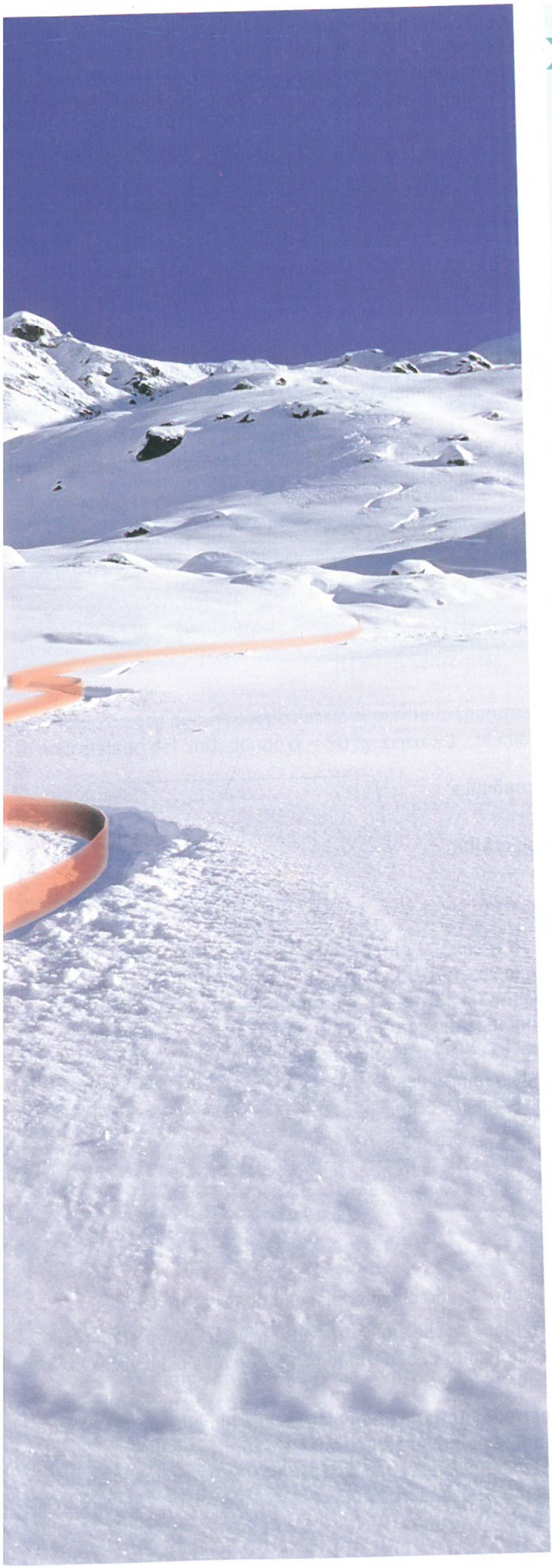
11 Estudio de situaciones dinámicas

El descenso por una pista de esquí permite estudiar la relación entre las fuerzas que actúan sobre un cuerpo y su movimiento. La masa del esquiador y sus huellas en la nieve informan acerca del peso y de la fricción que ejerce la nieve sobre las tablas de esquí; la inclinación de la pendiente es un factor importante para el cálculo de la aceleración, y la postura del esquiador da una idea de si está bajando con un movimiento rectilíneo o si describe una curva.



Recuerda y reflexiona

Primer principio de la dinámica

1. En ocasiones los esquiadores suben al inicio de una pista con la ayuda de un cable que tira de ellos con velocidad constante.

a) ¿Por qué, si hay una fuerza que actúa sobre el esquiador, la velocidad es constante?

b) ¿Qué nombre recibe la fuerza que realiza el cable?

a) Para que la velocidad sea constante, la fuerza resultante sobre el objeto en movimiento debe ser cero (primer principio de la dinámica). La fuerza que el esquiador recibe del cable compensa la suma de la componente horizontal del peso y de la fuerza de fricción entre la nieve y los esquís.

b) A la fuerza que una cuerda o un cable ejercen sobre un objeto se la denomina tensión.

Relación matemática entre fuerza y aceleración

2. Un esquiador desciende en línea recta por una pendiente nevada.

a) Indica qué fuerza le hace descender.

b) ¿Qué tendría que ocurrir para que bajara a velocidad constante?

c) Indica el tipo de aceleración que tendrá.

a) La fuerza que le hace descender es su propio peso (al estar sobre un plano inclinado, en realidad es la componente de dicho peso en la dirección de este plano).

b) Que la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él sea cero. En este caso, la fuerza de rozamiento debería compensar a la componente del peso en la dirección del plano horizontal.

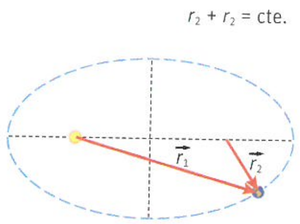
c) Al llevar una trayectoria rectilínea, su única aceleración posible es tangencial.

Tercer principio de la dinámica

3. Describe cómo se impulsa un esquiador en una pista plana.

Generalmente lo hace impulsándose con los bastones y deslizando primero un esquí y luego, el otro. El esquiador interacciona con la pista de forma que el bastón ejerce una fuerza sobre la nieve hacia atrás y la nieve ejerce sobre el esquiador otra fuerza igual y de sentido contrario hacia delante.

1 Leyes de Kepler sobre el movimiento planetario



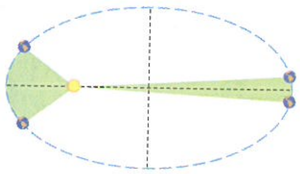


Figura 11.1. La primera y segunda leyes de Kepler sobre el movimiento planetario describen la forma de las órbitas y la velocidad de los planetas.

Hasta mediados del siglo XVI mucha gente creía que la Tierra era el centro del universo. En 1543 el astrónomo polaco Nicolás Copérnico sugirió que la Tierra y los demás planetas giraban en órbitas circulares alrededor del Sol.

A finales del siglo XVI el astrónomo danés Tycho Brahe midió, con gran precisión, la posición de los planetas durante más de veinte años y su discípulo, Johannes Kepler, fue capaz de resumir los datos de Brahe en tres leyes que describen matemáticamente el movimiento de los planetas:

Primera ley de Kepler o ley de las órbitas (1609). Los planetas describen órbitas elípticas alrededor del Sol, encontrándose este en uno de sus focos.

Kepler también comprobó que los planetas no giran en torno al Sol con rapidez constante, sino que se mueven con mayor rapidez cuando están más cerca del Sol.

Segunda ley de Kepler o ley de las áreas (1609). El radio vector que une el Sol y un planeta (con origen en el Sol y extremo en el planeta) barre áreas iguales en tiempos iguales.

Diez años después, Kepler encontró una relación entre el tiempo que tarda un planeta en describir una órbita alrededor del Sol y la distancia respecto de este.

Tercera ley de Kepler o ley de los períodos (1619). El cuadrado del período de revolución, T, de un planeta es proporcional al cubo de la distancia media que lo separa del Sol:

$$\boxed{\frac{T^2}{r^3} = k}$$

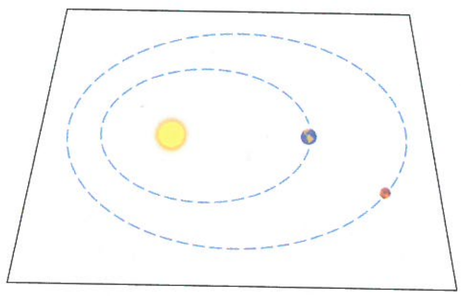
EJERCICIOS RESUELTOS

1 El período orbital de la Tierra alrededor del Sol es de un año (365,25 días).

a) Calcula La distancia media entre el Sol y la Tierra, denominada unidad astronómica (UA).

b) Si la distancia media de la órbita de Marte es $2,28 \cdot 10^{11}$ m, obtén el período orbital de Marte en años.

Dato: Constante de Kepler, $k = 2,97 \cdot 10^{-19}$ s^{2}m^{-3}



a) Se aplica la tercera ley de Kepler y se despeja la distancia media:

$$\frac{T^2}{r^3} = k \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T^2}{k}} = \sqrt[3]{\frac{\left[(365{,}25\,\text{día})\left(86\,400\,\text{s}\,\text{día}^{-1}\right)\right]^2}{\left(2{,}97 \cdot 10^{-19}\,\text{s}^2\,\text{m}^{-3}\right)}} = 1{,}50 \cdot 10^{11}\,\text{m}$$

b) Aplicando la tercera ley a la Tierra y a Marte y dividiendo miembro a miembro las expresiones:

$$\frac{T_T^2}{r_T^3} = \frac{T_M^2}{r_M^3} \Rightarrow T_M = T_T\sqrt{\frac{r_M^3}{r_T^3}} = (1\,\text{año})\sqrt{\left(\frac{2{,}28 \cdot 10^{11}\,\text{m}}{1{,}50 \cdot 10^{11}\text{m}}\right)^3} = 1{,}87\,\text{años}$$

ACTIVIDADES

1. En la siguiente tabla se muestran los datos del período de algunos planetas y la distancia media al Sol en unidades astronómicas. Representa gráficamente T^2-r^3.

Planeta	Período (años terrestres)	Distancia media (UA)
Marte	1,88	1,53
Júpiter	11,8	5,20
Saturno	29,5	9,54
Urano	84,0	19,18

2. Razona sobre la veracidad o falsedad de las afirmaciones.

a) Si un planeta A se encuentra dos veces más alejado del Sol que el planeta B, el período orbital de A es ocho veces mayor que el de B.

b) El período orbital de Ganímedes, una luna de Júpiter es de 7,1664 días y su distancia media a Júpiter es $1,07 \cdot 10^7$ m. La constante k de las lunas de Júpiter es distinta a la de los planetas del sistema solar.

1.1. La conservación del momento angular y las leyes de Kepler

Las leyes de Kepler no dicen nada acerca de las causas que provocan el movimiento de los planetas. Medio siglo después, Isaac Newton consideró que los planetas eran atraídos por el Sol mediante una fuerza que está dirigida constantemente hacia él: una **fuerza central**.

> Una fuerza ejercida sobre un objeto es central cuando el vector posición del objeto es paralelo a la fuerza. Por ejemplo, las fuerzas gravitatorias sobre los planetas.

En las fuerzas centrales y, por tanto, en las gravitatorias, se cumple que el momento de esta fuerza, $\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}$, con respecto al Sol es cero (por ser $\vec{r}$ paralelo a $\vec{F}$). Además, el momento de la fuerza se puede expresar como la variación con respecto al tiempo del momento angular:

$$\vec{M}=\frac{d\vec{L}}{dt}=0 \Rightarrow \vec{L}=\vec{r}\times m\vec{v}=\text{cte.}$$

El momento angular, $\vec{L}$, del planeta con respecto al Sol permanece constante. Al ser una magnitud vectorial, no cambia ni en módulo, ni en dirección, ni en sentido:

- Al no variar la dirección de $\vec{L}$, el movimiento del planeta tiene lugar en un plano.
- Como $\vec{L}$ mantiene el sentido constante, el planeta recorre la elipse siempre en el mismo sentido.
- La conservación del módulo del momento angular es coherente con el comportamiento descrito en la segunda ley de Kepler:

$$|\vec{L}|=rmv\,\text{sen}\,\alpha=\text{cte.}$$

En el caso de dos puntos particulares, el perihelio (punto más cercano al Sol) y el afelio (punto más alejado del Sol), donde α = 90° y $\text{sen}\,\alpha=1$, se cumple:

$$|\vec{L}_P|=|\vec{L}_A| \Rightarrow r_P v_P = r_A v_A$$

Cuando la distancia del planeta al Sol disminuye, su velocidad aumenta.

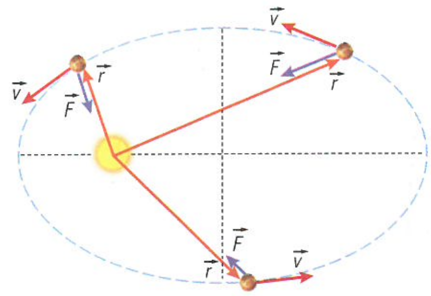


Figura 11.2. Cualquier objeto sometido a una fuerza central tiene una trayectoria plana.

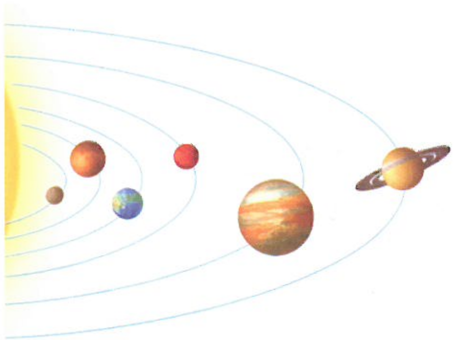


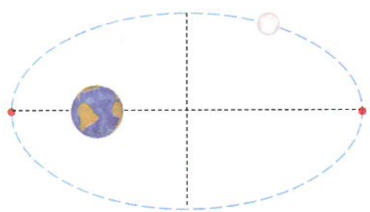
Figura 11.3. Los planetas se mueven en su órbita alrededor del Sol, siempre en el mismo plano (plano de la eclíptica).

EJERCICIOS RESUELTOS

2 **El apogeo es el punto de la órbita de la Luna o de un satélite artificial en el que su distancia con respecto al centro de la Tierra es mayor, y el perigeo es el punto de la órbita donde esta distancia es menor. Si la velocidad de la Luna en el apogeo es 3499 km s^{-1}, calcula la distancia al apogeo sabiendo que en el perigeo de la Luna se encuentra a 3,56 · 10^3 km y su velocidad es 3978 km s^{-1}.**

Como la fuerza que actúa sobre la Luna es central, se conserva su momento angular, por tanto se cumple: $r_P v_P = r_A v_A$. Despejando:

$$r_A=\frac{(3{,}56\cdot 10^3\ \text{km})(3978\ \text{km s}^{-1})}{(3499\ \text{km s}^{-1})}=4{,}05\cdot 10^3\ \text{km}$$



ACTIVIDADES

3. En diciembre la Tierra está más cerca del Sol. Usa la segunda ley de Kepler para demostrar que, en ese mes, la Tierra se mueve más rápido en su órbita que en junio, cuando la Tierra está más alejada del Sol.

4. Con ayuda de la tercera ley de Kepler y suponiendo una órbita circular, demuestra que un planeta más cercano al Sol tiene mayor velocidad de traslación sobre su órbita que un planeta más alejado.

5. La estación espacial internacional (ISS) tiene una órbita casi circular, con una distancia media a la superficie terrestre de 415 km y una masa de unas 450 t.

   Determina el valor de su momento angular respecto al centro de la Tierra.

   Dato. Radio medio de la Tierra: 6,37 · 10^{6}m.

   Solución: 2,50 · 10^{15} kg m^{2}s^{-1}

2 La interacción gravitatoria

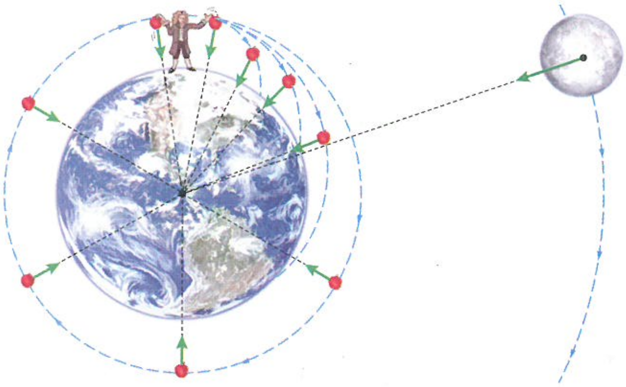


Figura 11.4. Newton comprendió que la fuerza entre la Tierra y la manzana era la misma que la que la Tierra ejercía sobre la Luna: la fuerza gravitatoria..

Hasta bien entrado el siglo XVII se creía que los planetas y la Luna se movían describiendo movimientos circulares, sin necesidad de que sobre dichos cuerpos actuaran fuerzas. El modelo heliocéntrico de Copérnico, los trabajos de Galileo y los estudios de Kepler sobre el movimiento de los planetas en torno al Sol llevaron a Newton a identificar las fuerzas de interacción entre los cuerpos celestes.

2.1. La ley de la gravitación universal

Utilizando una única expresión matemática, Newton describió a la vez el movimiento de los cuerpos sobre la superficie terrestre y el de los cuerpos celestes (Fig. 11.4).

Ley de la gravitación universal. Dos cuerpos de masas m_1 y m_2, separados por una distancia, r, ejercen fuerzas de atracción mutuas, $\vec{F}_{1\to2}$ y $\vec{F}_{2\to1}$, cuyo módulo es directamente proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas (Fig. 11.5).

$$\boxed{|\vec{F}_{1\to2}| = |\vec{F}_{2\to1}| = G\frac{m_1 m_2}{r^2}}$$

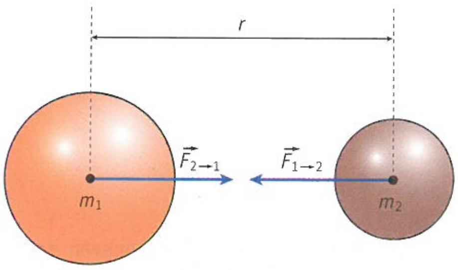


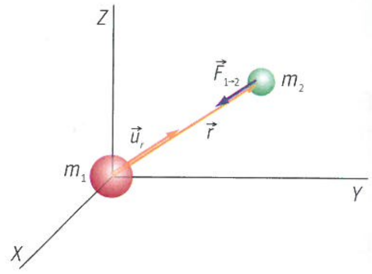
Figura 11.5. Las dos fuerzas tienen el mismo módulo y direcciones opuestas. Actúan sobre cuerpos distintos haciendo que ambos cuerpos se atraigan.

$$\vec{F}_{1\to2} = -\vec{F}_{2\to1}$$

La constante de proporcionalidad, G, se llama **constante de gravitación universal**, ya que tiene el mismo valor para todos los pares de masas en cualquier parte del universo. Su valor, determinado experimentalmente en 1798 por el físico inglés **Henry Cavendish**, es:

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$$

La interacción gravitatoria entre dos masas tiene la dirección de la recta que las une y es atractiva. Fijando el origen en la masa m_1, el vector $\vec{r}$ termina en m_2. El vector $\vec{u}_r$ es un vector unitario en la dirección de $\vec{r}$, paralelo (y de sentido contrario) a $\vec{F}$. Por tanto, la fuerza gravitatoria es una **fuerza central**.



