

# 10

## Leyes de la dinámica

### 1 Concepto de fuerza

- 1.1. Medida de las fuerzas
- 1.2. Carácter vectorial de las fuerzas
- 1.3. Composición de fuerzas concurrentes
- 1.4. Equilibrio de cuerpos puntuales
- 1.5. Momento de una fuerza. Equilibrio de cuerpos extensos

### 2 Primer principio de la dinámica

- 2.1. Ideas aristotélicas y galileanas sobre las fuerzas
- 2.2. Concepto de inercia y formulación actual del primer principio

### 3 Segundo principio de la dinámica

- 3.1. Momento lineal
- 3.2. Impulso mecánico

### 4 Tercer principio de la dinámica

- 4.1. Acción y reacción sobre masas distintas

### 5 Conservación del momento lineal

- 5.1. Choques
- 5.2. Explosiones

### 6 Momento angular de una partícula

- 6.1. Teorema de conservación del momento angular

Cuando se forma una melé en un partido de *rugby*, las primeras líneas de jugadores de cada equipo chocan una contra otra; un jugador impulsa el balón dentro de la misma y, en ese momento, los jugadores de ambos equipos ejercen fuerzas unos contra otros. A veces, la melé permanece en reposo, otras veces gira y, casi siempre, uno de los equipos es capaz de desplazar al otro.



Figura 10.1. Las fuerzas de acción y reacción son iguales en módulo y de sentidos contrarios.



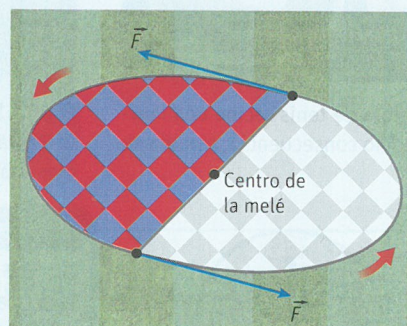
## Recuerda y reflexiona

### Naturaleza de las fuerzas y equilibrio

1. Cuando la melé está formada y permanece en reposo, ¿actúa alguna fuerza sobre los jugadores? ¿De qué tipo?

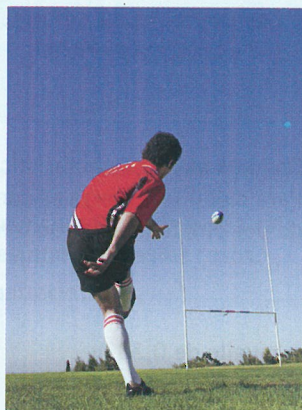
Todos los jugadores reciben fuerzas, pero la suma de todas ellas es cero: el grupo de jugadores está en reposo y, además, está en equilibrio. Sin embargo, no se deben equiparar los conceptos de reposo y equilibrio, como se verá en esta unidad.

2. Si los dos equipos empujan con la misma fuerza, pero la melé gira, ¿a qué crees que se deberá este efecto?



Lo más probable es que los jugadores que ocupan el centro empujen por igual, pero que se produzca un par de fuerzas momentáneo o permanente, debido a las fuerzas que ejercen los jugadores de los extremos de la melé. Este par ocasionará el giro de la misma. En la unidad se estudia la capacidad de las fuerzas para producir giros.

### Fuerzas y movimientos



3. Un balón de rugby tiene una masa de entre 400 y 450 g. En un golpeo de transformación, ¿qué le pasaría a la velocidad del balón si su masa fuese el doble?

La velocidad del balón disminuiría, ya que existe una relación constante entre la fuerza recibida por un cuerpo y el cambio de velocidad por unidad de tiempo que experimenta.

Esta relación está descrita por el segundo principio de la dinámica.

4. ¿Qué entiendes por impulsar un balón?

El concepto físico de impulso se corresponde con el concepto popular de empujar un objeto: debe haber una fuerza que actúe durante un cierto tiempo sobre el objeto. El resultado es que el cuerpo se acelera.

### La fuerza como interacción

5. ¿Por qué los jugadores clavan fuertemente las botas en el suelo cuando empujan?

Es una prueba de que las fuerzas aparecen como pares de acción y reacción: el jugador empuja al suelo hacia atrás (de forma casi tangencial) para que el suelo le empuje a él hacia delante y así empujar más en la melé (Fig. 10.1).

# 1 Concepto de fuerza

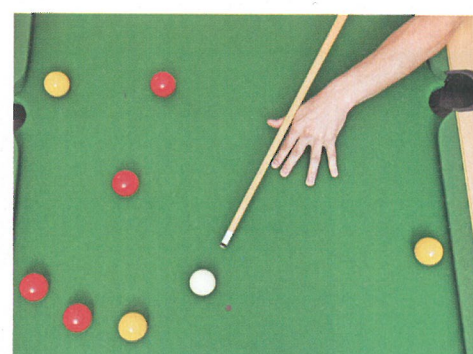
Las **fuerzas** son la causa de los cambios en la velocidad de los cuerpos o en su forma. Tienen carácter vectorial.



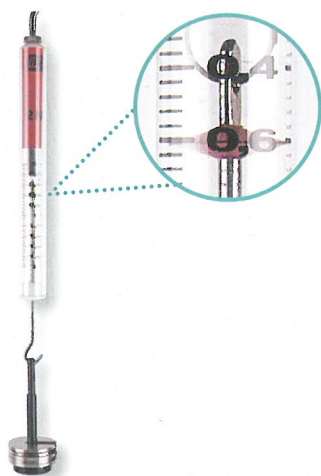
**Figura 10.2.** La pelota de tenis recibe una fuerza de la raqueta y, como consecuencia, cambia su velocidad.



**Figura 10.3.** Ni la mano ni la pared cambian su velocidad, pero ambas se deforman (la mano más que la pared).



**Figura 10.4.** Las fuerzas se ejercen en una determinada dirección y con un sentido. Esto les da un carácter vectorial.



**Figura 10.5.** Un dinamómetro consta de un muelle y un puntero solidario que indica el alargamiento o compresión del muelle, con ayuda de una escala graduada.

La masa de un cuerpo es una propiedad que depende solo del propio cuerpo, pero las fuerzas no existen aisladas dentro de los cuerpos, siempre se reciben de otros cuerpos. Son el resultado de la **interacción** con algún otro cuerpo.

## 1.1. Medida de las fuerzas

El tipo de deformación que las fuerzas producen en algunos cuerpos resulta útil para determinar su intensidad: los resortes de acero experimentan deformaciones proporcionales a las fuerzas recibidas y se usan en la construcción de **dinamómetros** (Fig. 10.5).

La intensidad de la fuerza medida está determinada por la **ley de Hooke**.

**Ley de Hooke.** La deformación experimentada por un muelle es directamente proporcional a la fuerza aplicada.

$$F = k(L - L_0) = k\Delta L$$

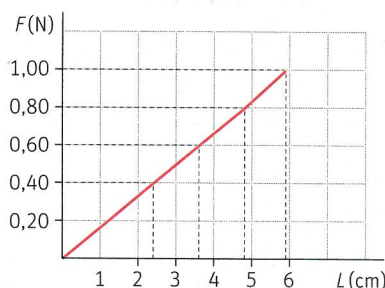
Donde  $k$  es una característica del muelle, llamada **constante elástica** y  $\Delta L$  el **alargamiento**. Para medir una fuerza se compara el alargamiento que produce en un muelle con el producido por otra fuerza que se toma como unidad. En el SI, la unidad es el **newton (N)**.

### EJERCICIOS RESUELTOS

- 1 Se quiere construir un dinamómetro con un muelle de 0,20 m de longitud. Para ello, se han colgado diferentes masas y se han determinado los alargamientos que se indican en la tabla.

$m$ (g)	$\Delta L$ (cm)
40,0	2,4
60,0	3,6
80,0	4,8
100,0	5,9

- a) Construye la gráfica  $F-\Delta L$  y calcula la constante del muelle (considera  $g = 10,00 \text{ m s}^{-2}$ ).
- b) ¿Cuál será la longitud del muelle al estirarlo con una fuerza de 0,75 N?
- a) La fuerza que experimenta el muelle es el peso de las masas.



$F$ (N)	$\Delta L$ (cm)
0,40	2,4
0,60	3,6
0,80	4,8
1,0	5,9

La constante del muelle es la pendiente de la gráfica.

$$\text{Pendiente } (k) = \frac{(1,0 - 0,40) \text{ N}}{(5,9 - 2,4) \text{ cm}} = 0,17 \text{ N cm}^{-1}$$

$$\text{b) } F = k\Delta L \Rightarrow \Delta L = \frac{F}{k} = \frac{(0,75 \text{ N})}{(0,17 \text{ N cm}^{-1})} = 4,4 \text{ cm}$$

$$L = (20 + 4,4) \text{ cm} = 24,4 \text{ cm}$$

## 1.2. Carácter vectorial de las fuerzas

Un jugador de billar puede golpear la bola suavemente o de forma brusca, por la izquierda o por la derecha, más arriba o más abajo. Para cuantificar el golpe hay que especificar tanto la magnitud de la fuerza como su dirección y sentido, y una forma de hacerlo es describir las fuerzas mediante **vectores** (Fig. 10.6).

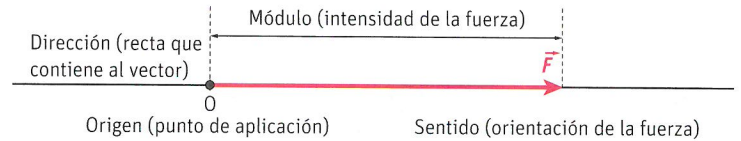


Figura 10.6. Representación de fuerzas mediante vectores.

## 1.3. Composición de fuerzas concurrentes

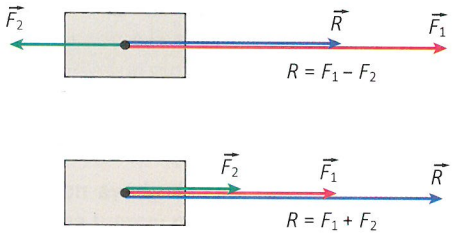
Si un cuerpo recibe a la vez las fuerzas  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots$ , aplicadas en el mismo punto del cuerpo (fuerzas concurrentes), el efecto producido por todas ellas es equivalente al de una sola fuerza, aplicada en ese punto, denominada **fuerza resultante**,  $\vec{R}$ .

La **fuerza resultante**,  $\vec{R}$ , de las fuerzas que actúan en un punto de un cuerpo (fuerzas concurrentes) es la suma vectorial de todas las fuerzas que recibe.

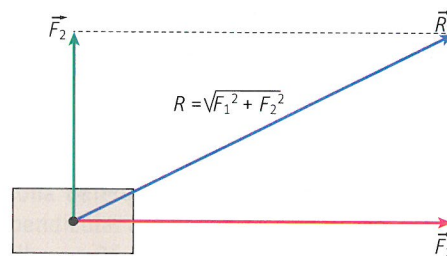
$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum \vec{F}_i$$

### Composición de fuerzas concurrentes

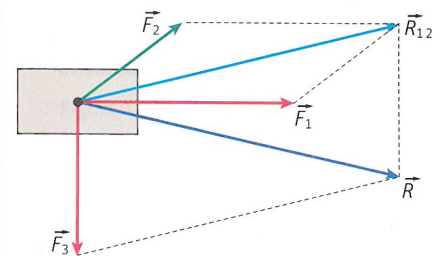
Si las fuerzas actúan en la **misma dirección** la resultante tiene la misma dirección, y se restan si tienen sentido contrario o se suman si tienen el mismo sentido.



Si las direcciones de las fuerzas aplicadas son **perpendiculares**, el módulo de la resultante se calcula mediante el teorema de Pitágoras.



Si el cuerpo recibe **más de dos fuerzas**, la resultante se obtiene sumando sucesivamente las fuerzas por parejas, mediante la regla del paralelogramo.



## EJERCICIOS RESUELTOS

2 Dos operarios de una mudanza tiran de los extremos de una cuerda atada a una caja con fuerzas de  $3,0 \cdot 10^2 \text{ N}$  y  $3,5 \cdot 10^2 \text{ N}$ . Calcula la fuerza resultante en estos casos:

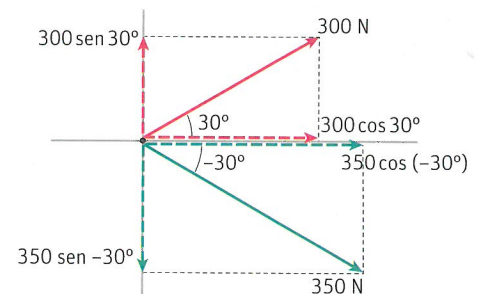
- Los dos tiran en la misma dirección, pero en sentido contrario.
  - Una fuerza forma  $30^\circ$  con la horizontal y la otra  $-30^\circ$ .
- Las dos fuerzas tienen la misma dirección. En este caso la resultante tendrá la misma dirección y su sentido será el de la mayor:

$$R = (3,5 \cdot 10^2 - 3,0 \cdot 10^2) \text{ N} = 50 \text{ N}$$

- Ahora se calculan las componentes de cada fuerza en las direcciones de los ejes X e Y:

$$\vec{R} = [3,0 \cdot 10^2 \cos 30^\circ + 3,5 \cdot 10^2 \cos(-30^\circ)]\vec{i} + [3,0 \cdot 10^2 \sin 30^\circ + 3,5 \cdot 10^2 \sin(-30^\circ)]\vec{j}$$

$$\vec{R} = (5,6 \cdot 10^2 \vec{i} - 25 \vec{j}) \text{ N}$$



## ACTIVIDADES

- Calcula el módulo de la resultante de las fuerzas concurrentes:

$$\vec{F}_1 = (10\vec{i} - 2\vec{j}) \text{ N} \quad \text{y} \quad \vec{F}_2 = (8\vec{i} + 4\vec{j}) \text{ N}$$

Solución: 18 N

- ¿Es posible que la suma de dos fuerzas de 8 N cada una sea cero? ¿Es posible que la suma sea mayor de 16 N? ¿Qué tiene que pasar para que la suma sea 16 N?

