$ temos que: $f = \frac{v}{2L} \Rightarrow f = n \frac{v}{2L}$

As frecuencias posibles son múltiplos enteiros da frecuencia fundamental: $f_1 = \frac{v}{2L}$

7- O SON

As ondas sonoras xenéranse mediante a propagación de compresións e dilatacións das partículas do medio elástico polo que se desprazan. Chámanselle ondas de presión e son ondas lonxitudinais.

O oído humano só detecta sons con frecuencias comprendidas entre 20 e 20.000 Hz

7.1- VELOCIDADE DE PROPAGACIÓN.

A velocidade de propagación do son é independente da fonte sonora pero depende da natureza do medio polo cal se propaga. A velocidade é maior nos sólidos que nos líquidos, e nestes, maior que nos gases.

Velocidade nos sólidos	Velocidade nos líquidos	Velocidade nos gases
$V_s = \sqrt{\frac{E}{d}}$	$V_l = \sqrt{\frac{Q}{d}}$	$V_g = \sqrt{\frac{\gamma P}{d}} ; V_g = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$
E = módulo de Young ou elasticidade de volume. (Unidade S.I.=N/m ² =Pa) d = densidade do sólido.	Q = módulo de compresibilidade do líquido (Unidade S.I. = N/m ² = Pa) d = densidade do líquido.	γ = coeficiente adiabático ($\gamma_{\text{aire}}=1,4$) P = presión do gas (Unidade S.I. = Pa) R = cte dos gases (8,314 J.mol ⁻¹ .K ⁻¹) T = temperatura absoluta M = masa molecular do gas d = densidade do gas

Ao igual que en tódalas ondas mecánicas, cúmprese que: $v = \lambda/T$

A velocidade do son no aire é aproximadamente de 340 m/s á temperatura de 20°C.

7.2- CUALIDADES DO SON: INTENSIDADE, TON E TIMBRE.

Intensidade: A intensidade é, como xa sabemos, a enerxía que atravesa a unidade de superficie na unidade de tempo. O oído humano é capaz de detectar sons a partir dun certo valor da intensidade, denominado *umbral de audición*. Este valor umbral depende da frecuencia do son, polo que algúns sons menos intensos escoítanse mellor que outros. Tamén existe un valor de intensidade, dependente da frecuencia do son, a partir do cal experimentamos dor. Coñécese como *umbral de dor*.

Para medir o nivel de intensidade sonora percibido polo oído establécese unha escala logarítmica. O nivel de intensidade sonora mídese en dB (decibelios).

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta = \text{nivel de intensidade sonora (dB)} \\ I = \text{intensidade do son (W/m}^2\text{)} \\ I_0 = \text{intensidade de referencia, umbral de} \\ \text{Audición} = 1,0 \cdot 10^{-12} \text{ W/m}^2 \end{array} \right.$$

0 dB equivale ao umbral de audición e 120 dB ao umbral de dor. Os sons de menos de 10dB son dificilmente audibles e a partir de e 100 molestan

Ton: Esta relacionado coa frecuencia do son:

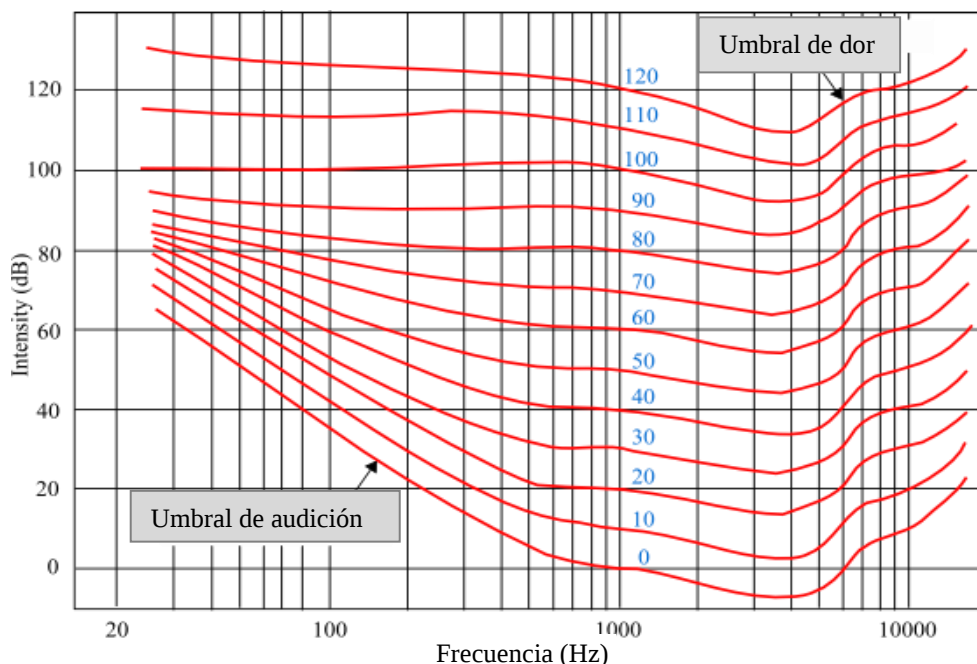
- *Tons baixos:* Os sons son *graves* e corresponden a ondas de frecuencia baixa.
- *Tons altos:* Os sons son *agudos* e corresponden a ondas de frecuencia alta.

Timbre: O timbre é a cualidade mediante a cal podemos distinguir dous sons da mesma intensidade e a mesma frecuencia (ton) emitidos por dúas fontes sonoras distintas. (dous instrumentos musicais distintos por exemplo).

Isto é debido a que os sons non son puros (ondas sinusoidais perfectas) senón que son o resultado de varias ondas superpostas a onda fundamental e que se denominan *armónicos* ou *sobretóns*. O Timbre depende do nº, intensidade e frecuencia dos armónicos que acompañan á onda fundamental.

7.3- CONTAMINACIÓN ACÚSTICA.

Denomínase contaminación acústica a produción de son e ruidos excesivos. O avellentamento da persoa leva asociado unha perda gradual da capacidade auditiva. A contaminación acústica provoca un adiantamento deste proceso. O estado español está catalogado, según a O.M.S, como un dos países máis ruidosos de Europa. Existe unha normativa oficial sobre ruidos e contaminación acústica e as autoridades municipais teñen competencias nesta materia pero o caso é que pode existir moita permisividade na sociedade e falta de concienciación.

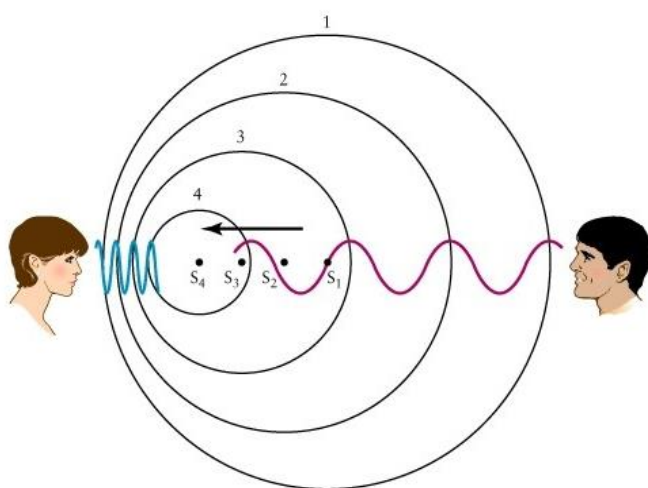


8- RESONANCIA

A resonancia prodúcese cuando dous o máis corpos comezan a oscilar conxuntamente coa mesma frecuencia baixo a acción de forzas exteriores relativamente débiles, as cales actúan de xeito periódico sobre os corpos oscilantes con un período de oscilación que coincide co propio deles. En *estado de resonancia* os corpos acumulan unha enerxía tal que en determinadas condicións incluso poden chegar a ter efectos destrutivos.