EJERCICIOS RESUELTOS

3 **La distancia entre dos alumnos en un aula es de 0,60 m.**

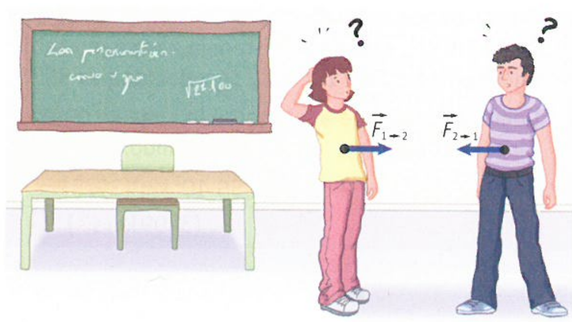
a) Calcula la fuerza gravitatoria entre ambos, sabiendo que sus masas son de 65 kg y 70 kg.

b) Explica por qué el valor obtenido es tan pequeño.

a) Para hallar la fuerza gravitatoria, se aplica la ley de gravitación universal:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} = (6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}) \cdot \frac{(65\ \mathrm{kg})(70\ \mathrm{kg})}{(0{,}60\ \mathrm{m})^2} = 8{,}4 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{N}$$

b) El hecho de que el valor de G sea tan pequeño hace que la fuerza gravitatoria sea de escasa intensidad cuando las masas son relativamente pequeñas y por eso no se sienten o quedan enmascaradas por otras. Si se sustituyera la masa de uno de los alumnos por la masa de la Tierra, la fuerza aumentaría considerablemente.



ACTIVIDADES

6. Se sabe que la fuerza gravitatoria entre dos cuerpos separados 1,50 m es $3{,}16 \cdot 10^{-7}$ N. Sabiendo que uno de ellos tiene una masa de 71,5 kg, calcula la masa del otro cuerpo.

Solución: 149 kg

7. Si un coche golpea por alcance a otro cuando ambos se mueven por una superficie horizontal, razona si el de atrás puede alegar en su descargo que la responsable del accidente ha sido la gravitación universal.

2.2. El campo gravitatorio

Las fuerzas a distancia entre dos masas, m y m', se explican suponiendo que una masa, m, modifica el espacio que la rodea, creando a su alrededor un **campo gravitatorio**, responsable de la fuerza que experimenta otra masa, m', situada a una distancia r. El campo gravitatorio se representa mediante un vector denominado **intensidad de campo gravitatorio**.

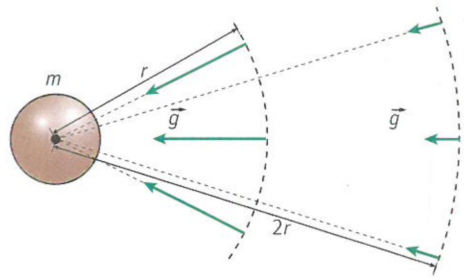


Figura 11.6. El valor de $\vec{g}$ disminuye al aumentar la distancia, r, a la masa m que crea el campo: si r se duplica, $|\vec{g}|$ se divide por cuatro.

> La **intensidad del campo gravitatorio**, $\vec{g}$, en un punto del espacio que rodea a una masa m es la fuerza gravitatoria que actúa sobre la unidad de masa m', situada en dicho punto.
>
> $$\boxed{\vec{g}=\frac{\vec{F}}{m'}}$$

Se expresa en (N kg^{-1}) o en (m s^{-2}). El valor numérico del vector campo gravitatorio, $\vec{g}$, creado por una masa m en un punto que dista r de la masa es:

$$g=\frac{F}{m'}=\frac{G\frac{mm'}{r^2}}{m'}=G\frac{m}{r^2}$$

EJERCICIOS RESUELTOS

4 **El telescopio espacial Hubble gira alrededor de la Tierra en una órbita que dista del centro de la Tierra 6,98 · 10^6 m.**

a) **Calcula el valor del campo gravitatorio terrestre en la posición del *Hubble*.**

b) **Determina la fuerza que ejerce la Tierra sobre el telescopio, de masa 1,16 · 10^4 kg.**

Dato: M_T = 5,98 · 10^{24} kg

a) El campo gravitatorio creado por la Tierra en la posición del *Hubble* es:

$$g=G\frac{M_T}{r^2}=(6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{Nm}^2\,\text{kg}^{-2})\frac{(5{,}98\cdot 10^{24}\ \text{kg})}{(6{,}98\cdot 10^{6}\ \text{m})^2}=8{,}19\ \text{Nkg}^{-1}$$

b) $F=mg=(1{,}16\cdot 10^4\ \text{kg})(8{,}19\ \text{ms}^{-2})=9{,}50\cdot 10^4\ \text{N}$

5 **Un astronauta de 82 kg está en la Estación Espacial Internacional (EEI) que gira a un órbita cuyo radio medio es 6,74 · 10^6 m.**

a) **Calcula el valor del campo gravitatorio que experimenta el astronauta.**

b) **En televisión se observa cómo flotan los astronautas. Explica este hecho.**

a) El campo gravitatorio terrestre en la posición de la EEI es:

$$g=G\frac{M_T}{r^2}=(6{,}67\cdot 10^{-11}\,\text{Nm}^2\,\text{kg}^{-2})\cdot\frac{(5{,}98\cdot 10^{24}\ \text{kg})}{(6{,}74\cdot 10^{6}\ \text{m})^2}=8{,}78\,\text{Nkg}^{-1}$$ (un valor próximo al que tiene en la superficie terrestre, 9,81 N kg^{-1}).

b) La fuerza gravitatoria sobre los astronautas es solo un poco menor a la que actuaría si el astronauta estuviese situado en la superficie terrestre. Los astronautas "flotan" pero no porque la Tierra no los atraiga, sino porque, al igual que la Estación Espacial, están en caída libre: los astronautas están en reposo respecto a la Estación y parece que flotaran.

ACTIVIDADES

8. Calcula la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra:

a) Sobre un persona de 75,0 kg situada en la superficie de la Tierra.

b) Sobre un satélite artificial de 75,0 kg situado a 250 km sobre la superficie terrestre.

Datos: M_T = 5,98 · 10^{24} kg; R_T = 6,37 · 10^6 m

Solución: **a)** 737 N; **b)** 683 N

9. El valor del campo producido por una masa de 110 kg en la posición de otra masa de 15 kg es de 0,054 N kg^{-1}.

a) ¿A qué distancia se encuentran ambas masas?

b) ¿Qué fuerza recibe la masa de 15 kg?

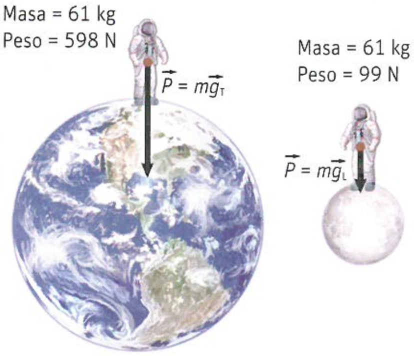
c) ¿Qué fuerza ejerce la masa de 15 kg sobre la de 110 kg?

Solución: **a)** 3,7 · 10^{-4} m; **b)** 0,81 N; **c)** 0,81 N

Ten en cuenta

La masa es una característica inherente a todo cuerpo material, con independencia de que exista o no un campo gravitatorio. Sin embargo, solo es posible hablar del peso de un cuerpo en presencia de un campo gravitatorio.

La masa del astronauta es la misma en la Tierra que en la Luna; sin embargo, su peso es diferente al ser distinto el valor de la gravedad.



2.3. El peso de los cuerpos

Una de las fuerzas más cercanas a la experiencia es el peso de un cuerpo: su cálculo es una aplicación particular de la ley de la gravitación universal.

El **peso** de un cuerpo situado sobre la superficie terrestre es la fuerza con que es atraído por la Tierra.

Si el cuerpo está sobre la Luna o sobre cualquier otro cuerpo celeste, su peso sería la fuerza con la que es atraído. El peso, como cualquier fuerza, se expresa en **newtons (N)**.

En la Tierra, de masa $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg y de radio medio $R_T = 6{,}37 \cdot 10^{6}$ m, el valor de la fuerza gravitatoria sobre un objeto en su superficie es:

$$\boxed{P = G\frac{M_T m}{R_T^2}}$$

Pero el valor de la intensidad del campo gravitatorio en la superficie terrestre es:

$$g = G\frac{M_T}{R_T^2} = (6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2\,kg^{-2}})\frac{(5{,}98 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg})}{(6{,}37 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m})^2} = 9{,}81\,\mathrm{Nkg^{-1}} = 9{,}81\,\mathrm{ms^{-2}}$$

Este valor se conoce como **aceleración de la gravedad**. Por tanto, la fuerza gravitatoria sobre un objeto en su superficie, o peso, es:

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{g}}$$

El peso, como cualquier fuerza, es una magnitud vectorial. Su dirección es radial, su sentido es hacia el centro de la Tierra y se aplica en el centro de gravedad del cuerpo.

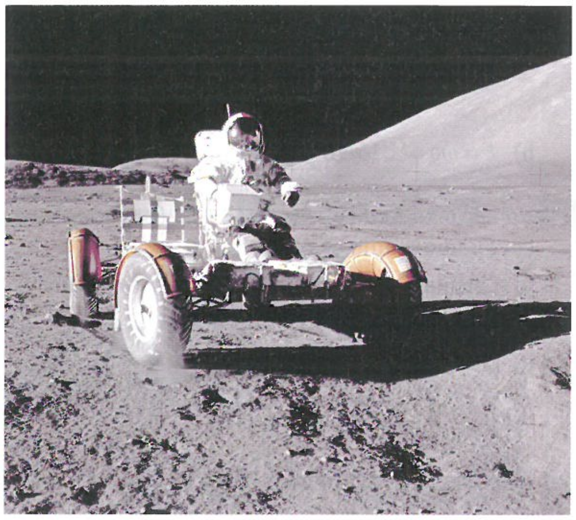
EJERCICIOS RESUELTOS

6 **Una astronauta en la Tierra tiene un peso de 685 N. ¿Cuál será su peso en Marte si el valor de la aceleración de la gravedad en el "planeta rojo" es de 3,76 m s^{-2}? Toma como dato g = 9,81 m s^{-2}.**

El peso en la Tierra es $P_T = mg_T$, luego, la masa del astronauta será: $m = \frac{P_T}{g_T}$.

Como la masa es la misma en Marte, su peso en Marte será:

$$P_M = mg_M = \frac{P_T}{g_T}g_M = \frac{(685\,\mathrm{N})}{(9{,}81\,\mathrm{ms^{-2}})}\cdot(3{,}76\,\mathrm{ms^{-2}}) = 263\,\mathrm{N}$$



7 **El vehículo lunar *Roving* fue utilizado para desplazarse por la Luna en las misiones *Apolo* 15, 16 y 17.**

a) **Sabiendo que el valor de la gravedad en la superficie de la Luna es aproximadamente 1/6 del valor en la superficie terrestre, calcula la fuerza que tendría que aplicar el motor del vehículo en la Luna para que alcanzase una aceleración de 1,00 m s^{-2}, sabiendo que en la Tierra necesitó una fuerza de 255 N.**

b) **Calcula el peso del vehículo en la Luna.**

a) Según la segunda ley de Newton $F = ma$, la aceleración que alcanza un objeto de masa m es independiente del valor de la gravedad, por tanto, la fuerza que tendrá que realizar el motor en la Luna, será la misma que en la Tierra.

b) Despejando la masa: $m = \frac{F}{a} = \frac{(255\,\mathrm{N})}{(1{,}00\,\mathrm{ms^{-2}})} = 255\,\mathrm{kg}$, el peso del vehículo en la Luna es: $P = mg_L = (255\,\mathrm{kg})\left(\frac{9{,}81}{6}\,\mathrm{ms^{-2}}\right) = 417\,\mathrm{N}$

ACTIVIDADES

10. Razona dónde será mayor el peso de un destornillador, ¿en la superficie de la Tierra o en la Estación Espacial Internacional? ¿Y su masa?

11. Razona sobre la veracidad o falsedad de estas afirmaciones:

a) La masa de un objeto depende de su posición.

b) El peso de un objeto depende de su posición.

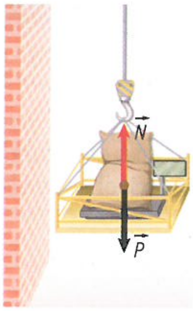
Cuerpos apoyados sobre una superficie

Las personas no perciben su propio peso directamente; la sensación de peso se debe al hecho de que hay fuerzas presionando contra su cuerpo. Así, cuando una persona permanece de pie, siente la reacción normal del suelo empujando contra sus pies.

OBSERVA

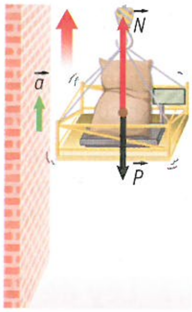
1. Un saco sobre una báscula, dentro de un montacargas en reposo, recibe dos fuerzas: el peso, $\vec{P}$, ejercido por la Tierra, y la normal, $\vec{N}$, ejercida por la báscula. El saco ejerce sobre la báscula otra fuerza, reacción de la normal, que es la medida:

$N = P$



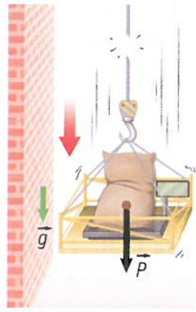
2. Si el montacargas acelera, el saco que se sitúa sobre la báscula también acelera. Se observa que la medida cambia: los sensores de la báscula se comprimen más e indicarán un "peso aparente" mayor:

$N = P + ma$



3. Si se rompe el cable del montacargas, la fuerza gravitatoria sigue actuando (por eso el cuerpo cae), pero la indicación de la báscula es cero porque no hay fuerza normal. La fuerza gravitatoria no se siente como peso, porque no hay normal:

$N = 0$ (aunque $P = mg$)



Cuando un cuerpo está apoyado sobre una superficie, ejerce una fuerza sobre ella que es perpendicular a esta. De acuerdo con el tercer principio de la dinámica, la superficie debe ejercer sobre el cuerpo una fuerza de la misma intensidad y de sentido contrario. Esta fuerza se denomina **reacción normal** o simplemente, **normal**.

Es importante destacar que la normal no es la reacción al peso. Por ejemplo, si sobre los libros de la figura 11.7 se hace una fuerza hacia abajo con la mano, la fuerza normal aumentará, ya que será la suma del peso y de la fuerza realizada.

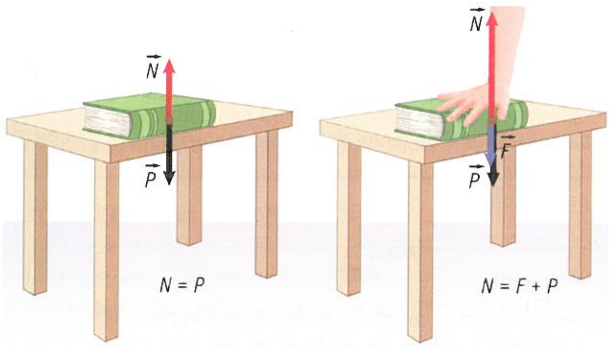


Figura 11.7. La normal no es la reacción al peso

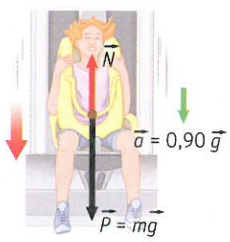
EJERCICIOS RESUELTOS

8 **Calcula el peso aparente de una persona de 65 kg que cae en la lanzadera de un parque de atracciones con una aceleración de 0,90*g*. Compáralo con su peso en el suelo.**

La figura muestra las fuerzas que actúan sobre la persona. El valor de la normal es el peso aparente de la persona. Aplicando el segundo principio de la dinámica:

$$mg - N = ma \Rightarrow N = m(g - 0{,}90g)$$

$$N = (65\,\text{kg})(0{,}10 \cdot 9{,}81\,\text{ms}^{-2}) = 64\,\text{N}$$



El peso en el suelo es: $(65\text{ kg})(9{,}81\text{ ms}^{-2}) = 638\text{ N}$

9 **Dibuja y calcula la fuerza normal para un libro de 1,50 kg apoyado sobre una mesa horizontal, cuando se presiona sobre él con una fuerza de 12,0 N.**

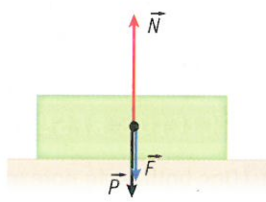
El peso del libro es: $P = mg = (1{,}50\text{ kg})(9{,}81\text{ ms}^{-2}) = 14{,}7\text{ N}$

Aplicando la segunda ley de Newton, y teniendo en cuenta que el libro está en reposo:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} = 0 \Rightarrow N - (F + P) = 0$$

$$N = P + F = (14{,}7 + 12{,}0)\text{ N} = 26{,}7\text{ N}$$

Si no se presionase sobre el libro, la normal sería igual a su peso.