## 1.4. Equilibrio de cuerpos puntuales

Los conceptos de **reposo** y **equilibrio** suelen confundirse. Un cuerpo está en reposo cuando su velocidad es cero pero, desde el punto de vista de la Física, la palabra “equilibrio” hace referencia a la ausencia de cambio en la velocidad de un cuerpo: si la velocidad no cambia, el cuerpo no posee aceleración.

### Reposo y equilibrio



Si un cuerpo está en reposo también se encuentra en un estado de equilibrio denominado **equilibrio estático**. Por ejemplo, cuando el gimnasta hace “el Cristo” se encuentra en reposo y en equilibrio estático.



Un cuerpo puede estar en equilibrio y no estar en reposo: si posee un movimiento rectilíneo y uniforme está en **equilibrio dinámico**, por ejemplo, la piedra moviéndose con velocidad constante en línea recta.

Un cuerpo puntual está en **equilibrio** si la suma de las fuerzas que recibe es cero.

$$\sum \vec{F}_i = 0$$

Si las fuerzas se encuentran en el plano  $XY$ , se debe cumplir que sus componentes rectangulares se anulen:  $\sum F_{ix} = 0$  y  $\sum F_{iy} = 0$ .

### EJERCICIOS RESUELTOS

- 3** Con los datos del dibujo, calcula la fuerza que ejerce cada cuerda, si el semáforo tiene una masa de 12,0 kg.

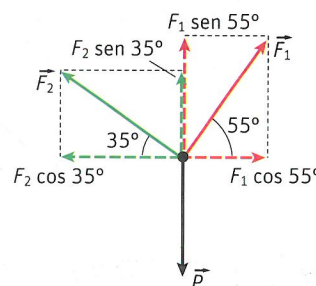
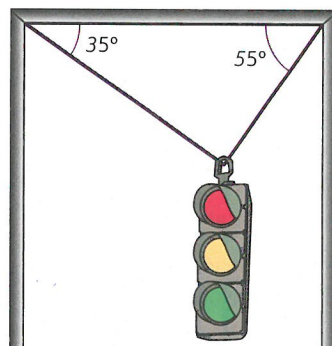
El peso del semáforo es:  $P = (12,0 \text{ kg})(9,81 \text{ ms}^{-2}) = 118 \text{ N}$

El semáforo se encuentra en equilibrio, por tanto:  $\sum F_{ix} = 0$  y  $\sum F_{iy} = 0$

$$\left. \begin{aligned} \sum F_{ix} &= F_1 \cos 55^\circ - F_2 \cos 35^\circ = 0 \\ \sum F_{iy} &= F_1 \sin 55^\circ + F_2 \sin 35^\circ - 118 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_1 = F_2 \frac{\cos 35^\circ}{\cos 55^\circ} = 1,43 F_2$$

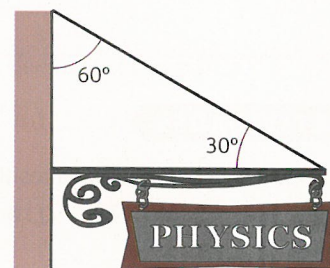
$$1,43 F_2 \cdot 0,819 + F_2 \cdot 0,574 = 118 \Rightarrow F_2 = 67,8 \text{ N}$$

$$F_1 = 1,43 \cdot F_2 = 1,43 \cdot 67,8 = 97,0 \text{ N}$$



### ACTIVIDADES

- 3.** Durante las últimas etapas de descenso, un paracaidista se acerca al suelo con una velocidad constante y sin viento que lo lleve de lado a lado. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
- El paracaidista no está en equilibrio.
  - El paracaidista está en equilibrio porque no hay fuerzas actuando sobre él.
  - El paracaidista está en equilibrio porque las fuerzas que actúan sobre él, el peso y la resistencia con el aire, se anulan.
- 4.** En el aula de Física cuelga un cartel de 3,5 kg mediante un cable diagonal y una barra rígida horizontal que apoya en la pared.
- Determina la fuerza que soporta el cable diagonal.
- Solución:** 69 N



## 1.5. Momento de una fuerza. Equilibrio de cuerpos extensos

Existen estructuras, como puentes o edificios, que soportan grandes fuerzas y que permanecen en equilibrio. Estos sistemas son cuerpos extensos ya que las fuerzas no se aplican en su centro de gravedad y no pueden ser considerados como puntos materiales.

El efecto que produce una fuerza aplicada a un cuerpo, fuera de su centro de gravedad, es un giro. La capacidad para producir el giro se describe mediante el **momento de la fuerza**.

El **momento**,  $\vec{M}$ , de una fuerza,  $\vec{F}$ , respecto a un punto, P, es un vector perpendicular al plano formado por los vectores  $\vec{r}$  y  $\vec{F}$ , cuyo módulo es:

$$M = rF \operatorname{sen} \alpha$$

Siendo  $\alpha$  el ángulo que forman el vector posición de la fuerza (brazo de la fuerza),  $\vec{r}$ , y el vector fuerza  $\vec{F}$ . Su unidad en el SI es el Nm.

Si el giro se produce en sentido contrario al de las agujas del reloj, el **momento es positivo**; en caso contrario, el **momento es negativo**.

### ► Condición de equilibrio para un cuerpo extenso

Para que un cuerpo extenso se encuentre en **equilibrio** deben cumplirse dos condiciones:

- La **suma de las fuerzas** que recibe el cuerpo debe ser cero:  $\sum \vec{F}_i = 0$
- La **suma de los momentos** de las fuerzas respecto a cualquier punto del cuerpo debe ser cero:  $\sum \vec{M}_i = 0$

Un sistema de dos fuerzas paralelas de la misma intensidad y de sentido contrario, que no están aplicadas sobre la misma recta, se denomina **par de fuerzas**. El efecto de un par de fuerzas sobre un cuerpo es un giro; por ejemplo, el producido al girar un volante con las dos manos (Fig. 10.8).

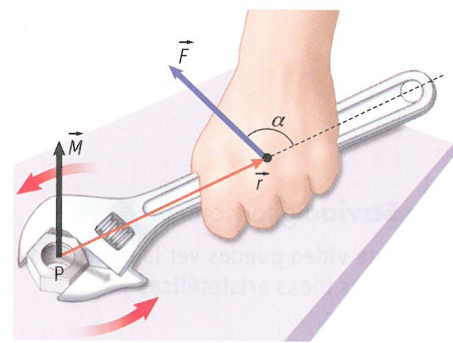


Figura 10.7. Momento ejercido por una fuerza.



Figura 10.8. Giro producido por un par de fuerzas.

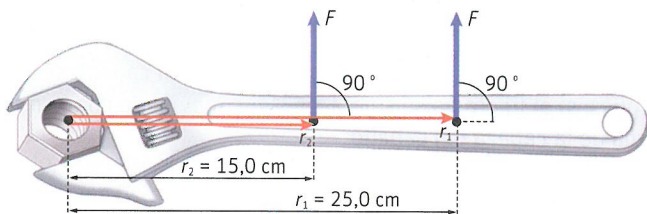
### EJERCICIOS RESUELTOS

- 4 Con ayuda de una llave inglesa, una persona quiere apretar una tuerca; para ello realiza una fuerza perpendicular a la llave de 95,0 N. La persona duda entre coger la llave a 25,0 cm del centro de la tuerca o a 15,0 cm. ¿En qué punto la fuerza realizará un momento mayor? Calcula ambos momentos.

El momento será mayor si la fuerza se aplica a mayor distancia del eje de giro.

$$M_1 = r_1 F \operatorname{sen} 90^\circ = (0,250 \text{ m})(95,0 \text{ N}) = 23,8 \text{ Nm}$$

$$M_2 = r_2 F \operatorname{sen} 90^\circ = (0,150 \text{ m})(95,0 \text{ N}) = 14,3 \text{ Nm}$$



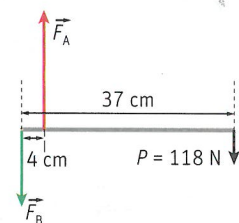
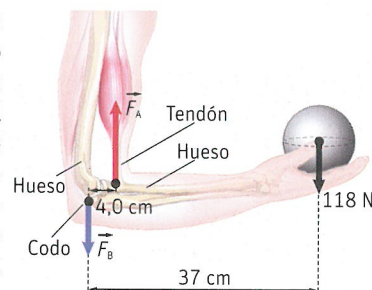
- 5 Una persona sujeta una bola de 118 N de acuerdo con la figura. Calcula la fuerza,  $F_A$ , que soporta el tendón y la fuerza,  $F_B$ , que ejerce el codo en los huesos del antebrazo, si el antebrazo está en equilibrio (el conjunto gira en el codo).

Se hace un esquema gráfico con las fuerzas y se aplican las condiciones de equilibrio.

$$\left. \begin{aligned} \sum F_i &= F_A - F_B - 118 = 0 \\ \sum M_i &= (4,0 \text{ cm})F_A - (37 \text{ cm})(118 \text{ N}) = 0 \end{aligned} \right\}$$

$$F_A = 1,1 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$F_B = (1,1 \cdot 10^3 - 118) \text{ N} = 9,8 \cdot 10^2 \text{ N}$$



### ACTIVIDADES

5. Calcula el momento de una fuerza de 35 N aplicada sobre un cuerpo, a 0,25 m de su eje de giro. El ángulo entre la dirección de la fuerza y su brazo es  $45^\circ$ . ¿Con qué ángulo el momento sería nulo?

**Solución:** 6,2 Nm;  $0^\circ$  o  $180^\circ$

6. Dos ganaderos de igual altura llevan un ternero de 550 N de peso sujeto de las patas y colgando de una barra de 3,0 m. Determina el punto del que cuelga el ternero si un ganadero soporta 2,5 veces más peso que el otro.

**Solución:** A 86 cm del que soporta mayor peso.

## 2 Primer principio de la dinámica

smSaviadigital.com **OBSERVA**

En este vídeo puedes ver la diferencia entre las ideas aristotélicas y galileanas.

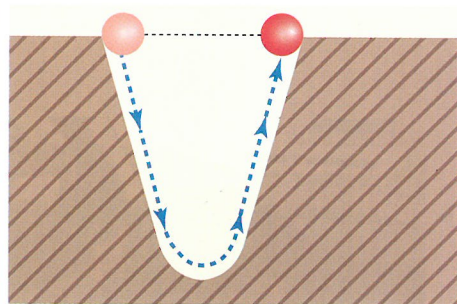
La **dinámica** describe la relación entre fuerzas y movimientos. La noción de fuerza y su relación con el movimiento evolucionó durante siglos.

### 2.1. Ideas aristotélicas y galileanas sobre las fuerzas

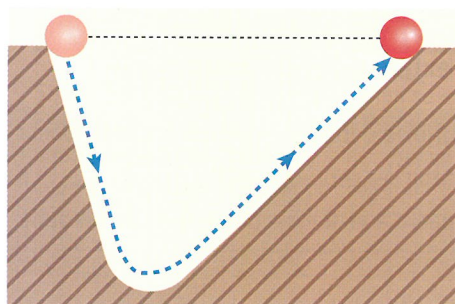
Aristóteles (siglo IV a. C.) estableció una teoría del movimiento que no era el resultado de la experimentación, y parecía de acuerdo con el sentido común: para Aristóteles, el estado natural de un cuerpo era el reposo y el movimiento era un cambio del reposo que exigía siempre una causa. Así, un cuerpo se movería de forma natural (la piedra cae, el humo asciende, etc.) o forzada, en contra de su tendencia natural (empujar un objeto, tirar de un carro, etc.). Galileo, más de dos mil años después, puso en duda las ideas aristotélicas.

REFLEXIONA

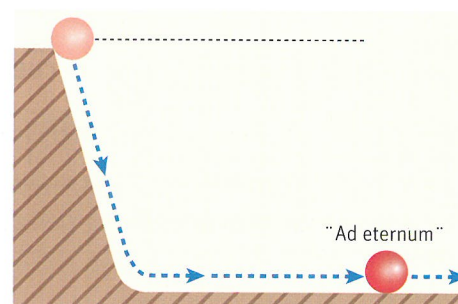
Galileo dejó caer un objeto por un doble plano inclinado para estudiar su comportamiento y tratar de deducir leyes generales.



Si ambos planos tenían la misma inclinación, el objeto recorría la misma distancia en ellos (al alcanzar la misma altura).



Al disminuir la pendiente del segundo plano, Galileo observó que el objeto recorría cada vez distancias mayores sobre él.



Si el segundo plano fuese horizontal, en ausencia de rozamientos, el objeto se movería una distancia infinita.



**Figura 10.9.** Caída de un jinete al detenerse bruscamente su caballo.

Según Aristóteles, solo el estado de reposo perduraba en el tiempo, y para que un cuerpo se moviera era necesario aplicar una fuerza constante.

Con ayuda de experiencias como la de los planos inclinados, Galileo estableció la necesidad de ejercer una fuerza para poner un cuerpo en movimiento partiendo del reposo, pero también que, en ausencia de rozamiento, un objeto lanzado horizontalmente seguiría siempre con velocidad constante, sin necesidad de que reciba una fuerza.

Por ejemplo, Aristóteles y Galileo explicarían de forma diferente la caída de un jinete al detenerse bruscamente su caballo (Fig. 10.9).