Se a un oscilador o sometemos desde o exterior a vibracións de frecuencias diferentes as súas frecuencias naturais non da ondas estacionarias e a amplitude da onda resultante non aumentará. Pero se a frecuencia da perturbación exterior coincide con algunha das súas frecuencias naturais e tal perturbación non é instantánea senon duradeira, os seus efectos serán acumulativos e a amplitude de vibración da onda estacionaria resultante irá en aumento. A tal fenómeno coñéceselle co nome de resonancia, e é o causante de efectos catastróficos (ruptura de copas ou vasos ante determinados sons, derrumbamento de pontes sometidas a perturbacións periódicas do vento ou de outro tipo, derramamento da auga dun cubo cando se lle proporciona o vaivén axeitado, etc.), e de efectos beneficiosos (a amplificación de ondas estacionarias dentro dos baffles dun tocadiscos aumenta a calidade do son).

9- EFECTO DOPPLER



Consiste no cambio na frecuencia dunha onda producido polo movemento da fonte respecto ao observador, ou a inversa, do observador respecto da fonte emisora, ou de ámbolos dous.

No caso de ondas sonoras, a nosa experiencia confírmanos a diário que a tonalidade dun son emitido por unha fonte que se aproxima ao observador é máis aguda que cando a fonte de emisión se alonxa.

Cando foco e observador están en movemento relativo a frecuencia

emitida polo foco f_F non é a mesma que a recibida polo observador f_O :

$$f_O = f_F \frac{v \pm v_O}{v \pm v_F}$$

O criterio de signos para v_O e v_F é:

- +/- : cando foco e observador se acercan
- /+ : cando foco e observador se alonxan
- v : velocidade de propagación da onda no medio
- v_O : velocidade do observador
- v_F : velocidade do foco

PROBLEMAS

1- Unha ambulancia que se move con unha velocidade de 80 km/h fai sonar a súa sirena con unha frecuencia de 450 Hz. En sentido contrario, móvese un coche con unha velocidade de 90 km/h. Determinar a frecuencia que percibe o condutor do coche cando:

a) Os vehículos aproxímanse. **516,87 Hz** b) Os vehículos alónxanse. **391,34 Hz** DATO: $v_{\text{son aire}}$, 340 m/s

2- Un automóbil que circula a 100 km/h, adianta a outro que vai a 80 km/h, facendo soar o seu claxon. Se a frecuencia do claxon é de 490 Hz, hachar a frecuencia que percibe o condutor adiantado antes e despois de ser adiantado. **498,15 Hz** , **482,12 Hz** DATO: $v_{\text{son aire}}$, 340 m/s

10- ÓNDAS ELECTROMAGNÉTICAS



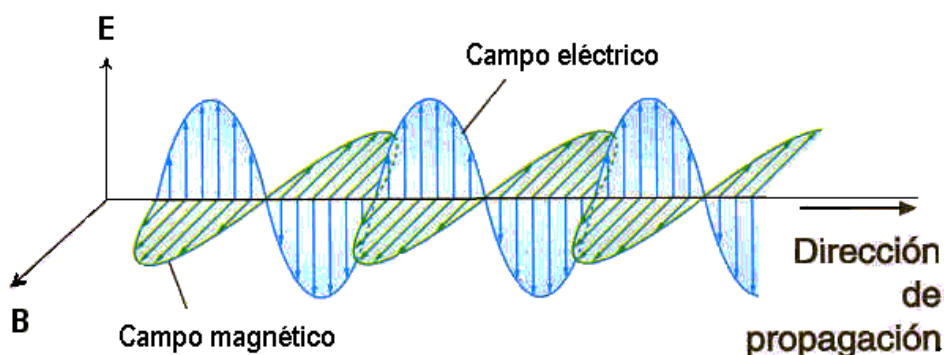
James Clerk Maxwell (Edimburgo, 1831 – Cambridge, 1879) foi un gran matemático e físico escocés. Xa desde novo se sentiu atraído polas matemáticas, pois estaba dotado dunha sorprendente habilidade e intuición. Foi o maior físico teórico do século XIX.