ACTIVIDADES

12. **El ascensor de un rascacielos tarda 3,5 s en alcanzar la velocidad de 10 ms⁻¹.**

a) **Calcula el peso aparente de una persona de 60 kg, cuando está empezando a subir (con un *mrua*).**

b) **¿Cuál es su peso aparente cuando la velocidad del ascensor es constante?**

Solución: a) $7{,}6 \cdot 10^2$ N; b) $5{,}9 \cdot 10^2$ N

13. **Una caja de 10,0 kg de masa está situada sobre una superficie horizontal. Una persona ata una cuerda y tira hacia arriba con una fuerza de 45,0 N. Calcula la normal.**

Solución: 53,1 N

14. **Una ardilla de 250 g se encuentra en una rama que forma 30° con la horizontal. Calcula su peso y la normal sobre la ardilla.**

Solución: 2,5 N; 2,1 N

3 La interacción electrostática

Figura 11.8. La naturaleza eléctrica de la materia explica la existencia de la carga eléctrica: los cuerpos adquieren cargas negativas o positivas cuando ganan o pierden electrones, respectivamente.

Hay muchos experimentos que demuestran la existencia de las cargas y las fuerzas eléctricas: un globo atrae bolitas de porexpán tras ser frotado con un jersey (Fig. 11.8); al andar por una alfombra y tocar el pomo metálico de una puerta se oyen ligeros chispazos, etc.

Cuando los materiales se comportan de esta manera se dice que poseen **carga eléctrica**.

> La **carga eléctrica** es la propiedad de un cuerpo que le permite ejercer y recibir fuerzas eléctricas.

La carga no se crea al frotar o al caminar por la alfombra, sino que se transfiere de un objeto a otro: un cuerpo gana carga y otro la pierde.

La carga eléctrica, q, de un cuerpo siempre es un múltiplo de la carga, e, de un electrón ($q = ne$). En el SI se utiliza el **culombio (C)**, equivalente a 6,3 trillones de electrones. Así, el valor absoluto de la carga de un electrón es $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

3.1. Ley de Coulomb

Experimentalmente se comprueba que dos cuerpos con cargas eléctricas del mismo signo se repelen, y si las cargas son de signo contrario, los cuerpos se atraen. Esta interacción se denomina **interacción eléctrica**.

En, 1785, el físico francés Charles de Coulomb midió de forma cuantitativa las fuerzas de interacción eléctrica y enunció la ley que lleva su nombre.

> **Ley de Coulomb.** La fuerza de atracción o repulsión que se ejercen mutuamente dos cargas eléctricas puntuales, q y q', es directamente proporcional al valor de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, r que las separa.
>
> $$\vec{F} = K\frac{qq'}{r^2}\vec{u}_r$$

La constante de proporcionalidad en el vacío vale $K = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}.

La fuerza electrostática es una magnitud vectorial, cuya dirección es la de la recta que une las cargas y su sentido está determinado por el signo de ambas cargas. Se trata de una **fuerza central**.

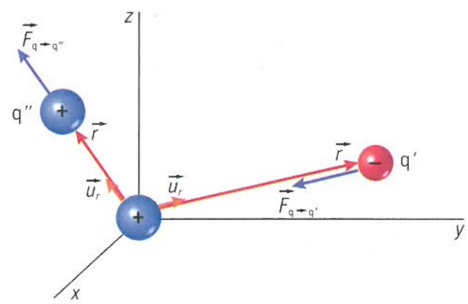


Figura 11.9. Dirección y sentido de las fuerzas eléctricas.

Ten en cuenta

La constante K depende del medio material donde se encuentran las cargas y suele expresar como:

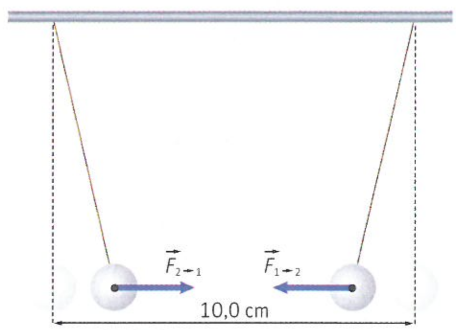
$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon}$$

Donde ε es otra constante denominada **permitividad** o **constante dieléctrica del medio**. La permitividad del vacío es:

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{C^2\ N^{-1}\ m^{-2}}$$

EJERCICIOS RESUELTOS

10 **Dos bolitas de porexpán se han cargado por frotamiento con +25,0 nC y −40,0 nC, respectivamente, y cuelgan de sendos hilos unidos en un punto. Calcula los electrones que ha cedido o ha ganado cada una y halla la fuerza eléctrica entre las dos bolitas si se sitúan a 10,0 cm de distancia en el vacío, indicando si es de atracción o de repulsión.**



La bolita de +25 nC ha cedido electrones y la de −40,0 nC los ha ganado.

$$(25{,}0 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C})\left(\frac{1\ \mathrm{e}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}}\right) = 1{,}6 \cdot 10^{11}\ \text{electrones}$$

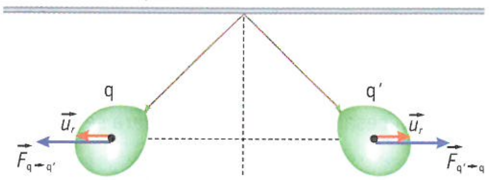
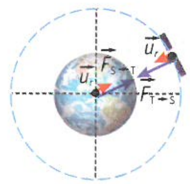
$$(40{,}0 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C})\left(\frac{1\ \mathrm{e}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}}\right) = 2{,}5 \cdot 10^{11}\ \text{electrones}$$

Por la ley de Coulomb: $F = k\dfrac{qq'}{r^2} = (9 \cdot 10^9\ \mathrm{Nm^2\,C^{-2}})\dfrac{(25{,}0 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C})(-40{,}0 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C})}{(10{,}0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m})^2} = -9{,}0 \cdot 10^{-4}$ N

Como las cargas son de distinto signo, la fuerza que ejercen es de atracción.

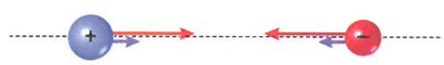
3.2. Diferencias y similitudes entre la interacción electrostática y la gravitatoria

Las interacciones electrostática y gravitatoria son consecuencia de la existencia de propiedades inherentes a la materia: la carga y la masa.

Interacción electrostática	Interacción gravitatoria
• Todo cuerpo que posea carga eléctrica es sensible a la interacción electrostática.	• Todo cuerpo, por el hecho de poseer masa, es sensible a la interacción gravitatoria.
• La fuerza electrostática es directamente proporcional a las cargas e inversamente proporcional a la distancia que las separa.  $\vec{F}_C = K\dfrac{qq'}{r^2}\vec{u}_r$	• La fuerza gravitatoria es directamente proporcional a las masas e inversamente proporcional a la distancia que las separa.  $\vec{F}_N = -G\dfrac{m_1m_2}{r^2}\vec{u}_r$
• La fuerza electrostática es central ya que va en la dirección del punto donde se encuentra la carga que crea la interacción.	• La fuerza gravitatoria es central ya que va en la dirección del punto donde se encuentra la masa que crea la interacción.
• La interacción electrostática puede ser atractiva o repulsiva.	• La interacción gravitatoria es siempre atractiva.
• La interacción electrostática está influida por el medio donde están inmersas las cargas eléctricas través de la constante K.	• La interacción gravitatoria no depende del medio en el que se encuentren inmersas las masas (G es universal).
• El gran valor de la constante de la ley de Coulomb ($K = 9\cdot10^9$ N m^2 C^{-2} y valores similares para otros medios) hace que la interacción electrostática sea fuerte, incluso con cargas eléctricas muy pequeñas. Esta interacción es la dominante en la escala de átomos y moléculas.	• El pequeño valor de la constante de gravitación universal ($G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}) hace que la interacción gravitatoria sea débil (excepto que las masas implicadas sean muy grandes). Esta interacción domina en la escala cosmológica.

EJERCICIOS RESUELTOS

11 Un electrón y un protón del átomo de hidrógeno están separados por una distancia de $5{,}3\cdot10^{-11}$ m. Calcula la magnitud de la fuerza eléctrica y de la fuerza gravitatoria entre las dos partículas y compáralas.



Masa del protón, $m_p = 1{,}67\cdot10^{-27}$ kg; masa del electrón, $m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ kg

$$\left.\begin{aligned} F_C &= K\frac{qq'}{r^2} = (9\cdot10^9\ \mathrm{Nm^2C^{-2}})\frac{(1{,}6\cdot10^{-19}\ \mathrm{C})^2}{(5{,}3\cdot10^{-11}\ \mathrm{m})^2} = 8{,}2\cdot10^{-8}\ \mathrm{N}\\ F_N &= G\frac{mm'}{r^2} = (6{,}67\cdot10^{-11}\ \mathrm{Nm^2kg^{-2}})\frac{(1{,}67\cdot10^{-27}\ \mathrm{kg})(9{,}11\cdot10^{-31}\ \mathrm{kg})}{(5{,}3\cdot10^{-11}\ \mathrm{m})^2} = 3{,}6\cdot10^{-47}\ N \end{aligned}\right\}\Rightarrow \frac{F_C}{F_N}\approx 10^{39}$$

La fuerza gravitatoria entre partículas atómicas cargadas es despreciable comparada con la fuerza eléctrica.

ACTIVIDADES

15. Dos cargas eléctricas, q y $2q$, situadas en el vacío a una distancia de 3 m, se repelen con una fuerza de $2\cdot10^{-9}$ N. Calcula el valor de las cargas.

Solución: 10^{-9} C y $2\cdot10^{-9}$ C

16. ¿A qué distancia se encuentran dos cargas de +5,0 μC y +3,0 μC, si la fuerza que se ejerce la primera sobre la segunda es de 13,5 N? Realiza un esquema representativo.

Solución: 0,10 m

4 Fuerzas de rozamiento

Sabías que

La fricción es esencial para muchas actividades: para caminar por superficies rugosas, para permanecer sentados sin deslizarse en una silla, para que haya adherencia entre la carretera y las ruedas de un vehículo, etc. Sin embargo, en otras ocasiones, la fricción es un hecho negativo que se intenta minimizar; por ejemplo, entre los engranajes de un vehículo.

Coeficientes de rozamiento		
Superficie	**Estático (μ_e)**	**Cinético (μ_c)**
Madera sobre madera	0,4	0,2
Hielo sobre hielo	0,1	0,03
Acero sobre acero	0,7	0,6
Caucho sobre hormigón seco	1,0	0,8
Rodamiento lubricado	< 0,01	0,01

Cuando las superficies de los objetos se deslizan friccionando una contra otra, sus irregularidades hacen que los objetos, después de un tiempo, se detengan.

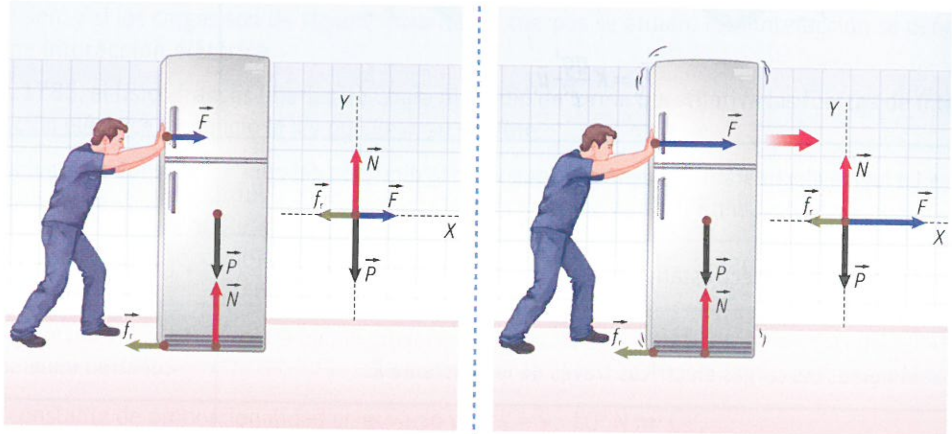
Cuando un objeto se mueve o intenta moverse sobre una superficie, sobre él actúan, además de la fuerza normal y el peso, otra fuerza de contacto paralela a la superficie, denominada **fuerza de rozamiento**.

La **fuerza de rozamiento**, $\vec{f}_r$, es la fuerza ejercida por una superficie sobre un objeto que se mueve o intenta moverse sobre ella. Su valor es proporcional a la reacción normal, N.

$$\boxed{f_r = \mu N}$$

OBSERVA

El operario está empujando la nevera pero esta no se mueve. Por ello, la fuerza que realiza debe estar equilibrada con otra fuerza (de rozamiento), dirigida en sentido contrario. Si la fuerza aplicada aumenta suficientemente, la nevera comenzará a moverse. En este caso también existe fuerza de rozamiento, porque al cesar de empujar, la nevera se para.



Al aumentar la fuerza que realiza el operario, la fuerza de rozamiento aumentará hasta un valor máximo que mueve la nevera:

$$f_{r,\text{máx.}} = \mu_e N$$

La constante de proporcionalidad es el **coeficiente de rozamiento estático**, μ_e.

Cuando la nevera se mueve, la fuerza de rozamiento también es proporcional a la reacción normal:

$$f_r = \mu_c N$$

La constante de proporcionalidad es el **coeficiente de rozamiento cinético**, μ_c.

La fuerza de rozamiento depende del tipo de superficies en contacto (de qué material están hechas y de su rugosidad) y no depende del tamaño de la superficie.

El coeficiente de rozamiento estático es mayor que el cinético, $\mu_e > \mu_c$. Esto se puede entender si se tiene en cuenta que cuesta más empezar a mover un objeto que mantenerlo en movimiento. Es decir, la fuerza que hay que vencer (fuerza de rozamiento) es mayor en el primer caso que en el segundo.

ACTIVIDADES

17. Para comenzar a mover una caja de 6,0 kg por un suelo horizontal es necesario realizar una fuerza de 42 N.

a) Calcula el coeficiente estático de rozamiento.

b) Si la fuerza anterior continúa aplicándose sobre la caja, esta adquiere una aceleración de 0,67 $m s^{-2}$. ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento cinético?

Solución: a) 0,71; b) 0,65

18. Si, para una superficie, el coeficiente de rozamiento estático es 1,2 veces el coeficiente de rozamiento cinético, razona sobre la veracidad o falsedad de estas afirmaciones.

a) La fuerza de rozamiento estático es siempre 1,2 veces la cinética.

b) El máximo de la fuerza de rozamiento estático es 1,2 veces la fuerza de rozamiento cinético.

Sentido de la fuerza de rozamiento

Cuando un objeto se desliza o intenta deslizarse sobre un plano, el sentido de la fuerza de rozamiento sobre el objeto es contrario al sentido del movimiento real o posible.

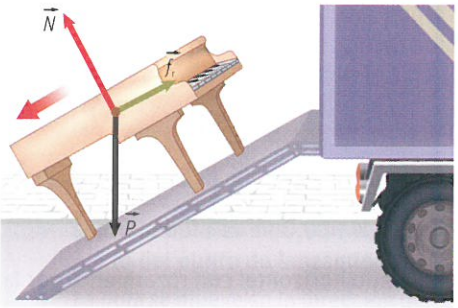


Figura 11.10. El piano desciende con velocidad constante por la pendiente. La fuerza de rozamiento tiene sentido contrario al movimiento.

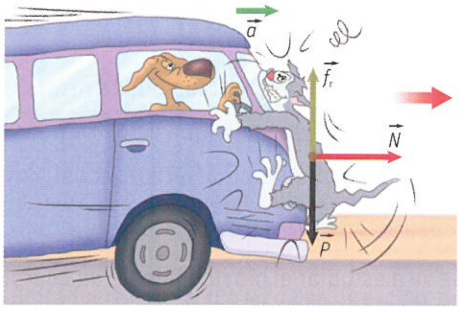


Figura 11.11. La fuerza de rozamiento impide que el gato se deslice hacia abajo por la acción de su peso.

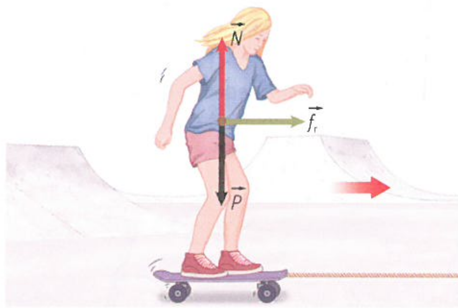


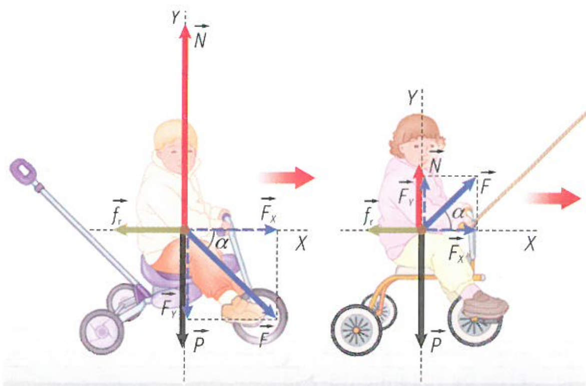
Figura 11.12. Cuando el monopatín acelera, la chica no se queda atrás debido a la fuerza de rozamiento entre sus zapatos y el monopatín.