- Según Aristóteles, al detenerse el caballo, el jinete sería impulsado por una fuerza que le llevaría a continuar su movimiento un tiempo y caer por delante del caballo, ya que es necesaria la acción de una fuerza para que un cuerpo se mueva.
- Según Galileo, un instante antes de que el caballo frene, el jinete y el caballo se mueven a la misma velocidad. Después, si el jinete no se sujeta, se sigue moviendo con la misma velocidad y caerá por encima de la cabeza del caballo.

### ACTIVIDADES

7. Razona sobre la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:
- En ausencia de rozamiento un disco de hockey no necesita una fuerza para comenzar a moverse.
  - Una bola que rueda por el suelo se para debido a que su estado natural es el reposo.
  - Un cuerpo solamente se puede mantener en movimiento si sobre él actúa una fuerza.

8. Una persona empuja horizontalmente una caja con una fuerza de manera que la caja se desliza por el suelo con velocidad constante. Si la persona deja de empujar la caja, señala la afirmación correcta:
- La caja se para instantáneamente.
  - La caja sigue moviéndose con velocidad constante.
  - Inmediatamente disminuye su velocidad hasta pararse al cabo de un cierto tiempo.

## 2.2. Concepto de inercia y formulación actual del primer principio

El físico inglés **Isaac Newton** completó los trabajos de Galileo sobre la relación entre fuerza y movimiento: los cuerpos tienden a conservar su estado de movimiento, y solo para modificarlo se necesita que reciban una fuerza.

La **inercia** es la tendencia natural de un cuerpo a permanecer en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme. Es una propiedad inherente a la materia; todos los cuerpos la poseen.

La existencia de la inercia está en el origen de la relación entre las fuerzas y los movimientos.

**Primer principio de la dinámica.** Un cuerpo permanece en su estado, de reposo o de movimiento rectilíneo y uniforme, si no actúa ninguna fuerza neta sobre él (la resultante de las fuerzas que actúan es cero).

$$\sum \vec{F}_i = 0 \Leftrightarrow \vec{v} = \text{cte.}$$

La misma fuerza, aplicada a una bicicleta o a un coche, produce distintos cambios en su velocidad: el coche, que posee mayor masa, tiene una tendencia mucho mayor a permanecer en reposo que la bicicleta, es decir, tiene más inercia que la bicicleta. La masa de un objeto es, por tanto, una medida cuantitativa de su inercia.

### EJERCICIOS RESUELTOS

- 6 La DGT ordena que las sillas de bebés de los grupos 0 (hasta 10 kg y menores de 12 meses) y 0+ (hasta 13 kg y 18 meses) deben colocarse en sentido contrario a la marcha. Justifica esta normativa y explica por qué la lesión más frecuente de un bebé, en caso de accidente, se produce en el cuello.

El niño se mueve a la velocidad del coche. En caso de choque, el vehículo para en breves instantes, pero el bebé mantiene su estado de movimiento y saldría despedido hacia delante. Con esa posición, la silla se lo impide. Además, el tamaño de la cabeza de los bebés es proporcionalmente mayor que el del resto del cuerpo (tiene más inercia) y su columna vertebral es muy frágil, por tanto, el cuello experimenta mayores esfuerzos.



### El primer principio de la dinámica y los sistemas de referencia

El principio de relatividad de Galileo establece la equivalencia mecánica entre sistemas de referencia en reposo y aquellos que se mueven uno respecto a otro con movimiento rectilíneo y uniforme.

**Principio de relatividad de Galileo.** No es posible distinguir entre un sistema de referencia en reposo y otro que se mueve con movimiento rectilíneo uniforme. A todos ellos se los denomina **sistemas de referencia inerciales**.

Por ejemplo, dos observadores, uno en reposo y otro con un *mru*, medirán las mismas fuerzas en cualquier sistema físico (Fig. 10.10).

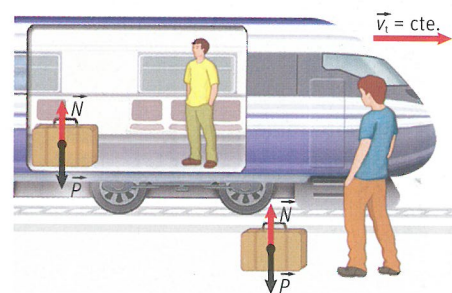


Figura 10.10. El observador del exterior y el del interior del vagón medirán las mismas fuerzas.

### ACTIVIDADES

9. Responde a las siguientes cuestiones:

- ¿Es posible que un objeto siga una trayectoria curva si la fuerza resultante sobre él es cero?
- Un autobús escolar frena bruscamente en una señal de stop. Las mochilas apoyadas en el suelo se mueven hacia delante. ¿Existe una fuerza que mueva las mochilas?

10. Una persona sostiene un globo de helio en el interior de un coche con las ventanillas cerradas. Indica si el coche tiene aceleración en los siguientes casos.

- El globo permanece vertical.
- El globo se inclina hacia delante.
- El globo se inclina hacia un lado.

### 3 Segundo principio de la dinámica

El segundo principio describe el comportamiento de los cuerpos cuando reciben una fuerza.

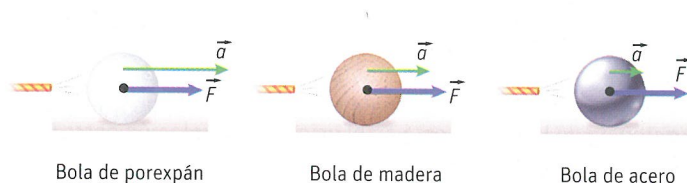
EXPERIMENTA

Sopla con una pajita horizontalmente, con diferentes intensidades, sobre una bola de porexpán que se encuentra en reposo a unos 20 cm de distancia y observa el efecto producido.



Al aplicar una fuerza neta, su estado de movimiento cambia. En el diagrama puntual se observa que si la fuerza es doble, la aceleración producida también será el doble.

Sopla ahora con la misma intensidad sobre tres bolas de diferente masa, una de porexpán, otra de madera y otra de acero, y observa de nuevo el efecto producido.



Una misma fuerza aplicada a tres cuerpos con masa diferente produce aceleraciones distintas: cuanto más masa tiene el cuerpo menos aceleración experimenta.

Newton comprobó la relación entre las fuerzas aplicadas a un mismo cuerpo y las aceleraciones producidas y la plasmó en el segundo principio de la dinámica.

**Segundo principio de la dinámica.** Existe una relación constante entre las fuerzas aplicadas a un mismo cuerpo y las aceleraciones producidas:

$$\frac{\vec{F}_1}{\vec{a}_1} = \frac{\vec{F}_2}{\vec{a}_2} = \frac{\vec{F}_3}{\vec{a}_3} = \dots = \frac{\vec{F}_n}{\vec{a}_n} = m$$

La constante de proporcionalidad se denomina **masa inercial**,  $m$ , del cuerpo.

Si  $m$  es pequeña, una fuerza aplicada producirá una gran aceleración al cuerpo y si es grande, sucederá lo contrario: la masa inercial de un cuerpo es una medida de la resistencia a cambiar de velocidad cuando se le aplican fuerzas.

La expresión más general del segundo principio es la **ecuación fundamental de la dinámica**:

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$$

#### EJERCICIOS RESUELTOS

7 Sobre un carro de la compra, de 20,0 kg de masa, inicialmente en reposo, se aplica una fuerza de 30,0 N. La fuerza de rozamiento que se opone al movimiento es 10,0 N.

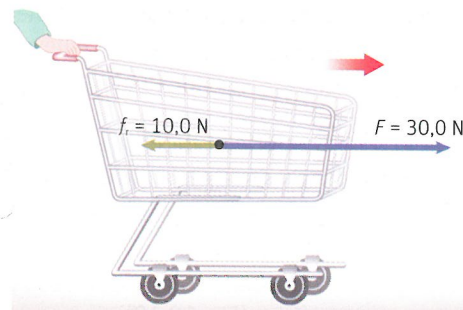
- Determina la aceleración que experimenta el carro.
- Calcula el espacio que recorre y su velocidad final después de 4,0 s.

a) Para determinar la aceleración, hay que calcular la fuerza resultante sobre el carro:

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}; 30,0 - 10,0 = 20,0 a \Rightarrow a = 1,00 \text{ ms}^{-2}$$

b) Como la aceleración es constante, el carro tendrá un *mrua*:

$$v = v_0 + at = 0 + (1,00 \text{ ms}^{-2})(4,0 \text{ s}) = 4,0 \text{ ms}^{-1}; \Delta x = \frac{1}{2}at^2 = 0,5 \cdot (1,00 \text{ ms}^{-2})(4,0 \text{ s})^2 = 8,0 \text{ m}$$



#### ACTIVIDADES

11. Sobre un objeto de masa  $m_1$  se aplica una fuerza y esta adquiere una aceleración de  $4,0 \text{ ms}^{-2}$ . Si se aplica la misma fuerza sobre una caja de masa  $m_2$ , esta adquiere una aceleración de  $12 \text{ ms}^{-2}$ . Si la masa  $m_1$  es 1,5 kg, calcula el valor de la fuerza aplicada y la masa  $m_2$ .

**Solución:** 6,0 N y 0,50 kg

12. Una patinadora está en reposo sobre una pista de hielo. Una compañera la empuja con una fuerza constante durante 4,0 s. Si la patinadora se ha desplazado 3,0 m, determina el valor de la fuerza aplicada, sabiendo que la masa de la patinadora es de 60,0 kg.

**Solución:** 23 N

### 3.1. Momento lineal

En los cuerpos en reposo, la resistencia al cambio de velocidad se asocia a la masa inercial pero en los cuerpos en movimiento intervienen otros factores.



**Figura 10.11.** Un ciclista de unos 80 kg que viaja a  $10 \text{ ms}^{-1}$ , al apretar los frenos se detiene en pocos metros.



**Figura 10.12.** Un barco de unas 200 000 t, aunque viaje a  $10 \text{ ms}^{-1}$ , tiene que parar sus motores mucho antes de llegar a puerto.

La resistencia a cambiar de estado de movimiento de un cuerpo depende, además de su masa inercial, de la velocidad con que se mueve el cuerpo inicialmente.

El **momento lineal** o **cantidad de movimiento**,  $\vec{p}$ , de un cuerpo es la magnitud que mide su resistencia a cambiar de velocidad. También mide su capacidad para comunicar movimiento a otros. Su valor es el producto de su masa por su velocidad:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

El momento lineal es una magnitud vectorial que se expresa en  $\text{kgms}^{-1}$ . Su significado físico se pone de manifiesto cuando la ecuación fundamental de la dinámica se escribe:

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a} = m \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{m\vec{v}_f - m\vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_f - \vec{p}_0}{\Delta t} \Rightarrow \sum \vec{F}_i = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

**Nueva formulación del segundo principio de la dinámica.** La fuerza neta que actúa sobre un cuerpo durante un cierto tiempo produce una variación de su momento lineal.

#### Ten en cuenta

Los cuerpos no poseen fuerza, siempre la reciben de otros cuerpos. Sin embargo, cuando tienen velocidad sí poseen momento lineal (la masa es inherente a todos los cuerpos).

#### EJERCICIOS RESUELTOS

**8** El conductor de un tranvía de 25300 kg, que viaja a  $18,0 \text{ m s}^{-1}$  con un movimiento rectilíneo frena durante 5,0 s, hasta una velocidad de  $15,0 \text{ m s}^{-1}$ . Calcula:

- La variación del momento lineal que experimenta el tranvía.
- La fuerza media que experimenta debido a los frenos.

a) Momento lineal inicial:  $p_1 = mv_1 = (25300 \text{ kg})(18,0 \text{ ms}^{-1}) = 4,55 \cdot 10^5 \text{ kgms}^{-1}$

Momento lineal final:  $p_2 = mv_2 = (25300 \text{ kg})(15,0 \text{ ms}^{-1}) = 3,80 \cdot 10^5 \text{ kgms}^{-1}$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = (3,80 - 4,55) \cdot 10^5 \text{ kgms}^{-1} = -7,50 \cdot 10^4 \text{ kgms}^{-1}$$

- b) Aplicando el segundo principio se calcula la fuerza media:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{(-7,50 \cdot 10^4 \text{ kgms}^{-1})}{(5,0 \text{ s})} = -1,50 \cdot 10^4 \text{ N}$$



#### ACTIVIDADES

**13.** Una moto de 200 kg (incluido el piloto) se mueve por la recta de tribuna de un gran premio con una velocidad de  $300 \text{ km h}^{-1}$ . Halla la velocidad de una segunda moto de 210 kg en la misma recta si ambas tienen la misma cantidad de movimiento.

**Solución:**  $79 \text{ ms}^{-1}$

**14.** Razona sobre la veracidad o falsedad de estas afirmaciones:

- En un *mcu* el momento lineal no varía.
- Si una pelota de 0,12 kg que se mueve horizontalmente a  $4,0 \text{ ms}^{-1}$ , choca con una pared y rebota con la misma velocidad, su momento lineal varía.

### 3.2. Impulso mecánico

El tiempo que está actuando una fuerza sobre un cuerpo determina el efecto producido.

COMPARA



Cuando una jugadora de vóleybol golpea el balón, contacta con él durante un intervalo de tiempo muy breve y modifica la velocidad del balón y, por tanto, su momento lineal.



En el jugador de balonmano el tiempo durante el que actúa la fuerza sobre el balón es mayor y, por tanto, modifica más la velocidad del balón y el momento lineal cambia más.

El impulso recibido por un cuerpo se asocia a una magnitud física: el **impulso mecánico**.