As súas maiores contribucións científicas foron a súa teoría do campo electromagnético e a súa teoría electromagnética da luz. Sintetizou tódolos coñecementos previos sobre electricidade e magnetismo en *catro ecuacións*. Estas ecuacións demostraron que a electricidade, o magnetismo e a luz non son máis que manifestacións dun mesmo

fenómeno: *O campo electromagnético*.

Maxwell desenvolveu a súa *teoría do campo electromagnético* entre 1861 e 1864, e predicou a existencia e características das *ondas electromagnéticas*. Maxwell descubriu que estas debían de propagarse á velocidade da luz e que a luz non era máis ca unha forma de radiación electromagnética.

As ondas electromagnéticas son transversais e consisten na *propagación*, sen necesidade de ningún soporte material dun campo eléctrico e dun campo magnético perpendiculares entre si e á *dirección de propagación*.



A predicción de Maxwell sobre a existencia das ondas electromagnéticas foi confirmada en 1887 polo físico alemán H. Hertz (descubridor tamén do efecto fotoeléctrico), que produciu e detectou este tipo de ondas.

11- CARACTERÍSTICAS DAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

- Son orixinadas por *cargas eléctricas aceleradas*.
- Consisten na *variación periódica do estado electromagnético do espazo*. Un campo eléctrico variable produce un campo magnético variable. Este, á súa vez, orixina un campo eléctrico e así, sucesivamente, propáganse os dous no espazo.
- Non necesitan soporte material para propagarse.
- Os vectores dos campos eléctrico e magnético, $\vec{E}$ e $\vec{B}$, varían *sinusoidalmente* co tempo e a posición, polo que lles son aplicables as ecuacións dadas para as ondas harmónicas:

$$E = E_0 \cdot \sin(\omega t - kx) ; B = B_0 \cdot \sin(\omega t - kx)$$

- Os módulos dos vectores $\vec{E}$ e $\vec{B}$, nunha posición e nun tempo determinados, cumpren: $\boxed{\frac{E}{B} = c}$

c = velocidade da onda

- A *velocidade* das ondas electromagnéticas depende do medio de propagación. O seu valor no baleiro vén dado pola expresión:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

ϵ_0 (constante dieléctrica do baleiro) = $8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$
 μ_0 (permeabilidade magnética do baleiro) = $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$

Se se substitúen estes valores na expresión dada, compróbase que $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- As ondas electromagnéticas tamén cumpren as relacións entre velocidade, λ e T : $c = \frac{\lambda}{T}$

Exercicio resolto

Unha onda electromagnética plana sinusoidal desprázase no baleiro no sentido positivo do eixe X, sendo a súa frecuencia $2 \cdot 10^8 \text{ Hz}$ e o valor máximo do campo eléctrico $E_0 = 500 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$. Calcula: a) a lonxitude de onda e o período; b) o valor máximo do campo magnético correspondente e as ecuacións dos campos eléctrico e magnético.

- Datos: $f = 2 \cdot 10^8 \text{ Hz}$; $E_0 = 500 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

a) Lonxitude de onda $\lambda = c \cdot T = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 10^8 / \text{s}} = 1,5 \text{ m}$. Período:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

b) Amplitude do campo magnético, B_0 : $B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{500 \text{ N/C}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 1,7 \cdot 10^{-6} \text{ T}$

As ecuacións para unha onda que se propaga no sentido positivo do eixe OX son:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5 \cdot 10^{-9}} = 1,26 \cdot 10^9 \frac{\text{rad}}{\text{s}} ; k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1,5} = 4,2 \text{ m}^{-1}$$

$$E = 500 \cdot \sin(1,26 \cdot 10^9 t - 4,2x) ; B = 1,7 \cdot 10^{-6} \cdot \sin(1,26 \cdot 10^9 t - 4,2x) \text{ (S.I.)}$$