EJERCICIOS RESUELTOS

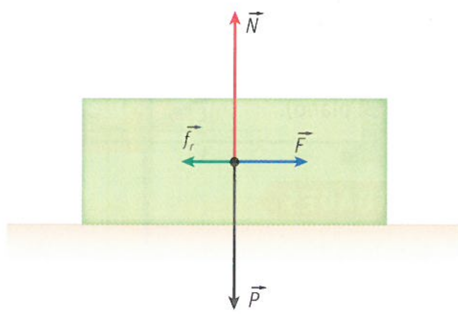
12 **Hasta hace unos años, algunos padres sujetaban al manillar de los triciclos infantiles una cuerda para tirar de él. En los triciclos actuales se ha introducido un soporte para que los padres puedan empujarlo. Suponiendo que el ángulo de inclinación es el mismo en los dos casos, ¿en qué situación es más efectiva la fuerza aplicada, al empujar o al tirar?**

Para que el triciclo se mueva hay que realizar una fuerza, cuya componente horizontal sea mayor que la fuerza de rozamiento que, como sabemos, es proporcional a la normal. Se hará menos fuerza cuando la normal sea menor.

La normal es mayor en el primer caso que en el segundo, ya que al empujar el triciclo existe una componente vertical de la fuerza en el mismo sentido que el peso, mientras que, cuando se tira, la componente de la fuerza se dirige hacia arriba en el sentido de la normal. Por tanto, es más efectivo tirar que empujar.



13 **Una caja de 9,2 kg de masa está apoyada en una superficie horizontal con coeficientes de rozamiento estático y dinámico de 0,30 y 0,20, respectivamente. Calcula la fuerza de rozamiento e indica si se moverá al aplicársele por separado las siguientes fuerzas, paralelas al plano horizontal: 10 N, 27 N y 30 N.**



La fuerza de rozamiento estático máxima es:

$$\sum F_y = 0;\ N - P = 0 \Rightarrow N = P = mg\ ;\ f_r = \mu_e N = \mu_e mg = 0{,}30 \cdot (9{,}2\,\text{kg})(9{,}81\,\text{ms}^{-2}) = 27\,\text{N}$$

- La fuerza aplicada (10 N) es menor que la fuerza de rozamiento estático, por tanto, no se mueve. La fuerza de rozamiento vale en ese momento 10 N.
- La fuerza aplicada (27 N) y la de rozamiento son iguales, por tanto, la caja permanece en reposo. La fuerza de rozamiento será en ese momento 27 N.
- La fuerza aplicada (30 N) es mayor que el máximo rozamiento estático y la caja se moverá. Cuando se está moviendo:

$$f_r = \mu_c mg = 0{,}20 \cdot (9{,}2\,\text{kg})(9{,}81\,\text{ms}^{-2}) = 18\,\text{N}$$

ACTIVIDADES

19. Una caja de 33 kg está en reposo sobre un plano horizontal. Calcula la fuerza paralela al plano necesaria para que la caja comience a deslizarse si el coeficiente de rozamiento estático es $\mu_e = 0{,}30$. ¿Qué aceleración tendrá la caja cuando empiece a moverse si $\mu_c = 0{,}25$?

Solución: 97 N; 0,49 ms^{-2}

20. Si la caja del ejercicio anterior no recibe ninguna fuerza paralela al plano horizontal, ¿existe fuerza de rozamiento?

21. Aunque a veces se dice que la fuerza de rozamiento "se opone al movimiento", indica alguna situación donde la fuerza de rozamiento permita el movimiento de objetos.

5 Movimientos rectilíneos bajo la acción de fuerzas constantes

Ten en cuenta

Si la dirección de la fuerza resultante no coincide con la de la velocidad, la fuerza modifica el módulo o la dirección de la velocidad, y el movimiento producido es curvilíneo. Por ejemplo, el movimiento de un satélite artificial alrededor de la Tierra o el de un coche tomando una curva.

Son muchas las situaciones donde los cuerpos se mueven describiendo un movimiento rectilíneo como consecuencia de una fuerza resultante constante. Si la fuerza coincide con la dirección de la velocidad del cuerpo, esta aumentará o disminuirá según el sentido de la fuerza. Por ejemplo, un vehículo que acelera o frena en línea recta por la acción del motor o de los frenos, respectivamente.

La **mecánica newtoniana** puede resumirse en dos pasos:

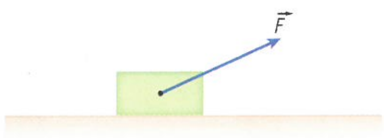
- La fuerza resultante que actúa sobre un objeto determina su aceleración: $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$
- Las magnitudes características del movimiento se hallan usando la aceleración en las ecuaciones de la cinemática.

Se va a estudiar el movimiento de un cuerpo sobre un plano horizontal con rozamiento por la acción de una fuerza.

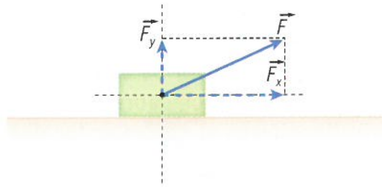
Esquema general de resolución de problemas de dinámica

1. Se realiza un esquema de la situación planteada, identificando el cuerpo que va a ser motivo de estudio.

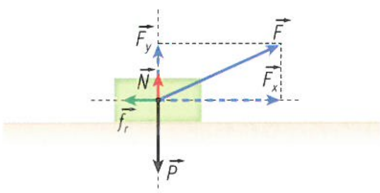
Por ejemplo, se va a estudiar el movimiento de un cuerpo por un plano horizontal, debido a la acción de una fuerza.



2. Se establecen unos ejes de coordenadas de coordenadas. En este caso, uno de ellos paralelo al plano horizontal y otro perpendicular, y se descompone la fuerza aplicada respecto a estos ejes.



3. Se representan en un mismo punto todas las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo que es objeto de estudio. En este caso, la fuerzas son el peso, la fuerza de rozamiento y la reacción normal del plano (se observa que la reacción normal es la resultante de las fuerzas en el eje perpendicular al plano).



4. Se aplica el segundo principio de la dinámica en ambos ejes y se utilizan las relaciones cinemáticas si el problema lo demanda.

En este ejemplo:

$$\text{Eje } X\text{: } \vec{F}_x - \vec{f}_r = m\vec{a}_x$$

$$\text{Eje } Y\text{: } \vec{F}_y + \vec{N} - \vec{P} = m\vec{a}_y$$

De ambas ecuaciones se obtienen las posibles aceleraciones en las direcciones de los ejes.

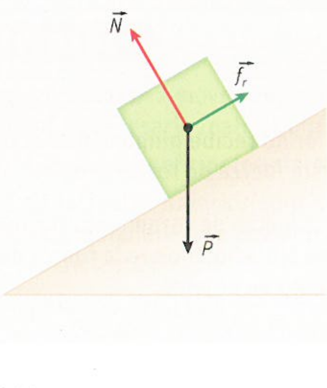
Se observa que si F_y es mayor que P, no existe N, ya que $N = P - F_y$, y habrá aceleración en el eje Y.

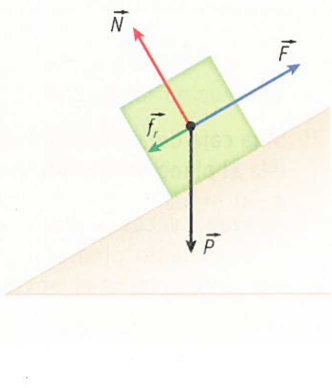
ACTIVIDADES

22. Asocia cada enunciado a uno de los diagramas de fuerzas.

a) Un operario sube un coche a velocidad constante encima de una grúa por un plano inclinado con ayuda de un mecanismo que tira mediante un cable.

b) Una empresa de mudanzas baja una caja mediante una cinta transportadora inclinada con velocidad constante.





23. En cada una de las situaciones siguientes hay una fuerza que no está correctamente aplicada sobre el objeto que se indica. Averigua qué fuerza es y aplícala donde corresponda.

a) Un niño está sobre un trineo, y el conjunto es arrastrado por su madre.

b) Un minero empujando hacia arriba una vagoneta por una vía ligeramente inclinada.

5.1. Movimientos sobre planos horizontales

Si un cuerpo está en reposo, para que se mueva será necesario que sobre él actúe una fuerza cuya componente horizontal sea mayor que la fuerza de rozamiento máxima. Si el cuerpo inicialmente está moviéndose, podrá detenerse, cambiar de sentido o de dirección dependiendo de las fuerzas que actúen sobre él.

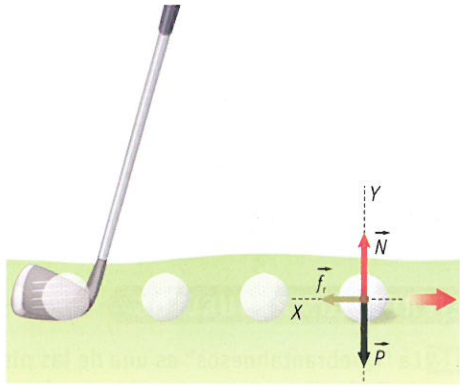
EJERCICIOS RESUELTOS

14 **Un jugador de golf golpea una bola de 46 g de masa situada en el *green*, que sale con una velocidad de 3,2 ms^{-1}. Sabiendo que la fuerza de rozamiento que ejerce el suelo sobre la bola es de 0,030 N, calcula si la bola alcanzará el hoyo si este está situado a 7,5 m del punto de lanzamiento.**

La bola se mueve en la dirección del eje *X* y la única fuerza que actúa en dicha dirección, una vez golpeada la bola, es la de rozamiento. Aplicando el segundo principio en los dos ejes:

$$\sum F_y = 0;\ N - P = 0 \Rightarrow N = mg = 0{,}45\,\mathrm{N}$$

$$\sum F_x = ma_x;\ -f_r = ma_x \Rightarrow a_x = \frac{(-0{,}030\,\mathrm{N})}{(0{,}046\,\mathrm{kg})} = -0{,}65\,\mathrm{ms}^{-2}$$



Utilizamos las ecuaciones de la cinemática para calcular la distancia que recorre la bola:

$v_f^2 - v_0^2 = 2a_x\Delta x;\ 0 - 3{,}2^2 = 2\cdot(-0{,}65)\Delta x \Rightarrow \Delta x = 7{,}9\,\mathrm{m}$ (luego, alcanza el hoyo).

15 **Un padre va con su hijo a la nieve, a jugar con un trineo. El padre tira del trineo con el niño montado, con una fuerza de 68 N que forma un ángulo con la horizontal de 30°.**

a) **Determina si se moverá el trineo, sabiendo que el coeficiente de rozamiento estático es 0,20 y que el niño tiene una masa de 31 kg y el trineo, una de 4,5 kg.**

b) **¿Qué aceleración adquirirá el trineo si el padre tira con una fuerza de 82 N y el coeficiente cinético de rozamiento es de 0,12?**

a) Vemos si la fuerza que ejerce el padre es mayor que la fuerza de rozamiento estática:

$$\sum F_y = 0;\ N + F\,\mathrm{sen}30^\circ - mg = 0 \Rightarrow N = mg - F\,\mathrm{sen}30^\circ$$

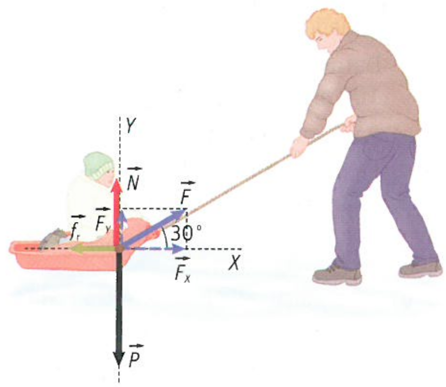
La componente *x* de la fuerza es:

$$F\cos 30^\circ = (68\,\mathrm{N})\cdot 0{,}87 = 59\,\mathrm{N}$$

La fuerza de rozamiento estático es:

$$f_r = \mu_e N = \mu_e(mg - F\,\mathrm{sen}30^\circ) = 0{,}20\,[(35{,}5\,\mathrm{kg})(9{,}81\,\mathrm{ms}^{-2}) - (68\,\mathrm{N})\cdot 0{,}50] = 63\,\mathrm{N}$$

Como $f_r > F\cos 30^\circ$, el trineo no se mueve.



b) En este caso, la fuerza que ejerce el padre es $F\cos 30^\circ = (82\ \mathrm{N})\cdot 0{,}87 = 71\ \mathrm{N} > f_r$ estática, por tanto, el trineo tendrá aceleración en la dirección del eje *X*. Aplicando el segundo principio, y teniendo en cuenta la expresión de la normal:

$$N = mg - F\ \mathrm{sen}\ 30^\circ$$

$$F\cos 30^\circ - f_r = ma_x \Rightarrow a_x = \frac{F\cos 30^\circ - f_r}{m} = \frac{(71\ \mathrm{N}) - 0{,}12[(35{,}5\,\mathrm{kg})(9{,}81\,\mathrm{ms}^{-2}) - (82\,\mathrm{N})\cdot 0{,}50]}{35{,}5\mathrm{kg}} = 0{,}96\,\mathrm{ms}^{-2}$$

ACTIVIDADES

24. Razona sobre la veracidad o falsedad de estas afirmaciones:

a) Si un cuerpo que se desliza por una superficie plana llega a una zona donde el coeficiente de rozamiento se reduce a la mitad, el valor absoluto de su aceleración también se reducirá a la mitad.

b) Si un cuerpo de masa *m* se desliza por un plano horizontal con rozamiento y se coloca sobre él otra masa igual, la fuerza de rozamiento será el doble.

25. Se tira de un objeto de 11 kg de masa, situado sobre un plano horizontal, con una fuerza *F* desconocida, que le produce una aceleración de 1,0 m s^{-2}. Posteriormente se tira con una fuerza de 2*F* y la aceleración pasa a ser de 8,0 m s^{-2}.

Calcula el valor de la fuerza aplicada, *F*, y el valor del coeficiente de rozamiento, sabiendo que la superficie es horizontal.

Solución: 77 N; 0,61

5.2. Movimientos sobre planos inclinados

Un **plano inclinado** es una superficie plana que forma un ángulo agudo con el suelo. Se lo suele calificar como "máquina simple" porque permite subir cuerpos a una cierta altura o bajarlos realizando una fuerza menor que la que se emplearía si se levantara el cuerpo verticalmente.

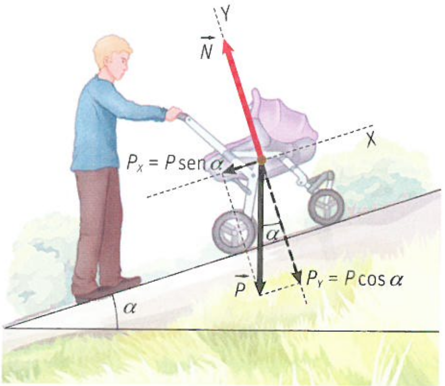


Figura 11.13. Descomposición del peso en un plano inclinado.

Sobre los objetos situados en planos inclinados siempre actúan al menos dos fuerzas: su peso $\vec{P}$ y la reacción normal del plano, $\vec{N}$.

- La **fuerza normal** no actúa en la dirección del peso, sino en una dirección perpendicular a la superficie sobre la que se apoya el cuerpo.
- El **peso** se descompone en dos componentes perpendiculares, una paralela a la superficie inclinada, de valor $P_x = P$ sen α, y la otra perpendicular a dicha superficie, de valor $P_y = P$ sen α (Fig. 11.12). La componente perpendicular del peso tiene la misma dirección, pero sentido opuesto a la normal. En ausencia de otro tipo de fuerza, ambas se anulan. Sin embargo, si la componente paralela del peso no está equilibrada por otra fuerza, el cuerpo poseerá una aceleración hacia abajo.

EJERCICIOS RESUELTOS

16 La "Quebrantahuesos" es una de las pistas con más pendiente de la estación de esquí de Cerler. Aunque se trata de una pista corta (unos 350 m de longitud), la "Quebrantahuesos" tiene una pendiente media del 44 % y llega a alcanzar una pendiente máxima del 77 %.

a) ¿Qué aceleración alcanzará un esquiador que baje por dicha pista, suponiendo que la inclinación es del 44 % y en el caso ideal de que no exista rozamiento?

b) ¿Influye la masa del esquiador en el valor de la aceleración?

c) Suponiendo que toda la pista tenga un porcentaje del 44 %, determina la velocidad con la que llegará al final de la misma si partió del reposo.

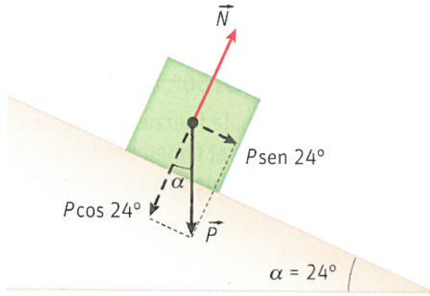
d) ¿Cuál sería la aceleración si la pista fuera horizontal? ¿Y si el ángulo del plano inclinado fuera de 90°?