El **impulso mecánico**,  $\vec{I}$ , recibido por un cuerpo es el producto de la fuerza recibida (suponiendo que esta es constante) por el tiempo que actúa. Se expresa en (Ns).

$$\vec{I} = \vec{F}\Delta t$$

#### ► Teorema del impulso mecánico

En los ejemplos anteriores el impulso recibido por el cuerpo (el balón) ha variado su momento lineal. Considerando la fuerza resultante,  $\vec{F}$ , que actúa sobre un cuerpo:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$$

El **impulso de la fuerza resultante** recibida varía el momento lineal del cuerpo.

$$\vec{I} = \Delta\vec{p}$$

#### EJERCICIOS RESUELTOS

- 9 Una bola de béisbol de 250 g de masa se dirige hacia el bateador con una velocidad de  $22 \text{ ms}^{-1}$ . Después de ser golpeada, es impulsada en sentido contrario a una velocidad de  $45 \text{ ms}^{-1}$ . Suponiendo que el bate ha estado en contacto con la bola 0,10 s, determina la fuerza media que recibe la bola de béisbol.

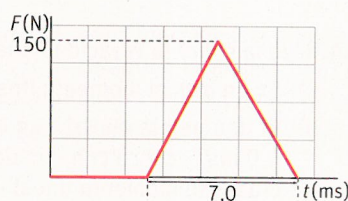
Como todos los movimientos se efectúan en una línea recta, prescindimos del carácter vectorial de las magnitudes, considerando positivas las que van hacia la derecha del dibujo y negativas si van al contrario:

$$F\Delta t = mv_2 - mv_1 \Rightarrow F = \frac{mv_2 - mv_1}{\Delta t} = \frac{(0,25 \text{ kg})(45 \text{ ms}^{-1}) - (0,25 \text{ kg})(-22 \text{ ms}^{-1})}{(0,10 \text{ s})} = 1,7 \cdot 10^2 \text{ N}$$



#### ACTIVIDADES

15. Una pelota al rebotar en el suelo experimenta la fuerza de la figura. Calcula el impulso en el intervalo de tiempo señalado.



**Solución:**  $0,53 \text{ Ns}$

16. Una chica de 55 kg de masa se impulsa con sus piernas hacia arriba adquiriendo una velocidad, al iniciar el salto, de  $2,5 \text{ ms}^{-1}$ . Calcula el impulso y determina la fuerza que han ejercido sus piernas sobre el suelo, si el impulso ha durado 0,25 s.

**Solución:**  $1,4 \cdot 10^2 \text{ kgms}^{-1}$  y  $5,5 \cdot 10^2 \text{ N}$

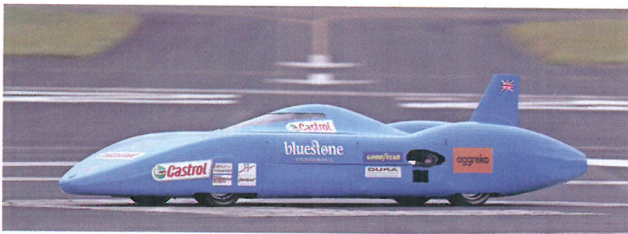
## EJERCICIOS RESUELTOS

**10** Un coche eléctrico de  $1,2 \cdot 10^3$  kg de masa circula con un *mr* a  $72 \text{ kmh}^{-1}$  de forma que el motor ejerce sobre el coche una fuerza constante de  $5,0 \cdot 10^3$  N. En un momento dado, el conductor acelera y el motor pasa a comunicar una fuerza constante de  $7,4 \cdot 10^3$  N durante 5,0 s.

- Calcula la fuerza de rozamiento que recibe el coche.
- ¿Qué fuerza resultante recibe el coche durante los 5,0 s y qué aceleración experimenta?
- Determina el valor del impulso mecánico recibido por el coche en los 5,0 s.
- ¿Qué momento lineal tiene antes y después de la aceleración?
- Determina la velocidad final del vehículo.

a) Como el vehículo no posee aceleración, además de la fuerza del motor, deben existir otras fuerzas no indicadas en el enunciado (las de rozamiento), de modo que la suma de todas las fuerzas que recibe sea cero:

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a} = 0, \text{ por tanto, } 5,0 \cdot 10^3 + f_r = 0 \Rightarrow f_r = -5,0 \cdot 10^3 \text{ N}$$



b) Si ahora el motor empuja con una fuerza de  $7,4 \cdot 10^3$  N, suponiendo que la influencia del rozamiento no varía, la fuerza resultante sobre el coche será:

$$\sum \vec{F}_i = (7,4 \cdot 10^3 \text{ N}) - (5,0 \cdot 10^3 \text{ N}) = 2,4 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a} \Rightarrow a = \frac{\sum F_i}{m} = \frac{(2,4 \cdot 10^3 \text{ N})}{(1,2 \cdot 10^3 \text{ kg})} = 2,0 \text{ ms}^{-2}$$

c) El impulso mecánico recibido por el coche es:

$$I = Ft = (2,4 \cdot 10^3 \text{ N})(5,0 \text{ s}) = 1,2 \cdot 10^4 \text{ Ns}$$

d) El momento lineal inicial del vehículo es:

$$p_1 = mv_1 = (1,2 \cdot 10^3 \text{ kg})(20 \text{ ms}^{-1}) = 2,4 \cdot 10^4 \text{ kgms}^{-1}$$

Aplicando el teorema del impulso,  $I = \Delta p = p_2 - p_1$ :

$$1,2 \cdot 10^4 = p_2 - 2,4 \cdot 10^4$$

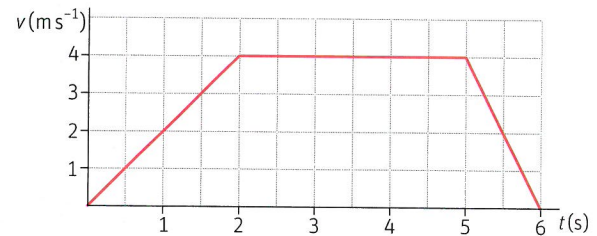
$$p_2 = (1,2 \cdot 10^4 + 2,4 \cdot 10^4) \text{ kgms}^{-1} = 3,6 \cdot 10^4 \text{ kgms}^{-1}$$

e)  $p_2 = mv_2 \Rightarrow v_2 = \frac{p_2}{m} = \frac{(3,6 \cdot 10^4 \text{ kgms}^{-1})}{(1,2 \cdot 10^3 \text{ kg})} = 30 \text{ ms}^{-1}$

**11** Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- Cuerpos de distinta masa que experimentan la misma fuerza se mueven con la misma aceleración.
- Una fuerza instantánea comunica un impulso a cualquier cuerpo.
- Es imposible, ya que  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$  y si tienen distinta masa no pueden experimentar la misma aceleración.
- Si el tiempo de actuación fuese cero, no habría impulso. En realidad las fuerzas instantáneas no existen, siempre actúan durante algún tiempo, aunque sea breve.

**12** La siguiente gráfica corresponde a un coche de 1250 kg con movimiento rectilíneo.



- Indica en qué momentos existe fuerza resultante sobre el coche y calcula el valor de dicha fuerza.
- Determina el impulso sobre el coche en cada tramo.
- En los dos primeros segundos posee un *mr*  $a$ :

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{4 - 0}{2} = 2 \text{ ms}^{-2}$$

$$F = ma = (1250 \text{ kg})(2 \text{ ms}^{-2}) = 2500 \text{ N}$$

Entre  $t = 2$  s y  $t = 5$  s la velocidad es constante, luego, la aceleración y la fuerza neta sobre el coche son nulas.

Entre  $t = 5$  s y  $t = 6$  s, posee otro *mr*  $a$ :

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{0 - 4}{1} = -4 \text{ ms}^{-2}$$

$$F = ma = (1250 \text{ kg})(-4 \text{ ms}^{-2}) = -5000 \text{ N}$$

b) Entre  $t = 0$  s y  $t = 2$  s, el impulso es:

$$I_1 = Ft = (2500 \text{ N})(2 \text{ s}) = 5000 \text{ Ns}$$

Entre  $t = 2$  s y  $t = 5$  s, la fuerza neta es nula y, por tanto, también lo es el impulso.

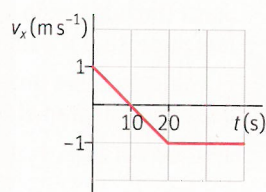
Entre  $t = 5$  s y  $t = 6$  s, el impulso es:

$$I_2 = Ft = (-5000 \text{ N})(1 \text{ s}) = -5000 \text{ Ns} \text{ (se opone a la velocidad).}$$

## ACTIVIDADES

**17.** La siguiente gráfica corresponde a un movimiento rectilíneo:

- Indica cuándo existe fuerza resultante y deduce su sentido.
- Si  $m$  es 2,5 kg, calcula la variación del momento lineal en el primer y segundo tramo.



**Solución:** b)  $-2,5 \text{ kg ms}^{-1}$  y  $0 \text{ kg ms}^{-1}$

**18.** Dos objetos diferentes experimentan aceleraciones de  $1,5 \text{ ms}^{-2}$  y  $3,0 \text{ ms}^{-2}$  cuando reciben la misma fuerza.

- ¿Qué relación tienen las masas de los dos objetos?
- Si los dos objetos se unen entre sí, ¿qué aceleración producirá la fuerza?
- ¿Puedes calcular la fuerza?

**Solución:** a)  $m_1/m_2 = 2$ ; b)  $1,0 \text{ ms}^{-2}$

# 4 Tercer principio de la dinámica

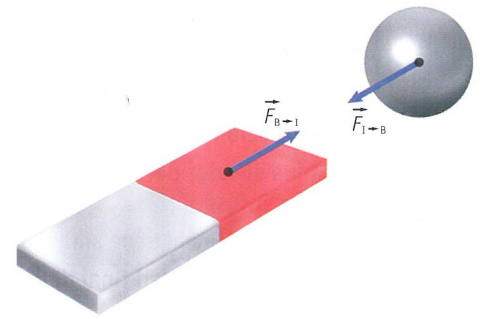
smSaviadigital.com **OBSERVA**

En este vídeo puedes ver una demostración práctica de los tres principios de la dinámica.

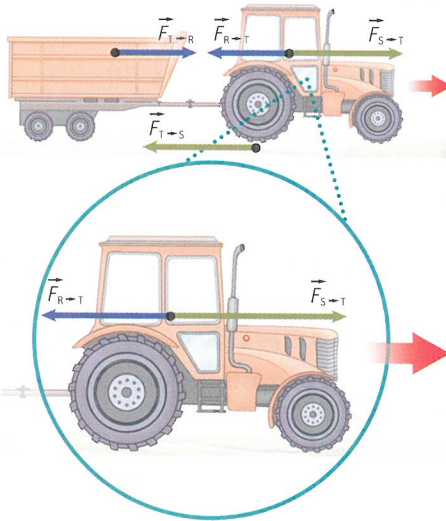
El tercer principio describe las fuerzas como interacciones. Así, un cuerpo aislado no puede cambiar por sí mismo su estado de movimiento, para ello es necesaria la interacción con otros cuerpos.



**Figura 10.13.** El balón recibe una fuerza del pie, y este recibe una fuerza del balón.



**Figura 10.14.** El imán atrae a la bolita de acero, pero la bolita también atrae al imán.



**Figura 10.15.** Las fuerzas de acción y reacción no impiden el movimiento.

Newton comprendió que las fuerzas aparecen por pares. Para describir este hecho propuso el principio de acción y reacción, llamado tercer principio de la dinámica.

**Tercer principio de la dinámica.** Si un cuerpo A ejerce sobre otro B una fuerza (acción),  $\vec{F}_{A \rightarrow B}$ , este a su vez ejerce simultáneamente sobre A otra fuerza (reacción),  $\vec{F}_{B \rightarrow A}$ , con el mismo módulo, igual dirección y sentido contrario. Se cumple:

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$$

Las fuerzas de acción y reacción son iguales en magnitud y de sentido contrario, pero no se anulan porque se ejercen sobre cuerpos diferentes.

El ejemplo de un tractor que tira de un remolque muestra una aparente contradicción: la fuerza del tractor sobre el remolque,  $\vec{F}_{T \rightarrow R}$ , es anulada por la fuerza del remolque sobre el tractor,  $\vec{F}_{R \rightarrow T}$ , sin embargo, el conjunto avanza (Fig. 10.15). La contradicción desaparece al identificar todas las fuerzas que actúan sobre el conjunto tractor-remolque:

- La rueda motriz del tractor realiza una fuerza sobre el suelo,  $\vec{F}_{T \rightarrow S}$ , hacia atrás.
- El suelo realiza una fuerza sobre el tractor,  $\vec{F}_{S \rightarrow T}$ , hacia adelante que no está equilibrada y mueve el conjunto.

Si se considera solo el tractor, este avanza porque  $\vec{F}_{S \rightarrow T}$  es mayor que  $\vec{F}_{R \rightarrow T}$ .

## EJERCICIOS RESUELTOS

**13** Identifica el par de fuerzas de acción y reacción y sus efectos cuando golpeas una bola de tenis con una raqueta, si sus cuerdas se rompen y la bola sale hacia delante.

Acción: fuerza que ejerce la raqueta sobre la bola; reacción: fuerza que ejerce la bola sobre la raqueta. La bola sale hacia delante debido a la fuerza que recibe de la raqueta y las cuerdas se rompen, como consecuencia de la fuerza que reciben de la bola.

## ACTIVIDADES

**19.** Una pulga común tiene una masa de 0,0080 g y puede realizar un salto vertical de 18 cm sobre la cabeza de un perro, impulsándose durante 80 ms.

- La fuerza que impulsa a la pulga, ¿es la que ella hace sobre el perro o la que el perro realiza sobre ella?
- Calcula ambas fuerzas.

**Solución:** b)  $-1,9 \cdot 10^{-4}$  N y  $1,9 \cdot 10^{-4}$  N

**20.** En una película de ciencia ficción, un astronauta de 85 kg de masa (incluido todo su equipo) empuja en el espacio con una fuerza de 30,0 N a un vehículo espacial averiado.

El vehículo tiene una masa de 250 kg. Calcula la aceleración que experimentan el astronauta y el vehículo espacial.