12- ESPECTRO ELECTROMAGNÉTICO

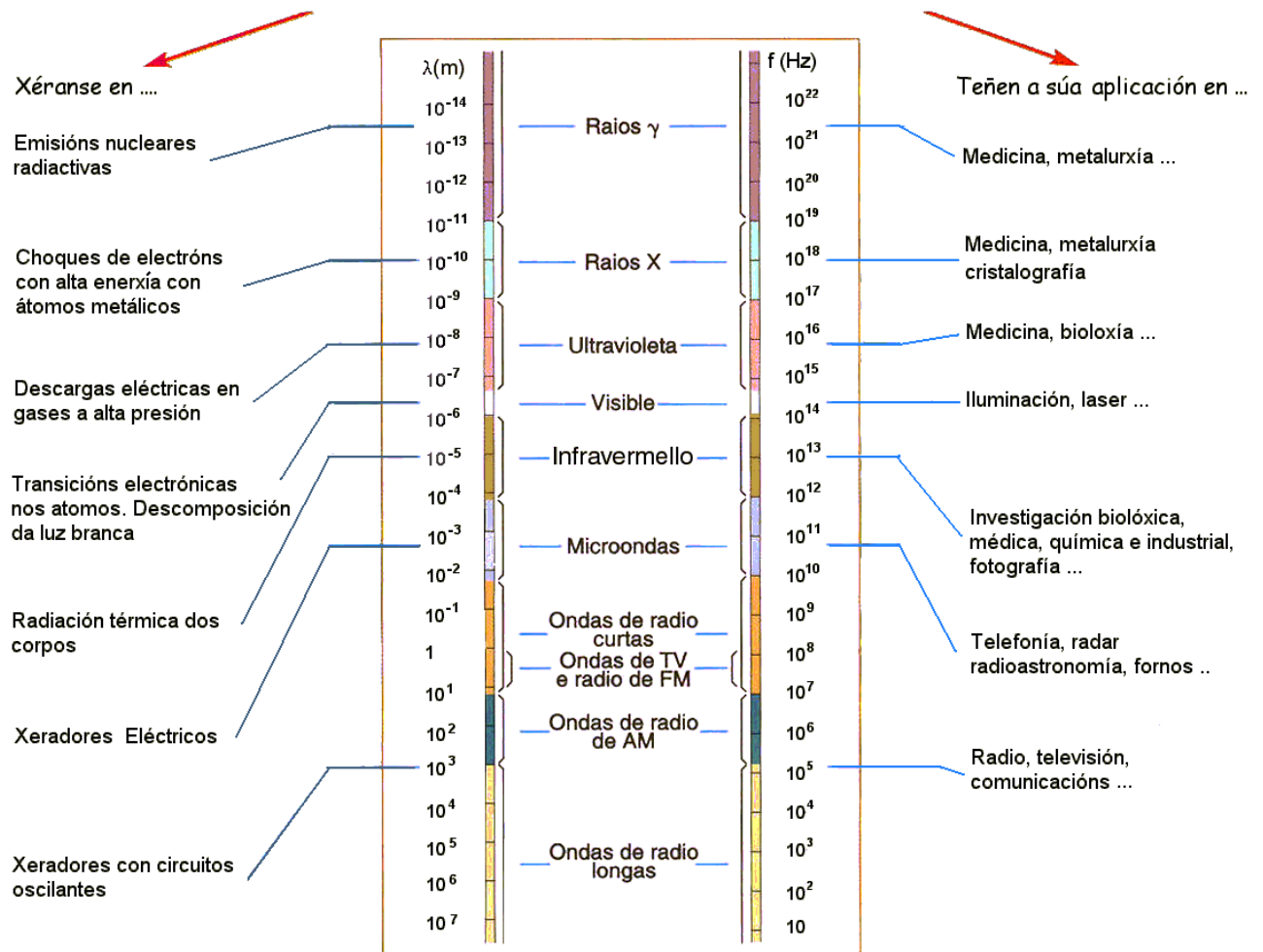
A luz é unha onda electromagnética, pero non todas as ondas electromagnéticas son percibidas polo ollo humano.

Hoxe en día coñecemos moitas clases de ondas electromagnéticas que cubren de forma continua unha ampla marxe de lonxitudes de onda, desde decenas de kilómetros ata 10^{-14} m .

Chamámoslle espectro electromagnético á secuencia de tódalas ondas electromagnéticas coñecidas, ordenadas segundo a súa lonxitude de onda ou a súa frecuencia.