Dato: Un porcentaje del 44 % significa que se salvan 44 m de desnivel por cada 100 m de avance en horizontal.

a) Para una inclinación del 44 % el ángulo del plano será $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{44}{100} \Rightarrow \alpha = 24°$

En la dirección del movimiento (eje X) solo actúa la componente del peso P sen α. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$mg\,\text{sen}\,\alpha = ma_x \Rightarrow a_x = g\,\text{sen}\,\alpha = (9{,}81\,\text{m}\,\text{s}^{-2})\,\text{sen}\,24° = 4{,}0\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$$



b) En el cálculo de la aceleración con las condiciones del problema ($a_x = g$ sen α) se observa que es independiente de la masa del esquiador.

c) Como se conoce la longitud de la pista y la pendiente no varía, la velocidad se obtiene:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2a_x\Delta x \Rightarrow v_f = \sqrt{2a_x\Delta x} = \sqrt{2\cdot(4{,}0\,\text{m}\,\text{s}^{-2})(350\,\text{m})} = 53\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

Como se observa la velocidad es muy elevada. Los esquiadores no bajan una pista en línea recta, sino que hacen zigzag para ir clavando los esquís y aminorar su velocidad.

d) Como $a_x = g$ sen α, si la pista es horizontal (α = 0°) la aceleración es cero. Si el plano tiene una inclinación de 90°, estamos en caída libre y la aceleración es 9,81 ms^{-2}.

ACTIVIDADES

26. Dos objetos de 25 kg y 35 kg de masa están situados en la parte superior de un plano inclinado, sin rozamiento, de 7,0 m de largo y 30° de inclinación. ¿Cuál llega antes al pie del plano si se sueltan a la vez? ¿Cuánto tiempo tardará?

Solución: 1,7 s

27. Se lanza hacia arriba por un plano inclinado de 60° de inclinación, un objeto con una velocidad de 9,0 ms^{-1}. Calcula la distancia que recorrerá sobre el plano si no existe rozamiento.

Solución: 4,8 m

▸ Resolución de problemas de movimientos por planos inclinados

Además del peso, $\vec{P}$, y la normal, $\vec{N}$, en los planos inclinados suele haber fuerzas de rozamiento y otras fuerzas aplicadas. Para resolver los problemas, puede ser útil transformar mentalmente un plano inclinado en uno horizontal para ver el eje X en la posición habitual (Fig. 11.13).

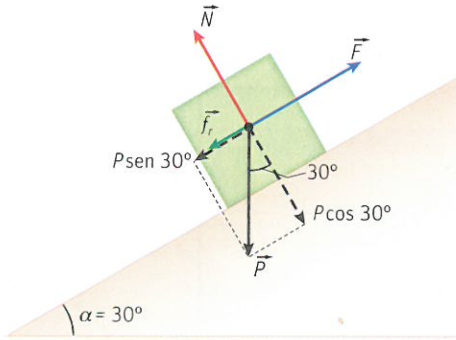
Figura 11.14. Paso de un plano inclinado a horizontal.

EJERCICIOS RESUELTOS

17 **Un cuerpo de 12 kg sube por un plano inclinado de 30° debido a una fuerza de 105 N en la dirección del desplazamiento. Si el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0{,}22$:**

a) ¿Con qué aceleración asciende el cuerpo?

b) ¿Qué fuerza habría que aplicar en la dirección del desplazamiento para que el cuerpo suba con una velocidad constante?



a) Aplicando las leyes de Newton en ambos ejes:

$$\sum F_y = 0;\ N - P\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha$$

$$\sum F_x = ma_x;\ F - f_r - P\text{sen}\alpha = ma_x \Rightarrow a_x = \frac{F - \mu mg\cos\alpha - mg\,\text{sen}\alpha}{m}$$

$$a_x = \frac{(105\,\text{N}) - 0{,}22\cdot(12\,\text{kg})(9{,}81\,\text{ms}^{-2})\cos 30° - (12\,\text{kg})(9{,}81\,\text{ms}^{-2})\text{sen}30°}{(12\,\text{kg})} = 2{,}0\,\text{ms}^{-2}$$

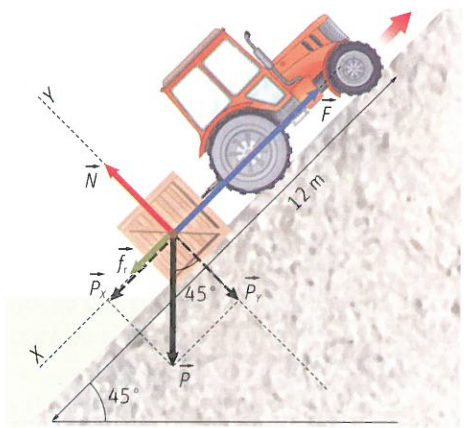
b) Para que suba con velocidad constante la fuerza resultante en la dirección del movimiento tiene que ser cero:

$F = f_r + mg\text{ sen }\alpha = mg(\mu\cos\alpha + \text{sen }\alpha) = (12\text{ kg})(9{,}81\text{ ms}^{-2})(0{,}22\cos 30° + \text{sen }30°) = 81\text{ N}$

18 **Un tractor ejerce una fuerza constante sobre una caja de masa 110 kg, inicialmente en reposo, de forma que sube acelerando desde el reposo los 12 m de una rampa de 45° en 8,0 s. El coeficiente de rozamiento entre la caja y el suelo de la rampa es $\mu = 0{,}41$.**

a) Calcula el valor de la fuerza aplicada por el tractor.

b) Cuando la caja se encuentra en la parte más alta del plano, se suelta del tractor. Determina la velocidad con la que llegará la caja al final del mismo.



a) Se sabe que la caja tiene un *mrua*:

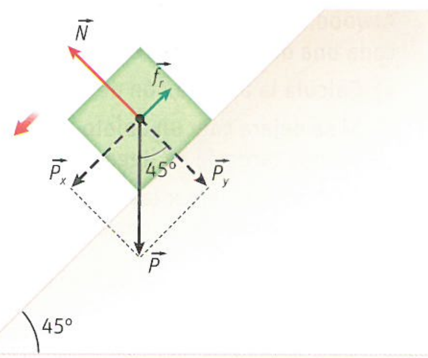
$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}a_x t^2 \Rightarrow a_x = \frac{2\Delta x}{t^2} = \frac{2\cdot(12\,\text{m})}{(8{,}0\,\text{s})^2} = 0{,}38\,\text{ms}^{-2}$$

$$\sum F_y = 0;\ N - P\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = P\cos\alpha = mg\cos\alpha$$

$$\sum F_x = ma_x;\ F - f_r - P\text{sen}\alpha = ma_x \Rightarrow F = ma_x + f_r + P\text{sen}\alpha$$

$$F = ma_x + \mu mg\cos\alpha + mg\,\text{sen}\alpha = ma_x + mg(\mu\cos\alpha + \text{sen}\alpha)$$

$$F = (110\,\text{kg})(0{,}38\,\text{ms}^{-2}) + (110\,\text{kg})(9{,}81\,\text{ms}^{-2})(0{,}41\cos 45° + \text{sen}45°) = 1{,}1\cdot 10^3\,\text{N}$$



b) Cuando la caja cae, la fuerza de rozamiento cambia su sentido.

$$\sum F_x = ma_x;\ P\text{sen}\alpha - f_r = ma_x;\ mg\,\text{sen}\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma_x \Rightarrow a_x = g(\text{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)$$

$$a_x = (9{,}81\,\text{ms}^{-2})(\text{sen}45° - 0{,}41\cos 45°) = 4{,}1\,\text{ms}^{-2}$$

$$v_f^2 - v_0^2 = 2a_x\Delta x \Rightarrow v_f = \sqrt{2a_x\Delta x} = \sqrt{2\cdot(4{,}1\,\text{ms}^{-2})(12\,\text{m})} = 9{,}9\,\text{ms}^{-1}$$

ACTIVIDADES

28. Dibuja un diagrama de fuerzas que represente las situaciones que se indican a continuación:

a) Un chico al salir de clase lanza una mochila hacia arriba por un tobogán que tiene rozamiento.

b) Un ciclista está descendiendo un puerto sin dar pedales en una zona que no hay curvas. Existe rozamiento entre las ruedas y el pavimento.

29. Con la ayuda de una fuerza de 14 N se sube un objeto de 2,0 kg de masa por un plano inclinado de 25°. Calcula la aceleración con la que sube el objeto:

a) Si no hay rozamiento entre el plano y el objeto.

b) Si existe rozamiento, $\mu_c = 0{,}17$.

Solución: a) 2,9 ms^{-2}; b) 1,3 ms^{-2}

6 Cálculo de tensiones

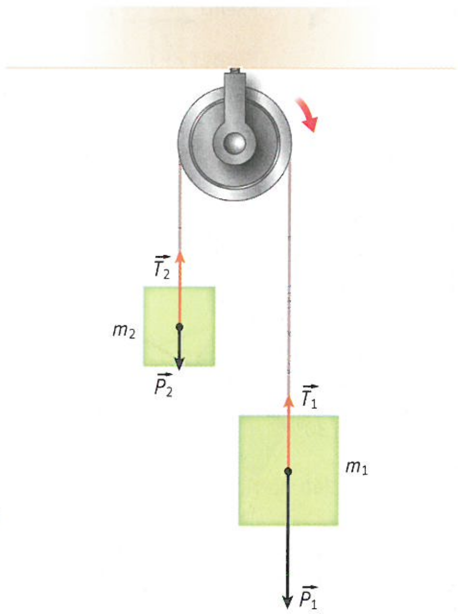


Figura 11.15. Máquina de Atwood.

Es frecuente aplicar fuerzas sobre un cuerpo mediante cuerdas o cables que tiran de él. Cuando se tira de un cuerpo con ayuda de una cuerda, recibe una fuerza que se transmite a lo largo de la misma, denominada **tensión**, T, de la cuerda.

> La **tensión** de una cuerda es la fuerza que marcaría un dinamómetro intercalado en ella.

Se supone que la cuerda no tiene masa (es una cuerda ideal); así, el valor de la tensión es único en toda la cuerda.

Cuerpos suspendidos

El caso más sencillo es el de la máquina de Atwood, un dispositivo diseñado en 1784 por el físico inglés **G. Atwood** con la finalidad de confirmar experimentalmente las leyes de la dinámica. De forma simplificada consiste en un sistema formado por dos masas m_1 y m_2, ligeramente diferentes, unidas por una cuerda que pasa por una polea cuya masa se considera despreciable y sin rozamiento.

Al ser las masas diferentes, se pondrán en movimiento. Las fuerzas que actúan sobre cada masa son su **peso** y la **tensión** de la cuerda (Fig. 11.14). Al aplicar la segunda ley de la dinámica, y teniendo en cuenta que la aceleración con que se mueven ambas masas es la misma en módulo y dirección, pero de sentido contrario, se tiene;

$$m_1g - T_1 = m_1a$$

$$T_2 - m_2g = m_2a$$

La fuerza aplicada en un extremo de una cuerda es única en toda la cuerda (incluso cuando esta se dobla alrededor de una polea), por tanto, $T_1 = T_2$; sustituyendo en las ecuaciones anteriores y sumando se obtiene:

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}g$$

Los cuerpos unidos por cuerdas tienen un movimiento solidario, es decir, su velocidad y su aceleración tienen el mismo módulo, y recorren el mismo espacio.

EJERCICIOS **RESUELTOS**

19 **Paul Atreides, un personaje de la saga de novelas Dune, se ve obligado a viajar al planeta Arrakis. Para determinar la gravedad en el planeta se pudo llevar una máquina de Atwood. Al colgar de la polea dos masas de 0,200 kg y 0,100 kg, Atreides observó que cada una de las masas recorría 1,77 m en 1,10 s.**

a) Calcula la aceleración de la gravedad en Arrakis y la tensión de la cuerda.

b) Si se dejara caer un objeto desde 35 m de altura en este planeta imaginario, ¿cuánto tiempo tardaría en llegar al suelo?

a) Sabemos que al ser las masas diferentes el sistema tendrá aceleración. Es un *mrua* en el que inicialmente las dos masas se encuentran en reposo ($v_0 = 0$):

$$\Delta x = v_0t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2\Delta x}{t^2} = \frac{2\cdot(1{,}77\,\text{m})}{(1{,}10\,\text{s})^2} = 2{,}93\,\text{ms}^{-2}$$

Aplicando la segunda ley de Newton sobre cada masa:

Sobre m_1: $0{,}200g - T = 0{,}200\cdot 2{,}93$

Sobre m_2: $T - 0{,}100g = 0{,}100\cdot 2{,}93$

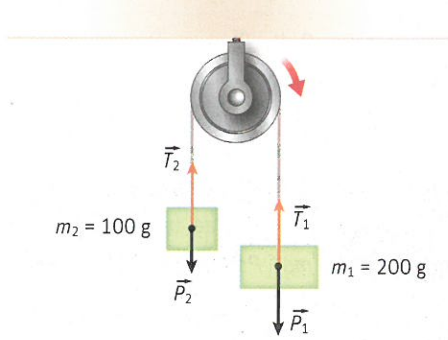
Sumando: $0{,}100g = 0{,}879 \Rightarrow g = 8{,}79\,\text{ms}^{-2}$

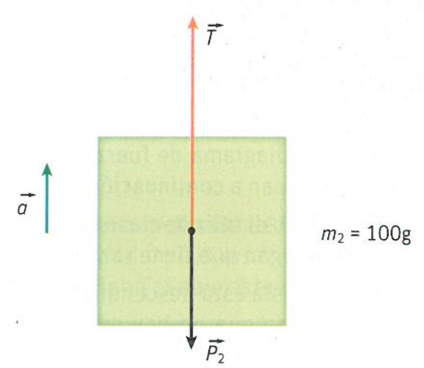
Sustituyendo en cualquiera de las ecuaciones (por ejemplo, la segunda):

$$T = (0{,}100\,\text{kg})(2{,}93\,\text{ms}^{-2}) + (0{,}100\,\text{kg})(8{,}79\,\text{ms}^{-2}) = 1{,}17\,\text{N}$$

b) Es una caída libre, con $v_0 = 0$, por tanto:

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2;\ 0 = 35 - \frac{1}{2}\cdot 8{,}79\cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\cdot(35\,\text{m})}{(8{,}79\,\text{ms}^{-2})}} = 2{,}8\,\text{s}$$





Cuerpos enlazados en los que al menos uno se apoya en un plano

Sobre los cuerpos apoyados en el plano actúan el peso, la normal, la tensión de la cuerda y, si hay fricción, la fuerza de rozamiento. A veces, hay una fuerza externa que tira del conjunto.

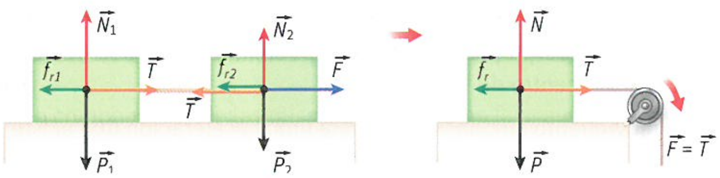


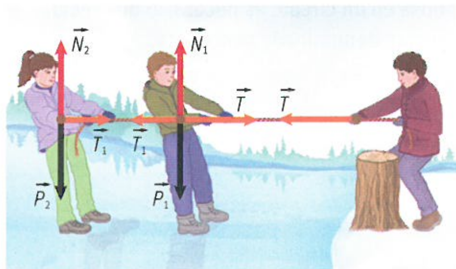
Figura 11.16. Ejemplos de cuerpos enlazados.

Ten en cuenta

- Si se tira del extremo de una cuerda fija por el otro, su tensión es la magnitud de la fuerza.
- Si dos objetos están conectados por una cuerda, el valor de la tensión es único.
- Si la cuerda pasa por una polea y no se considera el rozamiento, la tensión en la cuerda no cambia.