**Solución:**  $-0,35 \text{ ms}^{-2}$  y  $0,12 \text{ ms}^{-2}$

## 4.1. Acción y reacción sobre masas distintas

Aunque las parejas de fuerzas de acción-reacción son idénticas en magnitud, las aceleraciones que producen dependen de las masas de los cuerpos sobre los que actúan.

Así, si dos patinadores de distinta masa se empujan el uno contra el otro en una pista de hielo, ambos se alejan del punto en el que se encontraban, pero el de menor masa se desplaza más que el de mayor masa, porque, aunque reciben fuerzas de igual intensidad, sus masas son diferentes.

$$\vec{F}_{B \rightarrow A} = -\vec{F}_{A \rightarrow B} \Rightarrow m_A \vec{a}_A = -m_B \vec{a}_B$$

$$m_A > m_B \Rightarrow |\vec{a}_A| < |\vec{a}_B|$$

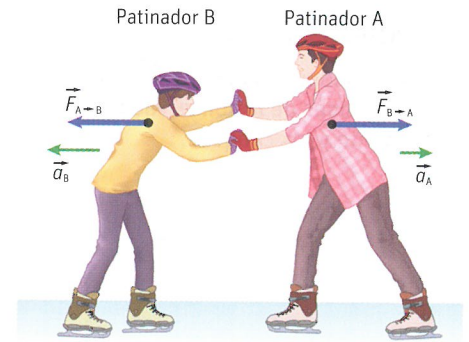
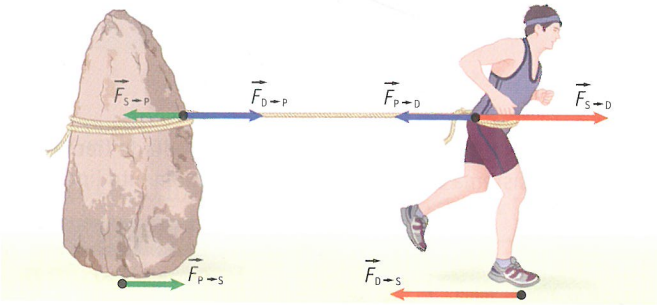


Figura 10.16. Frente a fuerzas iguales los patinadores experimentan aceleraciones distintas.

### EJERCICIOS RESUELTOS

- 14 Un deportista se coloca un arnés en el cuerpo para arrastrar una piedra mediante una cuerda. Dibuja los pares acción-reacción, señalando quién realiza la fuerza y sobre qué se realiza.



Fuerza	Ejercida por...	Sobre...	Interacción
$\vec{F}_{D \rightarrow P}$	el deportista	la piedra	Deportista-piedra
$\vec{F}_{P \rightarrow D}$	la piedra	el deportista	
$\vec{F}_{D \rightarrow S}$	el deportista	el suelo	Deportista-suelo
$\vec{F}_{S \rightarrow D}$	el suelo	el deportista	
$\vec{F}_{P \rightarrow S}$	la piedra	el suelo	Piedra-suelo
$\vec{F}_{S \rightarrow P}$	el suelo	la piedra	

- 15 Un espectador comenta que el deportista anterior no va a mover la piedra, ya que esta siempre va a realizar una fuerza igual y de sentido contrario y, por tanto, no se moverá. Señala dónde está el error en su comentario e indica qué tiene que ocurrir para que el deportista o la piedra se muevan.

Para ver si el deportista se mueve, nos debemos fijar en las fuerzas que actúan sobre él, que son:  $\vec{F}_{P \rightarrow D}$  y  $\vec{F}_{S \rightarrow D}$ . Si la segunda es mayor que la primera el deportista tendrá aceleración (segundo principio). Por otro lado, la piedra acelerará cuando  $\vec{F}_{D \rightarrow P}$  sea mayor que  $\vec{F}_{S \rightarrow P}$ .

- 16 Un insecto impacta contra el parabrisas de un coche que se mueve a  $100 \text{ km h}^{-1}$ .

- Compara la fuerza que el insecto ejerce sobre el parabrisas con la que ejerce el parabrisas sobre él.
- Compara las aceleraciones que experimentan el coche y el insecto debidas al impacto.

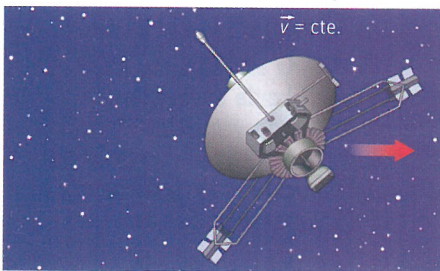
- Conforme al tercer principio de la dinámica, los módulos de ambas fuerzas son iguales.

- Las aceleraciones son distintas, ya que las masas del vehículo y del insecto también lo son. Como  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ , el coche que tiene una masa mucho más grande, experimenta una desaceleración inapreciable. Sin embargo, el insecto experimenta una desaceleración enorme y muere.

### Los principios de la dinámica

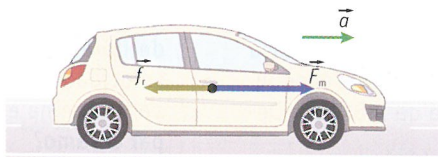
El primer principio describe el comportamiento de los cuerpos cuando no hay fuerza resultante sobre ellos:

$$\sum \vec{F}_i = 0 \Leftrightarrow \vec{v} = \text{cte.}$$



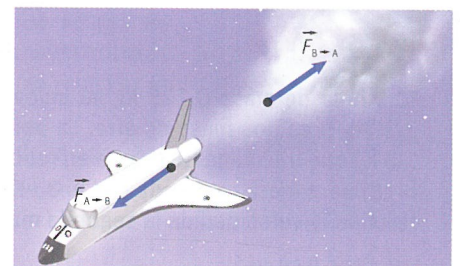
El segundo principio permite calcular la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo, conociendo su masa y su aceleración.

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$$



El tercer principio indica que cualquier fuerza que actúa sobre un cuerpo es el resultado de la interacción con otro.

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$$



# 5 Conservación del momento lineal

smSaviadigital.com **OBSERVA**

En este vídeo puedes ver distintas aplicaciones de la conservación del momento y los choques.

## Te interesa saber

La propulsión de un cohete se debe a que la cantidad de movimiento de los gases que expulsa al exterior es igual a la cantidad de movimiento del cohete en sentido contrario.



El segundo principio de la dinámica indica que para cambiar el estado de movimiento de un objeto es necesario aplicarle una fuerza neta:

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \sum \vec{F}_i \Delta t = \Delta \vec{p}$$

Para dos cuerpos aislados (que solo interactúan entre ellos, sin fuerzas exteriores), el tercer principio indica que se ejercen fuerzas iguales y de sentidos contrarios:

$$\vec{F}_{B \rightarrow A} = -\vec{F}_{A \rightarrow B}$$

Aplicando la segunda ley de Newton y operando:

$$\vec{F}_{B \rightarrow A} + \vec{F}_{A \rightarrow B} = \frac{\Delta \vec{p}_A}{\Delta t} + \frac{\Delta \vec{p}_B}{\Delta t} = 0$$

$$\Delta(\vec{p}_A + \vec{p}_B) = 0 \Rightarrow \vec{p}_A + \vec{p}_B = \text{cte.}$$

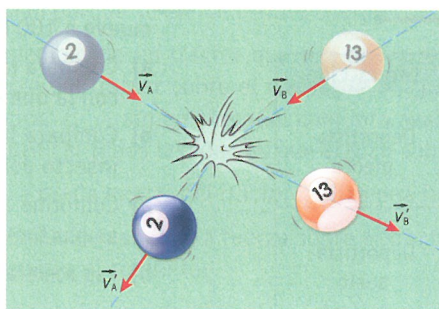
**Teorema de conservación del momento lineal.** Cuando no actúa ninguna fuerza exterior sobre un cuerpo o sistema físico, su momento lineal se mantiene constante:

$$\sum \vec{F}_i = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{cte.}$$

## 5.1. Choques

En un choque, dos o más partículas interactúan durante un corto período de tiempo. Como no hay fuerzas externas sobre el sistema (sistema aislado), se conserva el momento lineal.

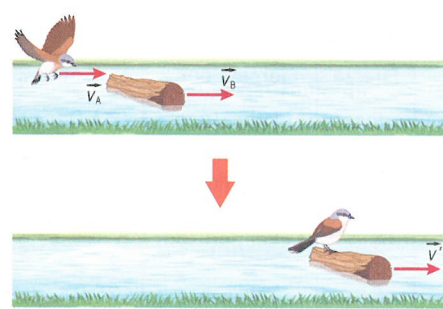
### Choque elástico



El choque de dos bolas de billar (azul y amarilla) se denomina **choque elástico**. No existen deformaciones apreciables. Se cumple:

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B$$

### Choque inelástico



Si los objetos (tronco y ave) permanecen juntos después de la colisión se dice que el choque es perfectamente **inelástico**. Se cumple:

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = (m_A + m_B) \vec{v}'$$

- En los **choques elásticos** (sin deformaciones apreciables) se conservan el momento lineal y la energía cinética.
- En los **choques inelásticos** (con deformaciones y, en consecuencia, variación de la energía mecánica) se conserva el momento lineal pero no se conserva la energía cinética.

## ACTIVIDADES

**21.** Una bola de masa 0,125 kg se mueve con una velocidad de  $2,1 \text{ ms}^{-1}$ , en una mesa de aire. La bola golpea a otra de masa 1,0 kg que inicialmente estaba en reposo. Después del choque, la primera masa retrocede con una velocidad de  $1,8 \text{ ms}^{-1}$ . Determina la velocidad de la segunda masa.

**Solución:**  $0,49 \text{ ms}^{-1}$

**22.** Una patinadora sobre hielo de 45 kg de masa atrapa un ramo de flores de 0,75 kg que le arrojaron y que le llega con una velocidad horizontal de  $4,2 \text{ ms}^{-1}$ . Si al coger el ramo la patinadora termina en reposo, ¿qué velocidad llevaba antes de atrapar el ramo?

**Solución:**  $7,0 \cdot 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$

## 5.2. Explosiones

En una explosión, un mecanismo interno actúa para lanzar hacia el exterior partes de un objeto. Estas pueden salir en una única dirección o en varias direcciones diferentes. En ambos casos, como las fuerzas que actúan son internas, se conserva el momento lineal.

Se pueden considerar explosiones: la desintegración de un núcleo atómico, el disparo de una escopeta de tiro olímpico o la máquina (apoyada sobre una superficie lisa) que lanza pelotas de tenis o de béisbol en un entrenamiento.

### EJERCICIOS RESUELTOS

- 17** Una bola de 0,10 kg de masa choca con una velocidad de  $5,0 \text{ ms}^{-1}$ , contra otra bola de masa 0,30 kg que se encuentra en reposo. Suponiendo que el choque es elástico y que se produce en una dimensión, calcula la velocidad que tienen ambas bolas después del choque.

El choque es unidimensional y elástico, por tanto, se conservan el momento lineal y la energía cinética:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

Sustituyendo los datos en ambas expresiones:

$$\left. \begin{aligned} 0,10 \cdot 5,0 + 0 &= 0,10 v_1' + 0,30 v_2' \\ 0,10 \cdot 5,0^2 + 0 &= 0,10 v_1'^2 + 0,30 v_2'^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_1' = -2,5 \text{ ms}^{-1} \text{ y } v_2' = 2,5 \text{ ms}^{-1}$$

- 18** Un niño está patinando con su padre. En un momento dado, la velocidad del padre es  $1,6 \text{ ms}^{-1}$  mientras el hijo se le acerca a  $3,5 \text{ ms}^{-1}$  en su misma dirección y sentido. Al llegar a la altura de su padre se sujeta por detrás a su anorak. Si la masa del padre es de 71 kg y la del hijo de 45 kg, calcula la velocidad,  $v'$ , con la que se mueven los dos unidos.

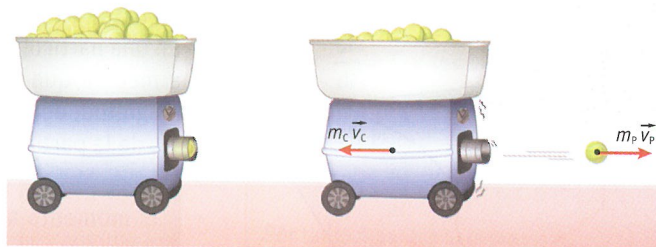
El choque puede considerarse totalmente inelástico y en una dimensión, ya que no actúan fuerzas externas sobre el sistema padre-hijo (el rozamiento con el suelo se considera despreciable); por tanto, se conserva el momento lineal:

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_f \Rightarrow m_p v_p + m_h v_h = (m_p + m_h) v'$$

$$v' = \frac{m_p v_p + m_h v_h}{m_p + m_h} = \frac{(71 \text{ kg})(1,6 \text{ ms}^{-1}) + (45 \text{ kg})(3,5 \text{ ms}^{-1})}{(71 + 45) \text{ kg}} = 2,3 \text{ ms}^{-1}$$

- 19** En una pista de tenis se dispone de un pequeño cañón de 1,35 kg de masa. El cañón, inicialmente en reposo, lanza una pelota de tenis de 57,5 g. Mediante un dispositivo fotoelectrónico se determina que el cañón retrocede 5,80 cm en 0,0312 s con un *mru*. Determina la velocidad del cañón y la de la pelota de tenis después del lanzamiento.

Antes del disparo el momento lineal del conjunto,  $\vec{p}_0$ , es igual a cero; por tanto, después del disparo, el momento lineal del conjunto,  $\vec{p}_f$ , también lo será:  $\vec{p}_0 = \vec{p}_f = 0$ .



La explosión es unidimensional, luego se puede prescindir del carácter vectorial de las magnitudes.