Todas as ondas electromagnéticas teñen en común a súa natureza. Porén, cada grupo de ondas, caracterizado por un intervalo determinado de lonxitudes de onda e frecuencias, ten a súa propia forma de produción, así como unhas aplicacións prácticas específicas.

Os diferentes grupos de ondas do espectro...



8.4- DISPERSIÓN

O índice de refracción dunha substancia é función da lonxitude de onda que á atravesas:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0 / T}{\lambda / T} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

Vemos que canto maior sexa a lonxitude de onda dunha radiación cando atravesas unha substancia menor vai a ser n . Debido a isto, cando un feixe de raios de luz de distinta lonxitude de onda (luz branca) incide sobre un material refractante, cada radiación das que compoñen o feixe vaise desviar un ángulo distinto.

A este fenómeno coñéceselle co nome de **dispersión** e é o causante da aparición do *arco da vella* que se produce cando a luz solar (branca) atravesas as gotas de auga que hai en suspensión na atmósfera despois de chover.

PROBLEMAS

- 1- A ecuación dunha onda é $y = 0,2\sin(60\pi t - 50\pi x)$ e unidades S.I. Calcula:
 - a) v de propagación da onda.
 - b) v de vibración do punto que ocupa a posición $x = 2\text{m}$ para $t = 10\text{s}$.
 - c) A aceleración máxima nese punto no seu movemento de vibración.

Solucións: a) $1,2\text{ m/s}$; b) $12\pi\text{ m/s}$; c) $720\pi^2\text{ m/s}^2$
- 2- Unha onda armónica transversal propágase nunha corda coa seguinte función de onda (no SI) $y(x,t) = 0,005\sin(400\pi t - 20\pi x)$. Determina:
 - a) O período, a frecuencia e a lonxitude de onda.
 - b) O sentido no que se move a onda e a velocidade de propagación da onda.
 - c) ¿Cal é a ecuación da elongación e da velocidade dunha partícula "A" situada no punto $x = -30\text{cm}$? ¿E o valor de éstas no instante $t = 1\text{s}$?
 - d) ¿Cal é a velocidade máxima de ese punto? ¿Qué diferenza existe entre a velocidade de propagación da onda e a velocidade do punto A?
- 3- Unha onda ven caracterizada por ter unha Amplitude de $0,12\text{m}$, unha frecuencia de 10Hz e unha $\lambda = 0,2\text{m}$. Calcula:
 - a) período e velocidade da onda.
 - b) Expresión da ecuación que nos dá todos os puntos que están en fase co que ocupa a posición $x = 3\text{m}$.
- 4- Un foco emite ondas esféricas cunha potencia de 20W . Calcula a intensidade da onda a unha distancia de $R_1 = 2\text{ m}$ e $R_2 = 4\text{ m}$ do foco. ¿Cal é a relación entre as intensidades e as amplitudes a esas distancias do foco?
- 5- Unha onda sonora plana penetra dende o aire a auga formando certo ángulo coa normal. Razoa se a onda refractada se achegará a normal ou se afastará dela.
- 6- Un altafalante emite con unha potencia de 40W . Calcula a intensidade da onda sonora nos seguintes puntos: a) a unha distancia $d_1 = 5\text{m}$, b) a unha distancia $d_2 = 10\text{m}$, c) a unha distancia $d_3 = 15\text{m}$. Compara estes valores co umbral de audición humano ($I_0 = 10^{-12}\text{ W/m}^2$) e mide esas intensidades en decibelios.
- 7- Elixe a opción correcta e razónaa. A amplitude dunha onda está relacionada con: a) Período. b) lonxitude de onda. c) frecuencia. d) intensidade.
- 8- Certa fonte sonora puntual emite ondas á potencia de 60W . Calcula:
 - a) A intensidade a 5m da fonte; b) a cantos metros desta o nivel de intensidade sonora é de 50dB .
- 9- Unha onda de frecuencia 225Hz pasa do medio onde se propaga a 120 m/s a outro onde a velocidade de propagación é de 210m/s . Calcula: a) O índice de refracción do 2º medio respecto do primeiro. b) as lonxitudes de onda en cada un deles.