EJERCICIOS RESUELTOS

20 **Tres chicos de 60,0 kg de masa cada uno juegan sobre un lago helado. Dos de ellos se quedan en una zona del lago donde el rozamiento es prácticamente cero. Para salir de allí, el tercer compañero, sujetado a un árbol cortado, les lanza una cuerda y tira de ella consiguiendo que sus amigos se muevan con una aceleración de 1,00 m s^{-2}.**



a) Calcula el valor de la fuerza aplicada.

b) Determina la tensión de la cuerda entre los dos chicos que están en el hielo.

a) Se aplica el segundo principio de la dinámica. El tercer compañero tira con una fuerza T y la cuerda que une a los dos del lago soporta una tensión T_1:

$$\text{Masa } m_1\text{:} \begin{cases} \sum F_y = 0;\ N_1 - P_1 = 0 \Rightarrow N_1 = P_1 = m_1 g \\ \sum F_x = m_1 a_x \Rightarrow T - T_1 = m_1 a_x \end{cases}$$

$$\text{Masa } m_2\text{:} \begin{cases} \sum F_y = 0;\ N_2 - P_2 = 0 \Rightarrow N_2 = P_2 = m_2 g \\ \sum F_x = m_2 a_x \Rightarrow T_1 = m_2 a_x \end{cases}$$

Sustituyendo en m_1: $T - m_2 a_x = m_1 a_x \Rightarrow T = 2 m_1 a_x = 2 \cdot (60\,\text{kg})(1{,}00\,\text{m s}^{-2}) = 120\,\text{N}$

b) $T_1 = m_2 a_x = m_1 a_x = (60{,}0\,\text{kg})(1{,}00\,\text{m s}^{-2}) = 60\,\text{N}$

21 **Un cuerpo de masa m_1 = 2,0 kg se halla sobre un plano inclinado de 35° y está unido, mediante una cuerda que pasa por una polea, a otro cuerpo de masa m_2 = 4,5 kg que cuelga verticalmente. Si el coeficiente de rozamiento entre el plano y el cuerpo es 0,15, calcula la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda que une los dos cuerpos.**

Se asigna un sentido arbitrario (por ejemplo, el de las agujas del reloj) y luego se comprueba si coincide con el signo obtenido de la aceleración:

$$\text{Masa } m_1\text{:} \begin{cases} \sum F_y = 0;\ N - P_1 \cos 35° = 0 \Rightarrow N = m_1 g \cos 35° \\ \sum F_x = m a_x;\ T - f_r - P_1 \operatorname{sen} 45° = m_1 a_x \end{cases}$$

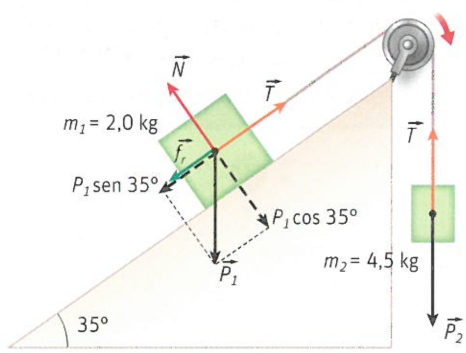
Masa m_2: $\sum F_x = m_2 a_x;\ P_2 - T = m_2 a_x$

Sumando las dos ecuaciones del eje X para eliminar la tensión:

$$P_2 - f_r - P_1 \operatorname{sen} 45° = (m_1 + m_2) a_x \Rightarrow a_x = \frac{P_2 - f_r - P_1 \operatorname{sen} 35°}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 g - \mu m_1 g \cos 35° - m_1 g \operatorname{sen} 35°}{m_1 + m_2}$$

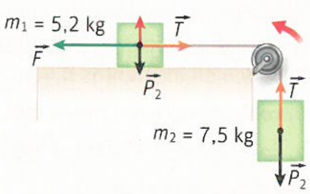
$$a_x = \frac{(4{,}5\,\text{kg})(9{,}81\,\text{m s}^{-2}) - (2{,}0\,\text{kg})(9{,}81\,\text{m s}^{-2})(0{,}15 \cdot 0{,}82 + 0{,}57)}{(4{,}5 + 2{,}0)\,\text{kg}} = 4{,}7\,\text{m s}^{-2}$$

$$T = m_2 (g - a_x) = (4{,}5\,\text{kg})[(9{,}81\,\text{m s}^{-2}) - (4{,}7\,\text{m s}^{-2})] = 23\,\text{N}$$



ACTIVIDADES

30. En la figura, ¿qué fuerza horizontal sobre el primer cuerpo hace que, partiendo del reposo, avance 5,0 m en 3,5 s? ¿Qué tensión tendrá la cuerda?



Solución: a) 84 N; b) 80 N

31. Dos cuerpos de 1,0 kg y 3,0 kg descansan sobre un plano horizontal y uno inclinado 30°, respectivamente, unidos por una cuerda. Suponiendo que el coeficiente de rozamiento cinético para ambos planos vale 0,10, halla la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.

Solución: 2,8 m s^{-2}; 3,8 N

7 Dinámica del movimiento circular

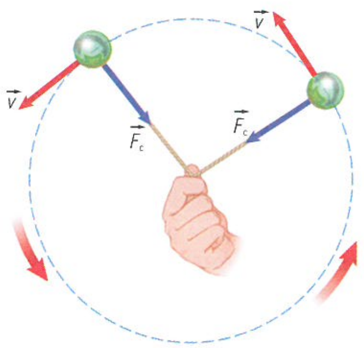


Figura 11.17. Para mantener un objeto moviéndose en un círculo es necesario que reciba una fuerza denominada centrípeta, $\vec{F}_c$.

El movimiento circular es frecuente en el mundo natural y en dispositivos mecánicos diversos. Por ejemplo, muchos satélites artificiales giran alrededor de la Tierra con una órbita casi circular; el movimiento de las ruedas de los coches o el movimiento que realiza el lanzador de martillo son circulares.

Cuando un cuerpo describe una trayectoria circular, la dirección de su velocidad cambia y, por tanto, el cuerpo poseerá una aceleración, denominada **aceleración centrípeta**, $\vec{a}_c$, dirigida hacia el centro de la trayectoria.

En el movimiento circular uniforme la única aceleración que existe es la centrípeta. Según la segunda ley de Newton, un objeto en movimiento circular uniforme debe recibir una fuerza resultante en el sentido de la aceleración, es decir, hacia el centro de la circunferencia. Esta fuerza recibe el nombre de **fuerza centrípeta** (Fig. 11.16).

La **fuerza centrípeta**, $\vec{F}_c$, es la fuerza resultante que origina la aceleración centrípeta, $\vec{a}_c$:

$$\boxed{F_c = ma_c = m\frac{v^2}{R}}$$

La fuerza centrípeta no es un nuevo tipo de fuerza sino la fuerza resultante dirigida hacia el centro del movimiento circular.

OBSERVA

La fuerza centrípeta puede ser una fuerza a distancia, como en el caso de la atracción gravitatoria entre la Tierra y la Luna.

La fuerza centrípeta puede ser una fuerza de contacto, como la fuerza de rozamiento estática entre los neumáticos y el asfalto.

En el lanzamiento de martillo, la fuerza centrípeta es la tensión de la cuerda o cable que sujeta el martillo.

Si varían, la dirección de la velocidad y su módulo, además de la aceleración centrípeta existe una aceleración tangencial debida a una fuerza tangencial. En este caso, la fuerza resultante sobre el objeto es la suma vectorial de esta fuerza tangencial y la centrípeta, y no tiene dirección radial.

ACTIVIDADES

32. Un grupo de patinadores se cogen de las manos y forman una línea recta. El grupo trata de patinar para que la línea gire alrededor del patinador situado en un extremo, que actúa como pivote.

El patinador más alejado del pivote tiene una masa de 75,0 kg y se encuentra a 5,80 m del pivote y patina a una velocidad de 4,50 ms^{-1}. Calcula la fuerza centrípeta que actúa sobre él.

Solución: 262 N

EJERCICIOS RESUELTOS

22 **Con una pelota atada a una cuerda se realiza un movimiento circular en un plano vertical, con velocidad constante.**

a) **Dibuja las fuerzas que actúan sobre la pelota en el punto más alto, B, y en el punto más bajo, A, de la trayectoria.**

b) **Calcula la tensión de la cuerda en B y en A.**

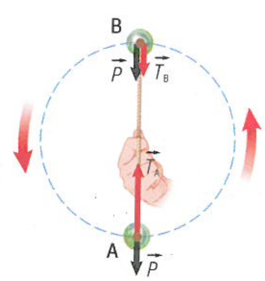
a) Sobre la pelota siempre actúan la tensión de la cuerda y el peso.

b) Como la pelota describe un movimiento circular tiene aceleración normal. Aplicando el segundo principio de la dinámica en los puntos B y A:

En B: $T_B + P = ma_c \Rightarrow T_B = ma_c - P = ma_c - mg$

En A: $T_A - P = ma_c \Rightarrow T_A = ma_c + P = ma_c + mg$

(en A, la tensión es mayor que el peso).



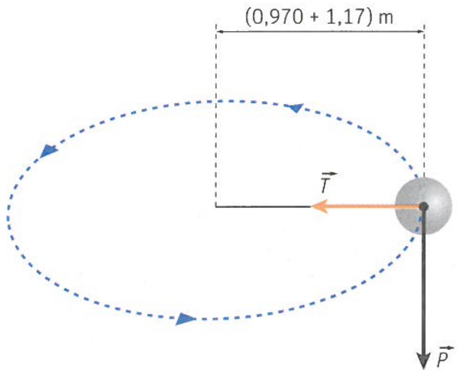
7.1. Cálculo de la fuerza centrípeta en distintas situaciones

El procedimiento para resolver situaciones dinámicas en las que el objeto describe un movimiento circular es similar al usado para resolver situaciones dinámicas en planos horizontales e inclinados:

1. Se dibuja un diagrama de la situación con las fuerzas que actúan sobre el objeto que se esté estudiando.
2. Se identifican las fuerzas o componentes de las mismas que originan la aceleración centrípeta (las que van dirigidas hacia el centro de la trayectoria).
3. Se eligen convenientemente los ejes de coordenadas (preferiblemente se elige un eje en la dirección de la aceleración).
4. Se aplica la segunda ley de Newton en dicha dirección.

EJERCICIOS RESUELTOS

23 **En el lanzamiento de martillo la bola debe pesar, en el caso de los hombres, al menos 7,260 kg y la distancia total desde el asa hasta el final de la bola debe ser de, al menos, 117 cm. Un atleta que tiene un brazo de 0,970 m realiza un entrenamiento de martillo; para ello, da tres vueltas con el martillo en un plano horizontal en 2,50 segundos. Determina la fuerza centrípeta justo antes de lanzar el martillo.**



Según se observa en el diagrama, la única fuerza que actúa sobre el martillo en la dirección radial es la tensión, por tanto, esta fuerza corresponde a la fuerza centrípeta. Se determina la velocidad de giro y se aplica el segundo principio:

La velocidad angular de la bola es: $\omega = 3 \cdot \dfrac{(2\pi \text{ rad})}{(2{,}50 \text{ s})} = 7{,}54 \text{ rad s}^{-1}$

La velocidad lineal es: $v = \omega R = (7{,}54 \text{ rad s}^{-1})(0{,}970 \text{ m} + 1{,}17 \text{ m}) = 16{,}1 \text{ m s}^{-1}$

Aplicando la segunda ley de Newton en la dirección radial:

$$\sum F_x = ma_c \Rightarrow T = ma_c = m\frac{v^2}{R} = (7{,}260 \text{ kg})\frac{(16{,}1 \text{ m s}^{-1})^2}{(2{,}14 \text{ m})} = 879 \text{ N}$$

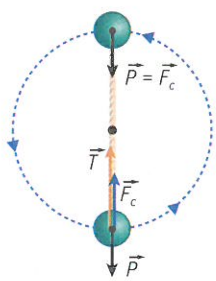
24 **Una chica realiza malabares con unas cariocas que tienen una longitud de 65 cm y una masa de 67 g, tal como se observa en la figura. En un momento determinado realiza con una de las cariocas un círculo vertical.**

a) Calcula la mínima velocidad que debe tener la carioca en el punto más alto para que continúe moviéndose en un círculo.

b) Calcula la tensión de la cuerda en el punto más bajo de la trayectoria suponiendo que la velocidad en ese punto es el doble que la calculada en el apartado *a*.

a) Las fuerzas que actúan sobre la carioca son su peso y la tensión. Si la velocidad es inferior a un valor mínimo, la carioca no hará el giro y no habrá tensión. Por tanto, la condición de giro es que la tensión en la parte superior sea cero (solo actuará el peso):

$$P = ma_c;\; mg = ma_c = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{Rg} = \sqrt{(0{,}65 \text{ m})(9{,}81 \text{ m s}^{-2})} = 2{,}5 \text{ m s}^{-1}$$



b) Aplicando la segunda ley de Newton, como la velocidad en esta posición es 5,0 m s⁻¹:

$$T - mg = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow T = m\left(g + \frac{v^2}{R}\right) = (0{,}067 \text{ kg})\left[(9{,}81 \text{ m s}^{-2}) + \frac{(5{,}0 \text{ m s}^{-1})^2}{(0{,}65 \text{ m})}\right] = 3{,}2 \text{ N}$$

ACTIVIDADES

33. Un automóvil de 1250 kg entra en una curva plana de radio 34,0 m, con una determinada velocidad. Calcula la velocidad máxima con la que puede tomar la curva si el coeficiente de rozamiento estático en seco vale 0,450.

Solución: $12{,}3 \text{ m s}^{-1}$

34. Un satélite artificial de 120 kg de masa gira alrededor de la Tierra en una órbita de radio $6{,}87 \cdot 10^6$ m. Conocidas las constantes de gravitación universal y de la masa de la Tierra, calcula la fuerza centrípeta que recibe el satélite y su velocidad.

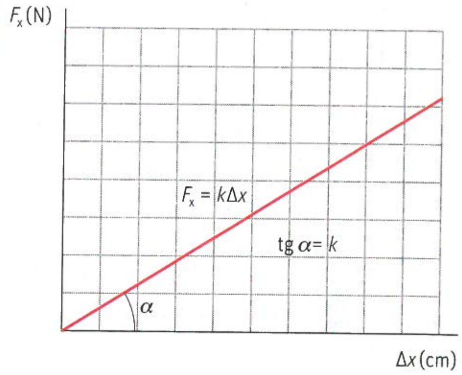
Solución: $1{,}01 \cdot 10^3$ N; $6{,}6 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$

8 Fuerzas elásticas

Existen cuerpos, como una goma elástica, una cuerda para hacer *puenting* o un muelle, que se deforman cuando reciben una fuerza pero recuperan su forma original cuando la fuerza deja de actuar. Se denominan **cuerpos elásticos**.

RELACIONA

Tanto los zancos saltadores como los amortiguadores de un coche están constituidos por cuerpos elásticos. Si se comprime o estira el zanco o el amortiguador, aparece una fuerza que intenta restaurar la posición de equilibrio. A este tipo de fuerzas se las denomina **restauradoras** o **recuperadoras**.



Experimentalmente se comprueba que para pequeños desplazamientos la fuerza requerida para estirar o comprimir un muelle es directamente proporcional a la deformación realizada.

Un muelle debe recibir una fuerza de un cuerpo para estirarse o comprimirse. De acuerdo con la tercera ley de la dinámica, el muelle ejercerá una fuerza igual y de sentido contrario sobre el cuerpo que viene determinada por la **ley de Hooke:**

Ley de Hooke: La fuerza recuperadora o elástica que ejerce un muelle es proporcional a la deformación producida y tiene sentido contrario a dicha deformación.

$$\boxed{F_x = -k\Delta x}$$

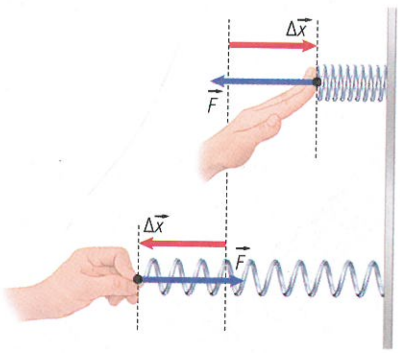


Figura 11.18. Cuando se comprime un muelle la fuerza restauradora se opone a la deformación. Al estirarse el muelle, la fuerza recuperadora también se opone a la deformación.

Donde k es la constante elástica del muelle y se mide en (N m^{-1}). Esta constante es característica de cada muelle: cuanto mayor sea la rigidez de un muelle mayor será su constante y mayor será la fuerza ejercida por el muelle sobre un objeto unido a él.

La fuerza elástica es una fuerza de contacto y variable, ya que depende del alargamiento o compresión del muelle (la aceleración que produce sobre el cuerpo también es variable):

$$F_x = -k\Delta x = ma_x \Rightarrow a_x = -\frac{k}{m}\Delta x$$

El movimiento que realiza el cuerpo unido al muelle por la acción de fuerzas elásticas se denomina **movimiento armónico simple.** Es un movimiento de vaivén, de velocidad y aceleración variables (no es uniformemente acelerado) cuyos valores se repiten de forma periódica con un período:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Al cuerpo sometido a este tipo de movimiento se lo denomina **oscilador armónico.**

ACTIVIDADES

35. Un muelle de 25 cm de longitud tiene una constante elástica de 5,0 N m^{-1}.

a) ¿Qué fuerza duplicará su longitud inicial?

b) ¿Qué alargamiento produce una fuerza de 0,80 N?

Solución: a) 1,3 N; b) 0,16 m

36. Un muelle ejerce una fuerza de 10,0 N si se estira 1,00 cm desde su posición de equilibrio. ¿Cuánto aumentará la fuerza del muelle si este se estira de la posición 3,00 cm a la posición 4,00 cm?

Solución: 10,0 N

Resolución de problemas donde intervienen muelles

La fuerza elástica es una fuerza de contacto que contribuye como otra fuerza cualquiera a la hora de determinar la fuerza resultante sobre un cuerpo.

EJERCICIOS RESUELTOS

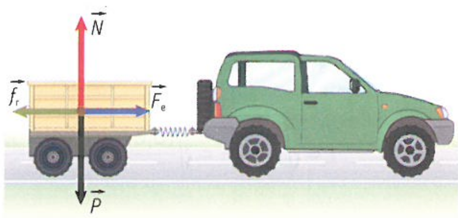
25 **Un jugador de baloncesto realiza un mate como el de la figura. Antes de caer al suelo se queda colgado un instante sobre el aro, desviándolo de su posición de equilibrio 13,0 cm. Sabiendo que la masa del jugador es de 114 kg y asumiendo que el aro se comporta como un muelle elástico, determina la constante elástica del aro.**

Como el jugador está momentáneamente en reposo, su aceleración es cero, por tanto, la suma de todas las fuerzas que actúan sobre el jugador es cero. Sobre él actúan dos fuerzas, el peso y la fuerza elástica; así:

$$\sum F_y = 0;\ F - mg = 0;\ k\Delta y = mg \Rightarrow k = \frac{mg}{\Delta y} = \frac{(114\,\text{kg})(9{,}81\,\text{ms}^{-2})}{(0{,}130\,\text{m})} = 8{,}60 \cdot 10^3\ \text{Nm}^{-1}$$

26 **Un coche transporta un remolque de 105 kg unido al vehículo con un muelle de constante elástica $k = 1{,}60 \cdot 10^3\ \text{N m}^{-1}$. El coche comienza a moverse con una velocidad constante de $1{,}5\ \text{m s}^{-1}$. El coeficiente de rozamiento estático entre el suelo y las ruedas del remolque es de 0,60 y el muelle está en equilibrio cuando el coche empieza a moverse.**

Calcula el alargamiento que se ha producido en el muelle antes de que el remolque comience a moverse.