La velocidad de retroceso del cañón es:

$$v = \frac{e}{t} = \frac{(5,80 \cdot 10^{-2} \text{ m})}{(0,0312 \text{ s})} = 1,86 \text{ ms}^{-1}$$

Para calcular la velocidad de la pelota de tenis, hay que tener en cuenta que el signo de la velocidad del cañón es opuesto al de la velocidad de la pelota:

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_f \Rightarrow 0 = m_p v_p + m_c v_c = m_p v_p' + m_c v_c'$$

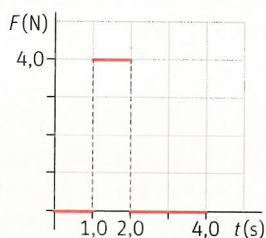
$$0 = 57,5 \cdot 10^{-3} v_p + 1,35(-1,86) \Rightarrow v_p = 43,7 \text{ ms}^{-1}$$

### ACTIVIDADES

- 23.** Una bola de 1,0 kg de masa está sometida a la fuerza que se indica en la gráfica.

a) Si en  $t = 0$  estaba en reposo, calcula la velocidad en  $t = 4,0 \text{ s}$ .

b) Si en ese instante choca contra otra bola de la misma masa que se dirige hacia ella a  $2,5 \text{ ms}^{-1}$ , calcula la velocidad con la que se mueven las dos bolas si después del choque permanecen unidas.

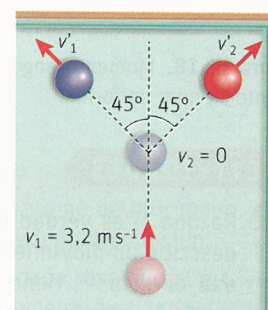


**Solución:** a)  $4,0 \text{ ms}^{-1}$ ; b)  $0,75 \text{ ms}^{-1}$

- 24.** Una bola de billar se mueve con una velocidad de  $3,2 \text{ ms}^{-1}$  en la dirección del eje Y y choca con otra bola de la misma masa que estaba en reposo. Las dos bolas salen formando un ángulo de  $45^\circ$  en relación al eje Y.

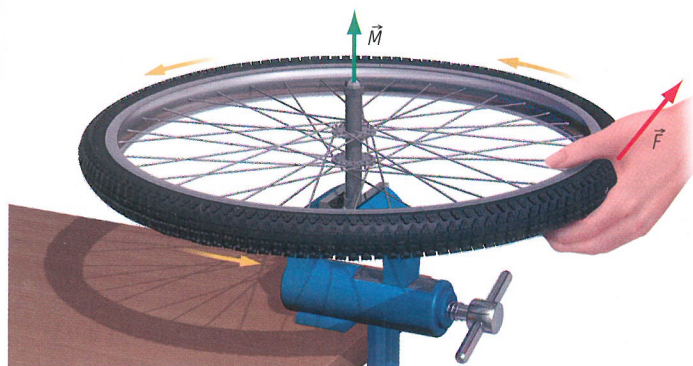
Calcula la velocidad de las dos bolas después de la colisión.

**Solución:**  $v_1 = v_2 = 2,3 \text{ ms}^{-1}$



Cuando se golpea una bola de billar, esta continúa en línea recta con velocidad constante, mientras no reciba fuerzas exteriores; es decir, conserva su momento lineal. Pero ¿qué ocurre con los objetos en rotación?

OBSERVA



Para comprobar si algo impide el giro de la rueda, el mecánico aplica una fuerza para que aquella comience a girar. El momento de esta fuerza hace que la rueda cambie su estado de movimiento, pasando del reposo al giro.



Si nada roza, la rueda continúa girando, ya que no hay fuerzas externas que ejerzan momentos sobre la rueda. Existe una magnitud, similar al momento lineal, pero relacionada con el movimiento de rotación que describe este hecho.

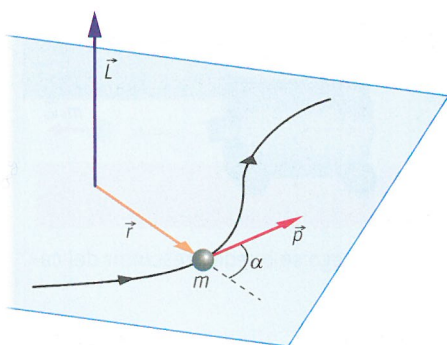


Figura 10.17. Momento angular.

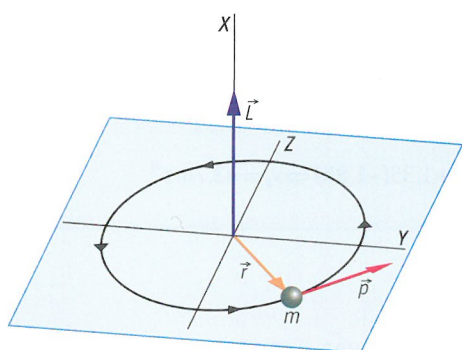


Figura 10.18. Momento angular en un movimiento circular uniforme.

En una partícula de masa  $m$  en rotación respecto a un punto  $O$ , su momento lineal,  $\vec{p}$ , cambia a medida que lo hace la dirección del movimiento. Su estudio se hace introduciendo una magnitud, denominada momento angular, que depende del momento lineal y de la posición,  $\vec{r}$ , de la partícula respecto de un punto.

El **momento angular**,  $\vec{L}$ , de una partícula de masa  $m$  y velocidad  $\vec{v}$  respecto a un punto  $O$  es el momento de su momento lineal,  $\vec{p} = m\vec{v}$ :

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

La dirección de  $\vec{L}$  es perpendicular al plano formado por  $\vec{r}$  y  $\vec{v}$ . El sentido viene dado por la regla del tornillo o de la mano derecha. Su módulo es igual a:

$$L = rmv \sin \alpha$$

El ángulo  $\alpha$  es el que forman el vector posición de la partícula,  $\vec{r}$ , y el vector momento lineal,  $\vec{p}$ . En el SI se expresa en  $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$ .

Cualquier objeto girando, como los planetas alrededor del Sol o los electrones alrededor del núcleo, poseen momento angular. Un caso importante y relativamente simple es el de una partícula con movimiento circular uniforme de radio  $R$ . En este caso el vector velocidad,  $\vec{v}$ , y el vector posición,  $\vec{r}$ , son siempre perpendiculares. El módulo del momento angular respecto del centro de la circunferencia es:

$$L = rmv = rm\omega r = \omega mr^2$$

En el *mcu* la velocidad angular,  $\omega$ , es constante, por tanto, el momento angular respecto del centro de la trayectoria también lo es.

### ACTIVIDADES

25. Razona si es verdad que una partícula de 2 kg de masa que describe un movimiento circular de radio 2 m con una velocidad de  $2 \text{ ms}^{-1}$ , tiene menor momento angular que la misma partícula moviéndose en un círculo de radio 1 m a una velocidad de  $4 \text{ ms}^{-1}$ .

26. Se hace girar una masa con una onda en un sentido y posteriormente, sin cambiar ni su masa, ni su radio, ni su velocidad, se la hace girar en sentido contrario.

Indica cómo afecta este hecho al momento angular de la masa respecto del centro de giro.

## 6.1. Teorema de conservación del momento angular

Al empujar tangencialmente un carrusel en reposo, la fuerza ejercida produce un “momento de fuerza”. El carrusel deja de estar en equilibrio y gira cada vez con mayor velocidad angular, de forma que el momento angular respecto del centro varía. Por tanto, cuando un objeto recibe el momento de una fuerza externa, cambia su momento angular.

El segundo principio de la dinámica describe el movimiento de traslación de una partícula que recibe una fuerza neta  $\vec{F}$  mediante la expresión:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

En el movimiento de rotación, una expresión análoga relaciona el momento de fuerza neto recibido por una partícula con la variación de su momento angular:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Se ha estudiado que para cambiar el momento lineal de un objeto es necesario aplicar una fuerza externa y en ausencia de fuerzas externas el momento lineal se conserva. De forma análoga se estudia la conservación del momento angular.

**Teorema de conservación del momento angular.** Si una partícula no recibe ningún momento neto externo respecto de un punto, su momento angular respecto de dicho punto permanecerá constante.

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{cte.}$$

En la naturaleza existen múltiples situaciones donde se conserva el momento angular de partículas o de cuerpos extensos y sus consecuencias. Por ejemplo, la conservación del momento angular explica la formación del sistema solar y su resultado con los planetas girando alrededor del Sol en el plano de la eclíptica o fenómenos más cercanos como la distinta velocidad angular de un patinador que aleja o acerca sus brazos a su eje de giro.

### EJERCICIOS RESUELTOS

- 20** Si pudieras mirar el sistema solar desde la estrella polar, verías cómo la Tierra viaja alrededor del Sol en sentido contrario al de las agujas del reloj. Suponiendo que la órbita de la Tierra alrededor del Sol es circular, determina el módulo y la dirección del momento angular de la Tierra respecto al Sol, en su movimiento alrededor de este.

Datos: Masa de la Tierra =  $6,0 \cdot 10^{24}$  kg; distancia Tierra-Sol =  $1,5 \cdot 10^{11}$  m

La Tierra tarda 365 días en dar una vuelta ( $2\pi$  radianes) alrededor del Sol; sustituyendo en la expresión del momento angular:

$$L = \omega m R^2 = \frac{(2\pi \text{ rad})}{(3,2 \cdot 10^7 \text{ s})} (6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg})(1,5 \cdot 10^{11} \text{ m})^2 = 2,7 \cdot 10^{40} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

### ACTIVIDADES

- 27.** Al aplicar una fuerza sobre un cuerpo, razona en qué condiciones no varía su momento angular.
- 28.** La Tierra tiene un movimiento de rotación. Razona por qué la duración de los días permanece razonablemente constante a lo largo del tiempo.
- 29.** En el modelo atómico de Bohr para el átomo de hidrógeno, el electrón gira en una órbita circular alrededor del núcleo. Razona si el momento angular del electrón respecto al núcleo permanece constante. ¿Cuál sería el momento angular del electrón respecto a un punto de su órbita?



### Amplía

La variación con el tiempo del momento angular está descrita por su derivada:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(\vec{r} \times \vec{p})}{dt} = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p}$$

Como  $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$  y los vectores  $\vec{v}$  y  $\vec{p}$  tienen la misma dirección, el segundo sumando es nulo. En el primer sumando:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \text{ y } \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}$$

Por tanto, aparece la expresión:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

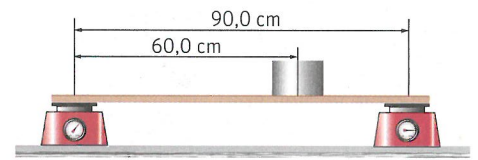
Denominada “ecuación fundamental de la dinámica de la rotación”.

## EJERCICIOS Y PROBLEMAS RESUELTOS

### Equilibrio en cuerpos extensos

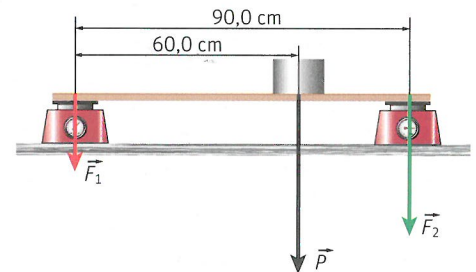
**21** Sobre dos básculas iguales separadas 90,0 cm se coloca un listón de peso despreciable, y sobre el mismo, a 60,0 cm de una de las básculas y 30,0 cm de la otra, se sitúa un objeto de 450 N de peso, tal como se indica en la figura.

- ¿Qué peso registrará cada una de las básculas?
- ¿Cuánto registrarían si no se despreciara el peso del listón y este fuera de 20,0 N?
- ¿En qué posición se aplicará ahora la resultante de las fuerzas?



#### Consideraciones iniciales

- El sistema se encuentra en equilibrio, por tanto, debe cumplirse:  $\sum \vec{F}_i = 0$  y  $\sum \vec{M}_i = 0$



#### Resolución

a) Las balanzas miden dos fuerzas,  $F_1$  y  $F_2$ , cuya suma es el peso del objeto. Se toman momentos respecto al punto de aplicación de la resultante y se aplican las condiciones de equilibrio:

$$\left. \begin{aligned} F_1 + F_2 &= 450 \\ 60,0 \cdot F_1 &= 30,0 \cdot F_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_1 = 150 \text{ N}; F_2 = 300 \text{ N}$$

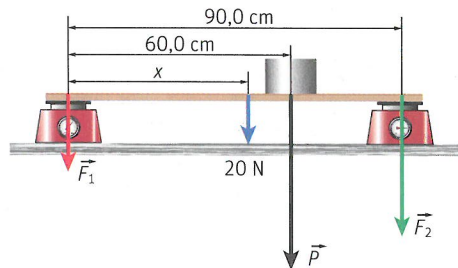
b) El peso de la tabla se ejerce en el punto medio del tablero (su centro de gravedad) y de este modo, se distribuye por igual entre ambas balanzas, que registran 10,0 N más:

$$F_1 = (150 + 10) \text{ N} = 160 \text{ N}$$

$$F_2 = (300 + 10) \text{ N} = 310 \text{ N}$$

c) Si la distancia de la resultante a la báscula de la izquierda (que registra  $F_1$ ) es  $x$ , tomando momentos respecto al punto de aplicación de la resultante:

$$160x = 310(90,0 - x) \Rightarrow x = 59,4 \text{ cm}$$



**CONCLUSIONES:** En el apartado a, la báscula más cercana al objeto medirá un peso mayor.

### Conservación del momento lineal en dos dimensiones

**22** En una exhibición pirotécnica lanzan un cohete que en el momento de estallar lleva una velocidad de  $30 \text{ ms}^{-1}$ . El cohete se divide en tres fragmentos iguales: un fragmento sigue hacia arriba con una velocidad de  $45 \text{ ms}^{-1}$ , mientras el segundo tiene una velocidad de  $24 \text{ ms}^{-1}$  y se mueve en una dirección perpendicular al primer fragmento y hacia la derecha. Calcula:

- La velocidad del tercer fragmento.
- La altura a la que subirá el primer fragmento, medida desde el punto de la explosión.