Solución: a) $0,57$; b) $0,53\text{m}$, $0,93\text{m}$.
- 10- Unha corda vibra de acordo coa ecuación $y(x,t) = 5\sin(3\pi x)\cos(40\pi t)$ onde x ven dado en centímetros e t en segundos. Pídesese: a) A amplitude e a velocidade das ondas incidente e reflectida cuxa superposición dá lugar a onda estacionaria. S: $2,5\text{ cm}$; $v = 13,3\text{ cm/s}$
 b) Distancia entre dous nodos consecutivos (1º armónico). S: $0,33\text{ cm}$
 c) A velocidade dunha partícula na corda na posición $x = 1,5\text{ cm}$ cando $t = 9/8\text{ s}$.

11- Unha onda estacionaria ten por Ec: $y = 10\cos\left(\frac{\pi}{6}x\right)\cos(10\pi t)$ onde x e y mídense en cm e t en s. Determina:

- Magnitudes características das dúas ondas que o interferir dan lugar a onda estacionaria.
- Posición dos nodos e distancia entre un ventre e un nodo consecutivos.
- Velocidade de vibración da partícula situada en $x = 3\text{cm}$.

Solución: a) $A = 5\text{cm}$, $v = 5\text{Hz}$, $\lambda = 12\text{cm}$, $v = 60\text{cm/s}$; b) 3cm ; c) $v = 0$

12- Un punto está sometido a acción de dúas ondas idénticas que parten de focos situados, respectivamente, a 26 cm e 25,8 cm do punto. Se a velocidade de propagación da onda é de 1200 m/s, determina cal deberá ser a frecuencia de ambos focos para que no 1º punto ($n=0$) se produza unha interferencia destructiva.

Solución: 300.000Hz

13- Cando nunha guitarra se acorta a lonxitude dunha corda, ¿por qué o son resulta máis agudo?

14- Unha onda transmítese ao longo de unha corda. O punto situado en $x = 0$ oscila según a ecuación $y = 0,1\cos 10\pi t$ e outro punto situado en $x = 0,03\text{ m}$ oscila según a ecuación $Y = 0,1\cos (10\pi t - \pi/4)$. Calcula:

- a constante de propagación, a velocidade de propagación e a lonxitude de onda. 0,24m 1,2
- a velocidade de oscilación dun punto calquera da corda $-3,14 \sin[10\pi t - (25\pi/3)x]\text{m/s}$

15- Nunha corda tensa de 16 m de lonxitude, cos seus extremos fixos, xenerouse unha onda de ecuación:

$$y(x, t) = 0,02 \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)\cos(8\pi t) \quad (S.I.)$$

- Calcula velocidade en función do tempo dos puntos da corda que se atopan a 4 m e a 6 m, respectivamente dun dos extremos e comenta os resultados.
- Calcula a distancia entre nodos dos nodos consecutivos. ¿A qué modo de vibración corresponde a ecuación anterior?

29- Un tren que leva una velocidade constante, fai soar o seu silbato cando pasa por unha estación. Un observador en reposo na estación percibe o sonido de 690 Hz cando se acerca o tren, mentras que cando se alonxa, a frecuencia é de 610 Hz. Hachar a velocidade do tren e a frecuencia do silbato.

30- Calcula o índice de refracción dun medio polo que se propaga un campo eléctrico dado pola ecuación: $E(x, t) = 10^{-3} \cos (5 \cdot 10^{10} t - 200x) \text{ V/m}$. Sol.: $n = 1,2$

31- O campo eléctrico dunha onda plana no baleiro é $E = 100 \sin (3 \cdot 10^{15} t - 1,0 \cdot 10^7 x) \text{ (SI)}$. Calcula:

- a lonxitude de onda e a frecuencia; a amplitude do campo magnético correspondente e a súa ecuación.

Sol.: a) $6,28 \cdot 10^{-7} \text{ m}$; $4,77 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$; b) $B = 3,33 \cdot 10^{-7} \text{ T}$