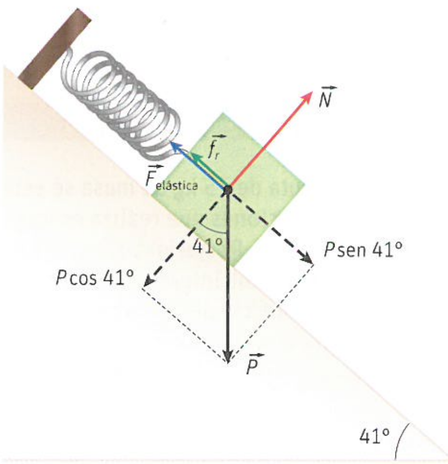


Se aísla el remolque y se dibujan todas las fuerzas que actúan sobre él. Cuando la fuerza elástica sea mayor que la fuerza de rozamiento estático que actúa sobre el remolque, este comenzará a moverse. Aplicando el segundo principio de la dinámica:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N = mg$$
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow f_r = F_e$$

Sustituyendo: $f_r = \mu mg = k\Delta x \Rightarrow \Delta x = \dfrac{\mu mg}{k} = \dfrac{0{,}60 \cdot (105\,\text{kg})(9{,}81\,\text{ms}^{-2})}{(1{,}60 \cdot 10^3\,\text{Nm}^{-1})} = 0{,}39\,\text{m}$

27 **Un cuerpo de 4,0 kg de masa se encuentra en reposo sobre un plano inclinado de 41°. Está sujeto al extremo superior del plano inclinado mediante un muelle de constante elástica $12\ \text{N m}^{-1}$. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento estático entre el suelo y el plano es 0,50, calcula cuánto se alargará el muelle.**



Como el cuerpo se encuentra en reposo, las fuerzas que actúan en cada eje se anulan:

$$\sum F_y = 0;\ N - mg\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha$$
$$\sum F_x = 0;\ P\,\text{sen}\,\alpha - f_r - F_e = 0 \Rightarrow F_e = mg\,\text{sen}\,\alpha - f_r = mg(\text{sen}\,\alpha - \mu\cos\alpha)$$

$$F_e = (4{,}0\,\text{kg})(9{,}81\,\text{ms}^{-2})(\text{sen}\,41° - 0{,}50\cos 41°) = 11\,\text{N}$$

Con ayuda de la ley de Hooke se obtiene el alargamiento:

$$F_e = k\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{F_{\text{muelle}}}{k} = \frac{(11\,\text{N})}{(12\,\text{Nm}^{-1})} = 0{,}92\,\text{m}$$

ACTIVIDADES

37. Una persona, al subirse sobre una balanza de resorte, pesa 670 N; el muelle se comprime 0,78 cm.

a) ¿Cuál es la constante del muelle?

b) ¿Cuánto pesa otra persona que comprime el muelle 0,32 cm?

Solución: a) $8{,}6 \cdot 10^2\ \text{N cm}^{-1}$; b) 275 N

38. En una feria hay un juego que consiste en golpear sobre un muelle acolchado. Una persona de 87,0 kg puede golpear con una fuerza que es igual a la mitad de su peso; si la constante elástica del muelle vale $k = 2{,}70\ 10^4\ \text{N m}^{-1}$, calcula cuánto se comprimirá el muelle.

Solución: $1{,}58 \cdot 10^{-2}$ m

Fuerza gravitatoria y campo gravitatorio

28 Arthur C. Clarke, autor de la famosa novela de ciencia ficción *2001: Una odisea espacial*, predijo en 1945 que un día las comunicaciones de todo el mundo se cursarían por una red de tres satélites geoestacionarios ubicados a intervalos fijos alrededor del ecuador terrestre. Un satélite geoestacionario permanece siempre en la misma vertical sobre la Tierra, es decir, está siempre encima del mismo punto porque da una vuelta completa a su órbita alrededor de la Tierra en un día.

a) Calcula el radio de la órbita de un satélite geoestacionario.

b) ¿Cuál es el valor de la intensidad del campo gravitatorio en dicha órbita?

Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2kg^{-2}}$; masa de la Tierra, $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg

Consideraciones iniciales

- La fuerza gravitatoria sobre el satélite es centrípeta y hace que el satélite describa una órbita circular.
- El período de rotación del satélite geoestacionario es el mismo que el de la Tierra, 24 horas.

Resolución

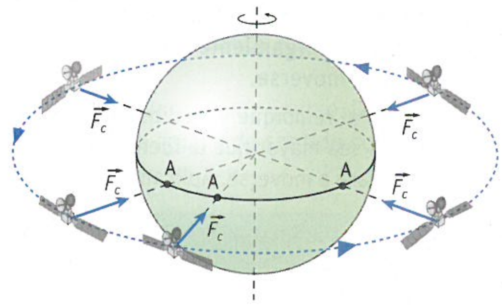
a) Las siguientes ecuaciones corresponden al segundo principio de la dinámica aplicado al satélite y a la velocidad de un movimiento circular:

$$\left.\begin{array}{l} F_c = ma_c;\ \dfrac{GM_Tm}{r^2} = m\dfrac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{GM_T}{r}} \\ v = \dfrac{2\pi r}{T} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{GM_T}{r}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{(6{,}67\cdot10^{-11}\ \mathrm{Nm^2kg^{-2}})(5{,}98\cdot10^{24}\ \mathrm{kg})(24\cdot3600\ \mathrm{s})^2}{4\pi^2}} = 4{,}2\cdot10^7\ \mathrm{m}$$

b) De la definición de intensidad de campo:

$$g = \frac{GM_T}{r^2} = \frac{(6{,}67\cdot10^{-11}\ \mathrm{Nm^2kg^{-2}})(5{,}98\cdot10^{24}\ \mathrm{kg})}{(4{,}2\cdot10^7\ \mathrm{m})^2} = 0{,}23\ \mathrm{ms^{-2}}$$



CONCLUSIONES: Los satélites geoestacionarios están a igual distancia del centro de la Tierra y permanecen "fijos" sobre un lugar del ecuador.

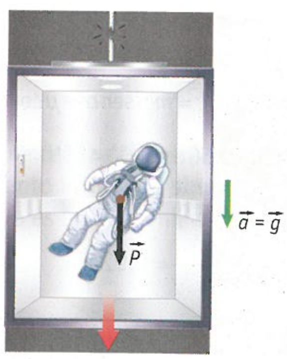
Peso aparente e "ingravidez"

29 Un astronauta de 75 kg de masa se está entrenando; una de las simulaciones que realiza es una caída libre dentro de un ascensor. Posteriormente, el astronauta viaja a la Estación Espacial Internacional situada a unos 400 km sobre la superficie de la Tierra.

a) Calcula el peso que tendría el astronauta en una balanza situada en el interior del ascensor en caída libre.

b) Calcula el valor del campo gravitatorio en la EEI y determina el peso del astronauta en dicha Estación.

Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2kg^{-2}}$; $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m



Consideraciones iniciales

- La balanza determina el peso aparente.

Resolución

a) Aplicando la segunda ley de Newton: $P - N = mg \Rightarrow N = P - mg = 0$ N

Luego, el peso aparente en el ascensor es cero.

b) El valor del campo en la EEI es: $g = \dfrac{GM_T}{r^2} = \dfrac{(6{,}67\cdot10^{-11}\ \mathrm{Nm^2kg^{-2}})(5{,}98\cdot10^{24}\ \mathrm{kg})}{(6{,}37\cdot10^6\ \mathrm{m} + 4{,}0\cdot10^5\ \mathrm{m})^2} = 8{,}7\ \mathrm{ms^{-2}}$

Luego, su peso sería $P = mg = (75\ \mathrm{kg})(8{,}7\ \mathrm{ms^{-2}}) = 6{,}5 \cdot 10^2$ N. La persona sobre la balanza en la EEI se encuentra en "caída" libre y su peso aparente en la balanza es cero.

CONCLUSIONES: En la Estación Espacial Internacional, al igual que en el ascensor, el astronauta tiene un peso aparente igual a cero, pero en ambos casos es atraído por la fuerza gravitatoria, por tanto, no está en estado de ingravidez.

Interacción electrostática

30 **Dos péndulos electrostáticos de 12 cm de longitud y 0,025 g de masa, que cuelgan del mismo punto, están separados por una distancia de 12 cm.**

a) Calcula la fuerza eléctrica que actúa sobre cada una de las bolitas.

b) Determina el número de electrones que han añadido los péndulos.

Consideraciones iniciales

- Una bolita de porexpán, recubierta con una pintura que lleve plomo y colgando de un hilo, constituye un péndulo electrostático.
- Cada bolita está en equilibrio por la acción de las fuerzas que recibe.

Resolución

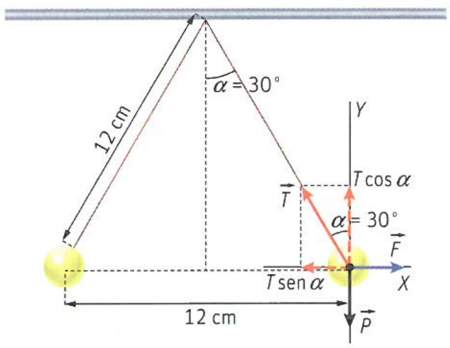
a) En el dibujo se deduce que $\alpha = 30°$. Aplicando el segundo principio de la dinámica a los ejes X e Y:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Eje } X: F_C = T\,\text{sen}30° \\ \text{Eje } Y: F_N = T\cos 30°\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{F_C}{F_N} = tg30°$$

La fuerza de Coulomb es: $F_C = F_N\,\text{tg}30° = (2{,}5\cdot 10^{-5}\ \text{kg})(9{,}8\ \text{ms}^{-1})\cdot \text{tg}30° = 1{,}4\cdot 10^{-4}\ \text{N}$.

b) De la expresión de la fuerza eléctrica se deduce la carga de las bolitas:

$$F_C = 9\cdot 10^9 \frac{q^2}{0{,}06^2} = 1{,}4\cdot 10^{-4} \Rightarrow q = 7{,}5\cdot 10^{-9}\ \text{C} \Leftrightarrow \frac{(7{,}5\cdot 10^{-9}\ \text{C})}{(1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{Ce}^{-1})} = 4{,}7\cdot 10^{10}\ \text{electrones}$$



> **CONCLUSIONES:** La carga del electrón es muy pequeña, solo miles de millones de electrones pueden ocasionar pequeñas fuerzas medibles.

Movimientos bajo fuerzas constantes

31 **Una chica se desliza por una pista de esquí sobre una tabla de *snowboard*. En un momento determinado comienza a subir una pendiente que forma 60° con la horizontal, con una velocidad inicial de 9,0 ms⁻¹. La nieve no está en muy buen estado, por ello los coeficientes de rozamiento estático y cinético son elevados, $\mu_c = 0{,}45$ y $\mu_e = 0{,}60$.**

a) Calcula la distancia que recorre por la pendiente antes de detenerse.

b) Determina si, después de detenerse, se desliza hacia atrás y, en caso afirmativo, calcula el tiempo que tarda en caer de nuevo.

Consideraciones iniciales

- La chica termina deteniéndose por la acción de la componente del peso paralela al plano y de la fuerza de rozamiento.
- Para que se deslice hacia atrás la componente paralela del peso tendrá que ser mayor que la fuerza de rozamiento.

Resolución

a) Aplicando el segundo principio de la dinámica se determina la aceleración:

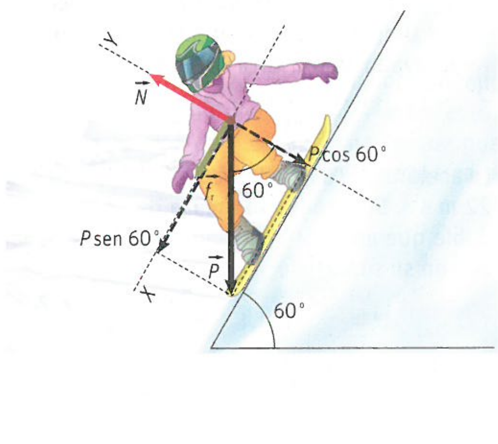
$$\sum F_y = 0;\ N - mg\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha$$

$$\sum F_x = ma_x;\ -P\text{sen}\alpha - f_r = ma_x \Rightarrow a_x = \frac{-\mu_c mg\cos\alpha - mg\,\text{sen}\alpha}{m}$$

$$a_x = -g(\mu_c\cos\alpha + \text{sen}\alpha) = -(9{,}81\ \text{ms}^{-2})(0{,}45\cos 60° + \text{sen}60°) = -11\ \text{ms}^{-2}$$

Una vez calculada la aceleración, sabiendo que la velocidad final es cero:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2a_x\Delta x \Rightarrow \Delta x = -\frac{v_0^2}{2a_x} = -\frac{(9{,}0\ \text{ms}^{-1})^2}{2\cdot(-11\ \text{ms}^{-2})} = 3{,}7\ \text{m}$$



b) La componente paralela del peso es $mg\text{sen}\,\alpha$ y la fuerza de rozamiento estática es $\mu_e mg\cos\,\alpha$. Para que deslice hacia atrás:

$$mg\,\text{sen}\alpha > \mu_e mg\cos\alpha \Rightarrow \text{tg}\alpha > \mu_e$$

Como tg $\alpha = 1{,}73 > \mu_e = 0{,}60$, se deslizará con un *mrua*:

$$\sum F_x = ma_x;\ mg\,\text{sen}\alpha - \mu_c mg\cos\alpha = ma_x \Rightarrow a_x = g(\text{sen}\alpha - \mu_c\cos\alpha)$$

$$a_x = (9{,}81\ \text{ms}^{-2})(\text{sen}60° - 0{,}45\cos 60°) = 6{,}3\ \text{ms}^{-2}$$

Para calcular el tiempo utilizaremos las ecuaciones del *mrua* sabiendo que $v_0 = 0\ \text{ms}^{-1}$ y que la distancia que recorre es 3,7 m:

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\Delta x}{a_x}} = \sqrt{\frac{2\cdot(3{,}7\ \text{m})}{(6{,}3\ \text{ms}^{-2})}} = 1{,}1\ \text{s}$$

ACTIVIDADES

Interacción gravitatoria

39. Responde a las siguientes cuestiones:

a) ¿Qué fuerzas actúan sobre el transbordador espacial que gira en órbita en torno a la Tierra?

b) Indica dónde se aplica la reacción a estas fuerzas.

c) ¿Tienen el mismo significado fuerza gravitatoria que intensidad del campo gravitatorio? Razona tu respuesta.

d) Indica de qué factores depende el valor de la gravedad en la superficie de la Tierra y en qué unidad se expresa.

40. Se sabe que el valor de la gravedad en la superficie de Júpiter es 25,1 $m\,s^{-2}$. Una sonda espacial tiene un peso en la Tierra de 725 N. Determina la masa y el peso de la sonda espacial si esta pudiera llegar a la superficie de Júpiter.

Dato: $g_T = 9{,}81\ m\,s^{-2}$

Solución: 73,9 kg; $1{,}85 \cdot 10^3$ N

41. Si el radio medio de la órbita de la Luna en torno a la Tierra es $3{,}84 \cdot 10^5$ km, aproximadamente, calcula:

a) La fuerza gravitatoria de la Tierra sobre la Luna.

b) La velocidad de la Luna alrededor de la Tierra.

Datos: $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $M_L = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}$

Solución: a) $1{,}98 \cdot 10^{20}$ N; b) $1{,}02 \cdot 10^3\ m\,s^{-1}$

42. La Tierra tarda en dar una vuelta alrededor del Sol un tiempo de $3{,}156 \cdot 10^7$ s. Sabiendo que la distancia de la Tierra al Sol es $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m, calcula la masa del Sol.

Solución: $1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg

43. Marte tiene dos satélites, Deimos y Fobos. Deimos es el más pequeño de los dos, tiene un radio de 6,3 km y una masa de $2{,}24 \cdot 10^{15}$ kg.

a) Calcula el valor de la gravedad en la superficie de Deimos.

b) ¿Cuál sería la reacción normal sobre un objeto apoyado en Deimos si la reacción normal sobre el mismo objeto apoyado en la Tierra es 98,1 N?

Solución: a) $3{,}76 \cdot 10^{-3}\ m\,s^{-2}$; b) $3{,}76 \cdot 10^{-2}$ N

44. La aceleración de caída libre en la superficie de un planeta es 22 $m\,s^{-2}$. Si el radio y la masa de un segundo planeta son el doble que en el primer planeta, calcula el valor de la gravedad en su superficie.

Solución: 11 $m\,s^{-1}$

45. Razona sobre la veracidad o falsedad de las afirmaciones:

a) Un cuerpo cualquiera puede adquirir una carga negativa de $4 \cdot 10^{-19}$ C.

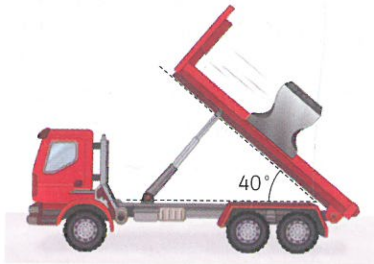
b) Si dos cargas eléctricas iguales se alejan, la fuerza eléctrica entre ellas disminuye.