#### Consideraciones iniciales

- Las fuerzas de la explosión son internas al sistema, luego el momento lineal total permanece constante:  $\vec{p}_0 = \vec{p}_f$
- La explosión ocurre en dos dimensiones, luego es necesario asignar carácter vectorial al momento lineal.

#### Resolución

a) Antes de la explosión el cohete está subiendo:  $\vec{p}_0 = (3m \cdot 30\vec{j})$

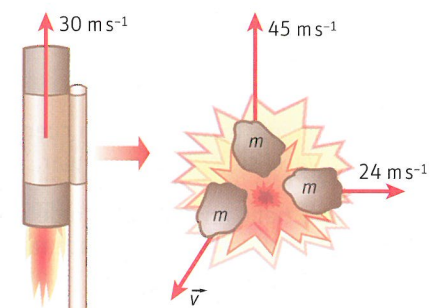
Después de la explosión:  $\vec{p}_f = (m \cdot 45\vec{j}) + m \cdot 24\vec{i} + m\vec{v}$

Igualando estas dos expresiones se obtiene el vector velocidad:

$$\vec{v} = (-24\vec{i} + 45\vec{j}) \text{ ms}^{-1}. \text{ Su módulo es: } |\vec{v}| = \sqrt{45^2 + 24^2} = 51 \text{ ms}^{-1}$$

b) El primer fragmento describe un *mrva*. En el punto de altura máxima su velocidad será cero, así:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow \Delta y = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (45 \text{ ms}^{-1})^2}{2(-9,8 \text{ ms}^{-2})} = 1,0 \cdot 10^2 \text{ m}$$



## Las leyes de la dinámica

**23** Un ascensor tiene en el suelo una báscula electrónica (graduada en newtons) sobre la que está situada una persona de 60 kg. Empieza a subir con una aceleración de  $3,0 \text{ ms}^{-2}$  y transcurridos 5,0 s, alcanza una velocidad constante.

- ¿Cuál será la indicación de la báscula (peso aparente) antes y después de los 5,0 s?
- Si el ascensor parte del reposo, comienza a bajar con una aceleración constante de  $3,0 \text{ ms}^{-2}$  y al cabo de 5,0 segundos alcanza una velocidad constante, ¿qué indicará ahora la báscula antes y después de los 5,0 s?

### Consideraciones iniciales

- La indicación de la báscula es la fuerza que la persona hace sobre ella (la misma que haría sobre el suelo del ascensor). Conviene centrar la atención sobre el objeto de estudio, que no es el ascensor ni la báscula, sino la persona.
- La tercera ley de Newton indica que la fuerza que ejerce la persona sobre la báscula es igual en magnitud y de sentido opuesto a la fuerza que la persona recibe de la báscula (fuerza normal,  $N$ ); luego, si conocemos ( $N$ ), sabremos la indicación de la báscula.
- En cada caso se aplica la segunda ley de Newton. Las fuerzas sobre la persona son la fuerza peso, ejercida por la Tierra, y la fuerza normal ejercida por la báscula. Las magnitudes que van hacia arriba son positivas y las que van hacia abajo, negativas.

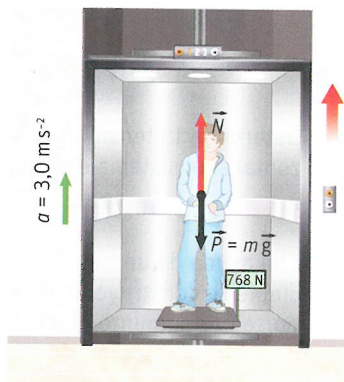
### Resolución

- Al **empezar a subir** la persona experimenta una aceleración hacia arriba igual a la del ascensor: la fuerza resultante va hacia arriba. Según el segundo principio:

$$N - P = ma \Rightarrow N = P + ma$$

$$N = (60 \text{ kg})[(9,8 + 3,0) \text{ ms}^{-2}] = 768 \text{ N}$$

La fuerza que la persona ejerce sobre la báscula será la fuerza de reacción a esta, es decir, una fuerza de 768 N hacia abajo.



- Transcurridos los cinco segundos el ascensor mantiene constante su velocidad, por lo que la aceleración es nula. Aplicando el segundo principio:

$$N - P = 0 \Rightarrow N = P$$

$$N = (60 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2}) = 588 \text{ N}$$

La fuerza que la persona ejerce sobre la báscula será la fuerza de reacción a esta, es decir, una fuerza de 588 N hacia abajo.



- Al **empezar a bajar**, la persona experimenta una aceleración hacia abajo igual a la del ascensor y la fuerza resultante va hacia abajo. Según el segundo principio:

$$N - P = -ma \Rightarrow N = P - ma$$

$$N = (60 \text{ kg})[(9,8 - 3,0) \text{ ms}^{-2}] = 408 \text{ N}$$

La fuerza que la persona ejerce sobre la báscula será la fuerza de reacción a esta, es decir, una fuerza de 408 N hacia abajo.



- Transcurridos los 5,0 segundos el ascensor mantiene constante su velocidad, por lo que la aceleración es nula. Según el segundo principio:

$$N - P = 0 \Rightarrow N = P$$

$$N = (60 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2}) = 588 \text{ N}$$

La fuerza que la persona ejerce sobre el suelo será la fuerza de reacción a esta, es decir, una fuerza de 588 N hacia abajo.



**CONCLUSIONES:** Al subir acelerando en un ascensor (o bajar frenando) el peso aparente de la persona aumenta (de 588 a 768 N) y al bajar acelerando (o subir frenando), el peso aparente de la persona disminuye (de 588 a 408 N). En el caso de subir o bajar con movimiento uniforme el peso aparente de la persona no varía.

## Concepto de fuerza: medida, equilibrio y momento

30. Razona sobre la veracidad o falsedad de estas afirmaciones:

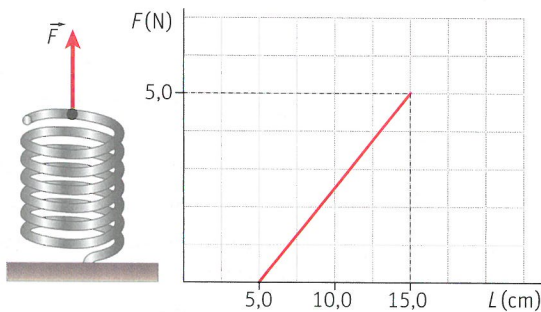
- Si solo actúa una fuerza sobre un cuerpo, la fuerza resultante no puede ser cero.
- Al rematar de cabeza un balón, si este mantiene la misma dirección y el mismo módulo que traía pero cambiando el sentido, el balón no recibe ninguna fuerza.

31. En un muelle se produce un alargamiento de 6,0 cm cuando se aplica una fuerza de 18 N.

- Calcula el valor de constante recuperadora del muelle.
- ¿Cuánto se alarga el muelle si recibe una fuerza de 30 N?
- ¿Qué fuerza hay que aplicarle para producir un alargamiento de 2,5 cm?

Solución: a)  $3,0 \cdot 10^{-2} \text{ N m}^{-1}$ ; b) 0,10 m; c) 7,5 N

32. El muelle de la figura está sujeto en el suelo. Se tira de él hacia arriba con una fuerza y se mide el alargamiento. En la gráfica se muestra la fuerza en función de la longitud del muelle.



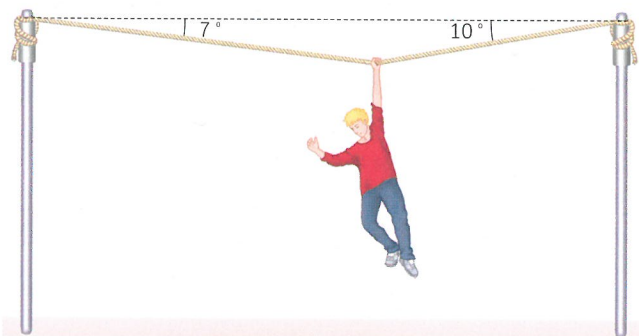
- ¿Cumple el muelle la ley de Hooke?
- Si es así, determina la constante recuperadora del muelle.

Solución: b)  $50 \text{ N m}^{-1}$

33. Dos personas tiran de una barca en un canal, ejerciendo fuerzas de 250 y 320 N, respectivamente. Sabiendo que ambas fuerzas forman un ángulo de  $45^\circ$ , calcula el módulo de la fuerza resultante.

Solución:  $|\vec{F}| = 5,3 \cdot 10^2 \text{ N}$

34. Un chico de 42,0 kg de masa se cuelga de una cuerda atada a dos postes, según se indica en la figura. Determina la tensión en cada sector de la cuerda.

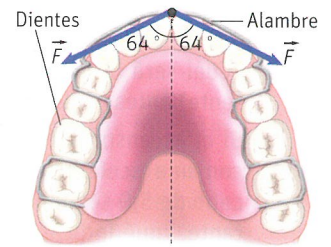


Solución:  $1,39 \cdot 10^3 \text{ N}$  y  $1,40 \cdot 10^3 \text{ N}$

35. En un día de viento fuerte se deja caer un balón de baloncesto de masa 0,61 kg. El viento ejerce una fuerza horizontal de 4,2 N. Determina el módulo de la fuerza resultante y el ángulo que forma la fuerza con la horizontal.

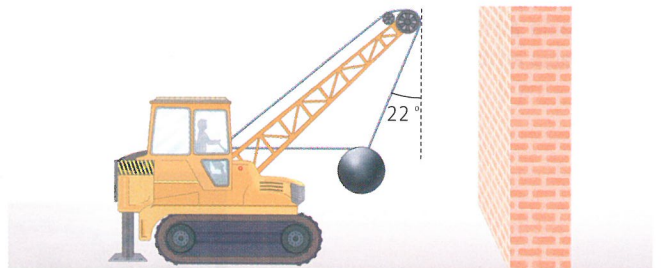
Solución: 7,3 N y  $-55^\circ$

36. Para colocar un diente en su posición, el dentista coloca un alambre tal como se indica en la figura (sujeto al diente). Sabiendo que la fuerza resultante que actúa sobre el diente es 2,2 N, calcula el valor de cada una de las fuerzas,  $\vec{F}_1$ .



Solución: 2,5 N

37. Una bola de demolición de 280 kg está sujeta a la grúa con dos cables. Uno está enganchado a la punta de la grúa y forma  $22^\circ$  con la vertical; el otro, es un cable horizontal que asegura la bola antes de ser lanzada.



Determina la tensión a la que se ve sometido el cable horizontal si el sistema está en equilibrio.

Solución:  $1,1 \cdot 10^3 \text{ N}$

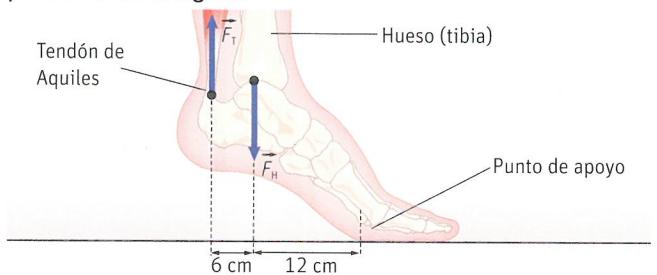
38. Con ayuda de un tablón de 5,0 m de longitud y masa despreciable se construye un balancín, sujetando el tablón a un soporte por su punto medio. En el balancín se sientan un niño de 45 kg y una niña de 35 kg. La niña se sienta a 1,5 m del punto de apoyo.

a) Calcula la fuerza ejercida sobre el tablón por el soporte (el tablón tiene su centro de gravedad sobre el soporte).

b) ¿Dónde debe sentarse el niño para que esté en equilibrio?

Solución: a)  $7,8 \cdot 10^2 \text{ N}$ ; b) 1,2 m

39. Una bailarina de *ballet* realiza un apoyo con un solo pie. Cuando una persona realiza dicho apoyo, se ejerce una fuerza,  $\vec{F}_T$ , hacia arriba en el tendón de Aquiles y otra  $\vec{F}_H$ , hacia abajo en la parte final del hueso de la pierna (tibia), tal y como se puede ver en la figura.



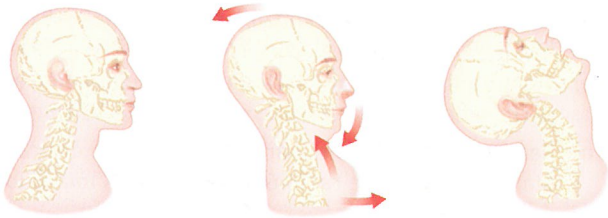
Si la masa de la chica es de 47 kg y suponiendo que todo el peso recae sobre el punto de apoyo, calcula  $F_T$  y  $F_H$ .

Solución:  $9,2 \cdot 10^2 \text{ N}$ ;  $1,4 \cdot 10^3 \text{ N}$

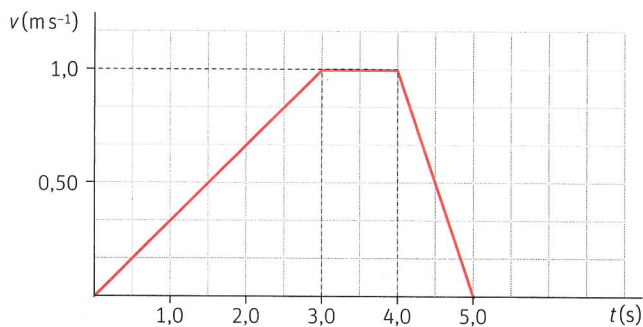
## Principios de la dinámica

40. Da una explicación a los siguientes hechos:

- Una canica se encuentra apoyada en el piso horizontal de un remolque de juguete, en reposo. Cuando se tira del remolque, la canica rueda hacia la parte de atrás.
- Un automóvil está parado ante una señal de stop cuando otro vehículo lo golpea por detrás. Las personas del primer automóvil sufren una lesión en las cervicales llamada "latigazo cervical" (ver figura).