46. Dos cargas de +10 μC están separadas 2,0 cm. Calcula la fuerza neta que estas cargas ejercen sobre otra carga de −1,0 μC, situada entre las dos cargas y a 0,50 cm de una de ellas.

Solución: $3{,}2 \cdot 10^3$ N

Movimiento por la acción de fuerzas constantes

47. Un camión tiene que descargar una viga de 150 kg. Para ello comienza a levantar su caja poco a poco. Cuando la caja forma un ángulo de 40° con la horizontal, la viga comienza a deslizarse. Determina el valor del coeficiente de rozamiento estático entre la viga y la caja.



Solución: 0,84

48. Una persona empuja un cortacésped de 12,5 kg de masa con una fuerza de 85,5 N, tal como se indica en la figura. El cortacésped se mueve con velocidad constante. Calcula:

a) La fuerza de rozamiento y la fuerza normal.

b) La fuerza con la que tendría que empujarse el cortacésped para que, partiendo del reposo, adquiriera una velocidad de 1,25 $m\,s^{-1}$ en 1,32 s, sabiendo que la fuerza de rozamiento es la calculada en el apartado *a*.

Solución: a) 60,5 N; 183 N; b) 102 N

49. Se lanza un objeto, con una velocidad inicial hacia arriba, por un plano inclinado. Analiza la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) Si no hay rozamiento en el plano inclinado, el tiempo de ascenso es igual al de descenso.

b) Si en el plano inclinado no hay rozamiento, la velocidad en la base del plano inclinado es la misma cuando sube que cuando baja.

c) Si hay rozamiento en el plano inclinado, el tiempo de ascenso es igual al de descenso.

d) Si hay rozamiento, dependerá de los valores de los coeficientes de rozamiento estático y dinámico que el cuerpo pueda o no bajar.

50. El profesor de Física y Química empuja un borrador de 95 g de masa contra la pizarra.

Calcula la fuerza mínima con la que debe empujarlo para que no caiga, sabiendo que el coeficiente estático es $\mu_e = 0{,}40$.

Solución: 2,3 N

51. Un jugador de hockey sobre hielo quiere golpear el disco para que se pare justo al final de la pista, de longitud 68,0 m.

Calcula la velocidad con la que ha de impulsar el disco si el coeficiente de rozamiento es 0,115.

Solución: 12,4 $m\,s^{-1}$

52. Una persona quiere mover con velocidad constante una caja de 9,0 kg que está apoyada sobre el piso de un vagón de tren que, a su vez, se mueve con velocidad constante. Para ello necesita hacer una fuerza de 78 N. En un momento dado, el vagón acelera y la persona tiene que aplicar una fuerza de 56 N para mover la caja con velocidad constante. Calcula el coeficiente de rozamiento y la aceleración del vagón.

Solución: 0,88; $-2,4\ \mathrm{m\,s^{-2}}$

53. Un esquiador se desliza por una pendiente de 12° con velocidad constante. ¿Con qué aceleración se deslizará por una pendiente de 23°? Supón que la nieve se encuentra en el mismo estado en ambas pendientes.

Solución: $1,9\ \mathrm{m\,s^{-2}}$

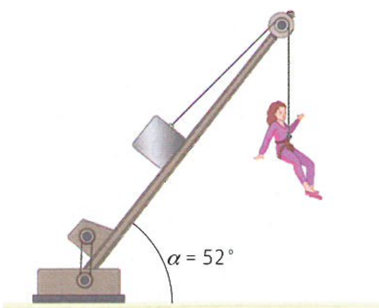
54. Un *skater* se lanza por una barandilla que forma 25° con la horizontal. Al llegar al final de ella la altura sobre el suelo es de 1,5 m y debe caer a 2,0 m del final de la barandilla.

¿Qué distancia debe recorrer por la barandilla para que caiga a esa distancia? (el coeficiente de rozamiento entre el monopatín y la barandilla es $\mu = 0,08$).

Solución: 6,2 m

Movimiento de cuerpos enlazados

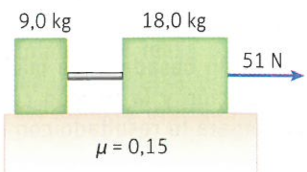
55. En un montaje teatral, una actriz de 52,0 kg de masa tiene que caer en vertical una distancia de 4,20 m en 2,50 s, a velocidad constante. Entre bastidores hay una superficie inclinada de 52,0° que soporta un contrapeso de masa m, según se indica en la figura. Ayuda al director del montaje calculando la masa del contrapeso y el valor de la tensión de la cuerda.



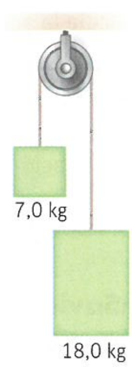
Solución: 48,5 kg; 440 N

56. En los siguientes sistemas determina la aceleración y la tensión de la cuerda.

a)



b)



Solución: a) $0,42\ \mathrm{m\,s^{-2}}$; 17 N; b) $4,3\ \mathrm{m\,s^{-2}}$; 99 N

57. En muchas películas de acción el protagonista está agarrando la cuerda que sostiene una lámpara pesada. Cuando se corta la cuerda que está atada al suelo, la lámpara cae y el protagonista sube hasta una ventana. La lámpara tiene una masa de 165 kg.

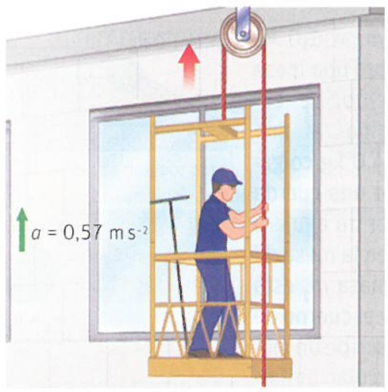
a) Calcula la aceleración que adquiere nuestro protagonista, de 74 kg de masa, cuando corta la cuerda.

b) Determina la tensión de la cuerda mientras sube.

c) Si la ventana está a 5,2 m del suelo, ¿cuánto tiempo tarda en subir?

Solución: a) $3,7\ \mathrm{m\,s^{-2}}$; b) $1,0 \cdot 10^3$ N; c) 1,7 s

58. El limpiacristales de la figura se eleva a sí mismo mediante una fuerza F. Su masa es de 68 kg y la plataforma, de un material muy ligero, tiene una masa de 16 kg.

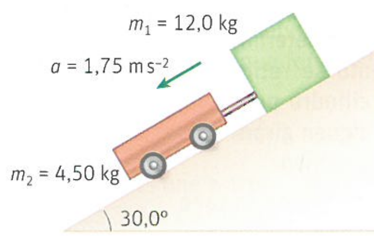


a) Calcula el valor de dicha fuerza si él quiere subir con una aceleración de $0,57\ \mathrm{m\,s^{-2}}$.

b) ¿Qué fuerza tendría que realizar para subir con velocidad constante?

Solución: a) 872 N; b) 824 N

59. Un bloque de madera, de masa 12,0 kg, permanece en reposo apoyado en un plano inclinado de 30,0° con rozamiento. Al atarle una masa con ruedas de 4,50 kg, para la que puede despreciarse el rozamiento, ambos descienden con una aceleración de $1,75\ \mathrm{m\,s^{-2}}$.



a) Calcula la fuerza de rozamiento entre el bloque y el plano antes de unir la segunda masa.

b) Determina el valor mínimo del coeficiente de rozamiento estático.

c) Calcula el coeficiente de rozamiento cinético.

Solución: a) 58,9 N; b) 0,58; c) 0,51

ACTIVIDADES

Dinámica del movimiento circular

60. En la figura se ve cómo un piloto de Moto GP se inclina para tomar una curva.

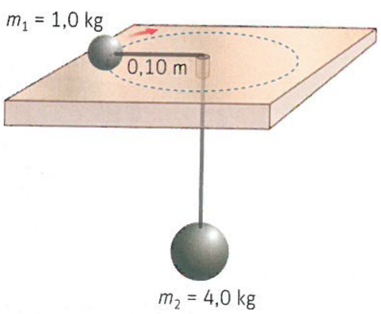
a) Indica las fuerzas que actúan sobre el piloto.

b) Calcula la máxima velocidad con la que puede tomar la curva sabiendo que el radio de la misma es de 32 m, el ángulo máximo que puede inclinar la moto es 41° y que la marca de neumáticos ha conseguido un caucho con un coeficiente de rozamiento estático 0,88.

c) ¿Cómo afectará el desgaste de la rueda en la velocidad máxima?

Solución: 17 m s^{-1}

61. Una masa m_1 = 1,0 kg que está sobre una mesa sin rozamiento, se encuentra unida a una masa m_2 = 4,0 kg colgada mediante una cuerda que pasa por un agujero practicado en la mesa. El cuerpo de masa m_2 está en reposo, y el cuerpo de masa m_1 describe un movimiento circular uniforme de radio 0,10 m.

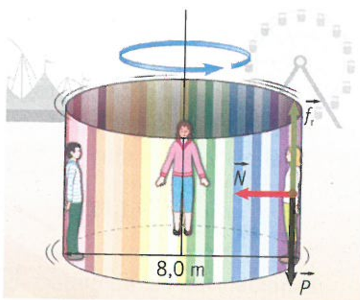


a) Dibuja las fuerzas que actúan sobre ambas masas y determina la velocidad del cuerpo de masa m_1.

b) Calcula la aceleración normal y tangencial de m_1.

Solución: a) 2,0 m s^{-1}; b) 40 m s^{-2}; 0 m s^{-2}

62. En algunas ferias hay una atracción que consiste en un cilindro que gira en torno a su eje. Los viajeros se colocan con la espalda contra la pared del cilindro. En un determinado momento se retira la base del cilindro pero los viajeros siguen girando con el dispositivo.



a) Explica por qué no se caen.

b) Si el cilindro tiene un diámetro de 8,0 m y el coeficiente de rozamiento de la pared es μ = 0,80, ¿a qué velocidad angular mínima debe girar para que un viajero de 70 kg siga pegado? Exprésala en rpm.

c) ¿Influye la masa de cada viajero en esta velocidad?

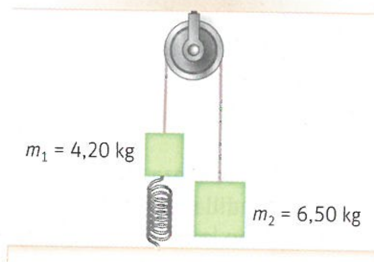
Solución: b) 17 rpm

Fuerzas elásticas

63. Un muelle de constante k = 162 N m^{-1} está suspendido del techo de un ascensor. Del otro extremo cuelga un cuerpo de 2,50 kg. Calcula la deformación producida cuando el ascensor sube con velocidad constante y cuando arranca con una aceleración de 1,20 m s^{-2}.

Solución: 0,151 m; 0,170 m

64. En una polea se cuelgan dos masas de 4,20 kg y 6,50 kg. La masa de 4,20 kg está unida al suelo mediante un muelle.



a) Calcula la fuerza del muelle sobre la masa de 4,20 kg.

b) Si se corta la cuerda que une ambas masas, ¿con qué aceleración comenzará a moverse la masa de 4,20 kg, justo en ese instante?

Solución: a) 22,6 N; b) −15,2 m s^{-2}

65. En una carpintería guardan los clavos en una caja. Para calcular la cantidad de clavos que tienen, cuelgan al principio del día la caja de un muelle y observan que este se alarga 0,50 m. Al final del día vuelven a colgarla otra vez y observan que el muelle se alarga 0,20 m. ¿Qué porcentaje de clavos quedan en la caja?

Solución: 40 %

66. Un vehículo deportivo tiene una masa en vacío de 1615 kg y su suspensión se basa en cuatro muelles helicoidales. Suponiendo que el peso del vehículo se distribuye uniformemente entre los cuatro muelles y que con el coche vacío estos están comprimidos 10,0 cm, contesta a estas preguntas.

a) ¿Cuánto vale la constante elástica de estos resortes?

b) ¿Cuánto se comprimirán los muelles si el coche lleva cuatro adultos de 70,0 kg y 200,0 kg de maletas?

Solución: a) $3{,}96 \cdot 10^4$ N m^{-1}; b) 0,130 m

smSaviadigital.com

67. En esta dirección encontrarás una animación en la que puedes practicar con planos inclinados. Empuja el archivador con una fuerza de 420 N, primero sobre el plano horizontal y después sobre un plano inclinado de 12°. Calcula la aceleración en ambos casos.

68. Aquí encontrarás una animación basada en la máquina de Atwood. Calcula la aceleración y la tensión cuando m_1 = 13 kg y m_2 = 16 kg. Compara tu resultado con el de la animación.

RESUELVE

smSaviadigital.com VALORA LO APRENDIDO > Realiza estas actividades de autoevaluación para comprobar los conocimientos adquiridos.

LA FÍSICA Y... LAS FUERZAS FUNDAMENTALES

El Gran Colisionador de Hadrones (LHC, por sus siglas en inglés) es el mayor acelerador de partículas del mundo. Se encuentra en la Organización Europea para la Investigación Nuclear (CERN, por sus siglas en inglés). En él se hacen chocar entre sí partículas subatómicas en puntos seleccionados donde se ubican grandes detectores. Como resultado de las colisiones, se estudian los componentes de la materia y sus interacciones.

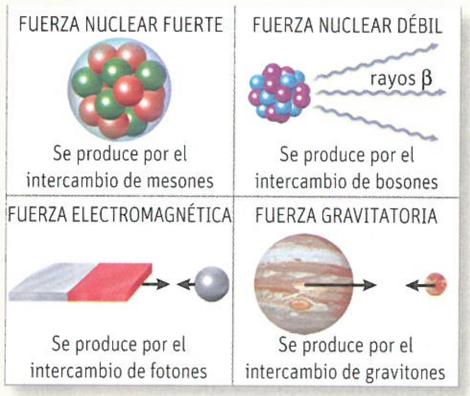
El LHC, situado en la frontera franco-suiza, cerca de Ginebra, es un anillo de 27 km de circunferencia ubicado a 100 m bajo tierra. En sus experimentos hacen girar haces de partículas, a velocidades cercanas a las de la luz, para que colisionen.

El 4 de julio de 2012, el CERN anunció la observación de una nueva partícula. Meses después, el 14 de marzo de 2013, se confirmó que se trataba del bosón de Higgs. Esta partícula, se cree, tiene un papel fundamental en el mecanismo por el que se origina la masa de las partículas elementales. Y era la última pieza que faltaba para completar el modelo estándar de física de partículas, que describe las partículas elementales que componen el universo y la forma en que interaccionan entre ellas.

Para entender el universo debemos conocer cuáles son las **fuerzas fundamentales de la naturaleza**, y cuáles son los componentes últimos de la materia. Con la ley de la gravitación universal, Isaac Newton consiguió describir un tipo de fuerza fundamental, la **fuerza gravitatoria**, una fuerza atractiva y universal que se ejerce entre todos los objetos del universo por el hecho de tener masa.

Las fuerzas, eléctrica y magnética, son manifestaciones de otra fuerza fundamental, la **fuerza electromagnética** que se ejerce entre cargas eléctricas en reposo o en movimiento. Pueden ser atractivas o repulsivas y son de mayor intensidad que las gravitatorias. Las fuerzas de fricción, la tensión, las fuerzas en los muelles o la viscosidad son manifestaciones macroscópicas de esta interacción.

Las otras dos fuerzas fundamentales actúan en el interior del núcleo y son la **nuclear fuerte**, responsable de mantener unidos los protones y neutrones dentro del núcleo, y la **nuclear débil**, que se pone de manifiesto en la explosión violenta de grandes estrellas o en la desintegración de isótopos radiactivos. Ambas son de corto alcance.



1. smSaviadigital.com INVESTIGA › Busca información sobre el modelo estándar.
2. La materia oscura y la energía oscura son enigmas recientes de la física. Busca información sobre ello.

Autoevaluación

1. Un astronauta en la Estación Espacial Internacional "flota" en la cabina porque:
   a) Su peso es cero.
   b) Está en ingravidez.
   c) Está en caída libre.
   d) Está muy lejos de la Tierra.

2. Una esfera de metal tiene una carga de +9,0 μC. Si se le añaden $6{,}0 \cdot 10^{13}$ electrones, su carga neta será:
   a) 19 μC
   b) −0,60 μC
   c) −9,6 μC
   d) 0 μC

3. Un alpinista de masa 65 kg cayó en una grieta de un glaciar, tal como se indica en la figura. Sin contar el rozamiento, ¿cuál debe ser la masa mínima de un compañero para que este sea capaz de sujetarlo en el aire?

   a) 75 kg
   b) 65 kg
   c) 130 kg
   d) 135 kg

4. Un cuerpo se desliza por un plano inclinado de 15° con velocidad constante. ¿Cuánto valdrá la aceleración (en m s^{-2}) si se desliza sobre el mismo plano inclinado cuando forma un ángulo de 25° con la horizontal?
   a) 3,7
   b) 1,7
   c) 2,5
   d) Ninguna de las anteriores

5. Una furgoneta que se desplaza en sentido negativo del eje X lleva un péndulo sujeto al techo. Cuando la aceleración del vehículo es 5,66 m s^{-2}, el ángulo que forma el péndulo con la horizontal es:
   a) 60° b) −30° c) 30° d) −60°

6. "El globo de la muerte" es una estructura de acero de unos 5,0 m de diámetro donde un motorista describe circunferencias. La velocidad mínima que debe llevar un motorista en la parte superior de un círculo vertical para que no caiga es:

   a) 5,0 ms^{-1} b) 7,0 ms^{-1} c) 4,0 ms^{-1} d) 6,0 ms^{-1}