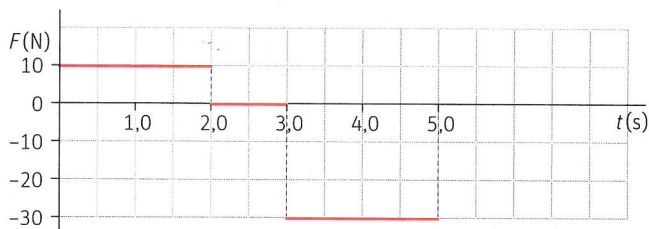
41. La velocidad de un bombero de 84 kg de masa bajando por la barra fija de salida está descrita la siguiente gráfica  $v-t$ .



Determina la magnitud de la fuerza ejercida por el bombero en las distintas etapas del movimiento.

**Solución:**  $8,0 \cdot 10^2$  N;  $8,2 \cdot 10^2$  N;  $9,1 \cdot 10^2$  N

42. En la siguiente gráfica  $F-t$  se representa el movimiento de un objeto de 1,2 kg de masa.



Si el objeto partió del reposo, calcula:

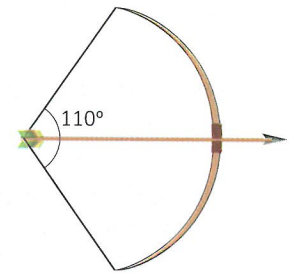
- La velocidad del mismo a los 1,5 s, 2,5 s y 5,0 s.
- Representa las gráficas  $a-t$  y  $v-t$ .

**Solución:**  $12,5$  m s<sup>-1</sup>;  $17$  m s<sup>-1</sup>;  $-33$  m s<sup>-1</sup>

43. Un pescador, al tirar verticalmente de un pez con una aceleración de  $1,75$  m s<sup>-2</sup>, rompe el hilo de la caña de pescar. Calcula la masa del pez, sabiendo que la tensión máxima que aguanta el hilo es de 25 N.

**Solución:** 2,2 kg

44. Si un arquero ejerce una fuerza de 360 N cuando las semicuerdas forman un ángulo de  $110^\circ$  y la flecha tiene una masa de 300 g, calcula:



- La fuerza que transmite cada semicuerda.
- La aceleración inicial de la flecha.

**Solución:** a)  $3,1 \cdot 10^2$  N; b)  $1,2 \cdot 10^3$  m s<sup>-2</sup>

45. Identifica las fuerzas que actúan en cada situación y razona si hay fuerza resultante o no.

- Un perro arrastra un trineo sobre un suelo helado.
- Un coche con el motor funcionando, avanza por una carretera rectilínea a velocidad constante.
- Una moto toma una curva sin peralte sin que varíe la indicación de su velocímetro.
- Una persona empuja un mueble sobre el suelo de una habitación, moviéndolo cada vez más deprisa.
- Una sonda espacial se mueve por el espacio exterior a velocidad constante.

46. Un hombre cuya masa es de 70 kg se encuentra sobre una báscula electrónica en un ascensor. ¿Cuánto indicará la báscula en los siguientes casos?

- El ascensor sube con velocidad constante de  $3,0$  m s<sup>-1</sup>.
- El ascensor baja con velocidad constante de  $3,0$  m s<sup>-1</sup>.
- El ascensor empieza a subir aumentando su velocidad a razón de  $2,0$  m s<sup>-1</sup> por segundo.
- El ascensor sube frenando a  $2,0$  m s<sup>-2</sup>.
- El ascensor baja acelerando a  $2,0$  m s<sup>-2</sup>.
- El ascensor baja frenando a  $2,0$  m s<sup>-2</sup>.
- Se rompe el cable de sujeción del ascensor.

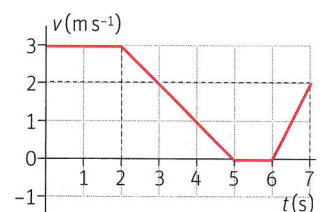
**Solución:** a) y b) 687 N; c) y f) 827 N; d) y e) 547 N; g) 0 N

47. Resuelve las siguientes cuestiones, indicando la pareja de fuerzas de acción-reacción:

- En un número de circo, un perro de 12 kg de masa salta horizontalmente con una aceleración de  $2,5$  m s<sup>-2</sup> a los brazos de un payaso de 82 kg que se encuentra en reposo sobre unos patines. Calcula la aceleración del payaso.
- En una salida desde los tacos de una carrera de 100 m, un atleta de 71 kg es capaz de generar una fuerza con los músculos de la pierna de 250 N. Calcula la aceleración en ese instante del atleta.

**Solución:** a)  $0,37$  m s<sup>-2</sup>; b)  $3,5$  m s<sup>-2</sup>

48. La velocidad de una cámara de televisión de 15 kg, instalada en la banda de un campo de fútbol, varía según la gráfica adjunta. Calcula la fuerza resultante sobre ella en cada tramo.



**Solución:** 0 N, -15 N, 0 N, 30 N

## Impulso y conservación del momento lineal y angular

49. Un jugador de tenis, tras golpear con la raqueta a la pelota en un saque, puede conseguir que esta salga con una velocidad superior a  $200 \text{ km h}^{-1}$ . Si la masa de la pelota es de  $0,060 \text{ kg}$  y el tiempo de contacto de la raqueta con la pelota es de  $5,0 \text{ ms}$ , calcula la fuerza media sobre la pelota, en uno de los saques más rápidos medidos a Rafa Nadal:  $217 \text{ km h}^{-1}$ .

**Solución:**  $7,2 \cdot 10^2 \text{ N}$

50. Sobre un objeto en reposo de masa  $m$  se aplica una fuerza de  $2,5 \text{ N}$  durante  $3,0 \text{ s}$ . Sobre otro objeto de masa  $2m$ , se aplica una fuerza de  $3,0 \text{ N}$  durante  $3,5 \text{ s}$ . ¿Cuál de los dos tendrá mayor velocidad al final?

51. En un banco de aire (no hay rozamiento) se impulsa primero un carrito de masa  $m$ , y posteriormente otro de masa  $3m$ , con la misma fuerza y durante el mismo instante de tiempo. Ambos recorren  $0,80 \text{ m}$ .

- ¿Qué carrito tardará más tiempo en recorrer dicha distancia?
- ¿Qué carrito recibirá mayor impulso al final?

52. La imagen muestra un test de resistencia de un vehículo a una velocidad de  $65 \text{ km h}^{-1}$ .



- Suponiendo que el coche tiene una masa de  $1350 \text{ kg}$ , calcula la fuerza media y el impulso medio que se ejerce sobre el coche en la colisión, si el tiempo de impacto es de  $0,15 \text{ s}$ .
- Realiza los mismos cálculos, pero suponiendo que el coche rebota con una velocidad de  $9,5 \text{ ms}^{-1}$ .

**Solución:** a)  $-1,6 \cdot 10^5 \text{ N}$  y  $-2,4 \cdot 10^4 \text{ Ns}$ ; b)  $-2,5 \cdot 10^5 \text{ N}$  y  $-3,7 \cdot 10^4 \text{ Ns}$

53. Una persona está en una barca y lanza un paquete de  $5,5 \text{ kg}$  a una velocidad de  $9,0 \text{ ms}^{-1}$ . Calcula la velocidad de la barca inmediatamente después de lanzar el objeto, suponiendo que se encontraba en reposo. La masa del chico es de  $45 \text{ kg}$  y la de la barca de  $80 \text{ kg}$  (ignora el rozamiento con el agua).

**Solución:**  $-0,40 \text{ ms}^{-1}$

54. Un vagón de carga de masa  $55 \cdot 10^3 \text{ kg}$  se mueve con una velocidad de  $1,75 \text{ ms}^{-1}$  y se acopla a otro vagón de la misma masa que tiene una velocidad de  $0,75 \text{ ms}^{-1}$  en la misma dirección y sentido. Calcula la velocidad que tendrán ambos vagones después de acoplarse.

**Solución:**  $1,25 \text{ ms}^{-1}$

55. Por una carretera circulan un coche A de  $2000 \text{ kg}$  de masa a  $108 \text{ km h}^{-1}$  y una camioneta B de  $3500 \text{ kg}$  de masa a  $90 \text{ km h}^{-1}$ . Tras colisionar, ambos vehículos quedan unidos.

- ¿Qué magnitud física se conservará y con qué velocidad se moverán después de la colisión si los vehículos chocan frontalmente?
- ¿Y si el coche alcanza por detrás a la camioneta?
- Realiza los mismos cálculos suponiendo que ambos coches vienen por carreteras perpendiculares.

**Solución:** a)  $-5,0 \text{ ms}^{-1}$ ; b)  $27 \text{ ms}^{-1}$ ; c)  $19,4 \text{ ms}^{-1}$

56. Calcula el módulo del momento angular de un objeto de  $10^3 \text{ kg}$  de masa respecto al centro de la Tierra en estos casos:

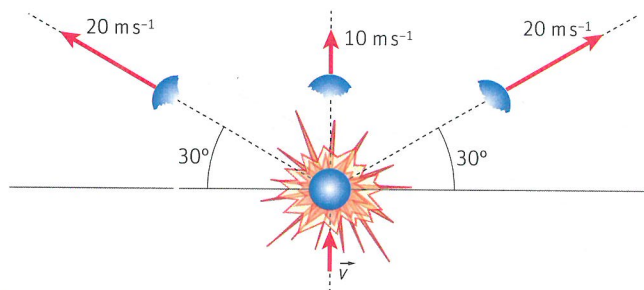
- Se lanza desde el polo norte perpendicularmente a la superficie de la Tierra con una velocidad de  $10 \text{ km s}^{-1}$ .
- Realiza una órbita circular alrededor de la Tierra en un plano ecuatorial de radio  $6,97 \cdot 10^6 \text{ m}$  con una velocidad de  $7,6 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$ .

**Solución:** a)  $0 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ ; b)  $5,3 \cdot 10^{13} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$

57. Razona sobre la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- Cuando un objeto gira respecto de un punto describiendo un movimiento circular uniforme se conservan el momento lineal y el momento angular.
- El momento de una fuerza y el momento angular son magnitudes vectoriales. El impulso mecánico y el momento lineal son magnitudes escalares.

58. Un objeto de  $3,0 \text{ kg}$  de masa es lanzado verticalmente hacia arriba con una determinada velocidad inicial. A los tres segundos de iniciado su movimiento explota, dividiéndose en tres fragmentos iguales, tal como se indica en la figura. Determina la velocidad con la que se lanzó el objeto.



**Solución:**  $39 \text{ ms}^{-1}$

smSaviadigital.com

59. En esta dirección encontrarás una animación sobre choques elásticos e inelásticos. Estudia qué ocurre cuando dos masas iguales chocan en una dimensión y cuando lo hacen en dos dimensiones. Realiza la experiencia con un choque elástico y con otro inelástico.

**RESUELVE**

smSaviadigital.com **VALORA LO APRENDIDO** > Realiza estas actividades de autoevaluación para comprobar los conocimientos adquiridos.

## LA FÍSICA... EN LOS PARQUES DE ATRACCIONES

Un parque de atracciones es un sitio ideal para experimentar con los principios de la dinámica. En las distintas atracciones experimentamos y ejercemos fuerzas, nos movemos con movimiento inercial, describimos trayectorias rectas y curvas, y soportamos aceleraciones y frenazos. Un típico ejemplo es la atracción denominada "Lanzadera".

Los pasajeros se suben a los asientos y ascienden mediante un movimiento rectilíneo uniforme. Durante este trayecto cualquier persona experimenta la fuerza de atracción de la Tierra (el peso) y la reacción del asiento (la normal). Estas dos fuerzas se anulan y no hay fuerza neta sobre la persona, que está en equilibrio (aunque no en reposo).

Pero lo que los viajeros esperan es lo que sigue a continuación: "el suelo de desploma bajo sus pies" y comienza una vertiginosa caída libre que produce una sensación de vacío en sus estómagos. Durante un breve tiempo no están sentados en su butaca y, por tanto, no reciben una fuerza de reacción normal. La única fuerza que experimentan es su peso, que les acelera a razón de  $9,8 \text{ ms}^{-2}$ . Cualquier objeto que sitúen sobre la palma de la mano, por ejemplo, un chicle, cae a su misma velocidad, flotando ante sus ojos. Solo los dispositivos de seguridad los mantienen sujetos.

Pero esta sensación no dura mucho, ya que el trayecto es limitado, y llega el momento de frenar. De nuevo aparece una fuerte sensación en el estómago y, ahora, se aprietan fuertemente contra el asiento (en realidad es el asiento el que se está parando), recibiendo una reacción normal mayor que se opone a su peso; su velocidad disminuye hasta hacerse nula. Pero, cuidado, esta disminución no puede ser muy rápida pues el cuerpo humano no soporta aceleraciones positivas o negativas demasiado grandes.



DATOS TÉCNICOS

Altura total	63 m
Tiempo de elevación	22 s
Altura de caída libre	26 m
Tiempo de caída libre	2,3 s
Distancia de frenado	20 m
Velocidad máxima	81 $\text{kmh}^{-1}$

- En la lectura anterior, identifica situaciones donde se cumplan el primer principio de la dinámica, el segundo principio y el tercer principio.
- ¿Por qué los viajeros se aprietan contra el asiento cuando este comienza a frenar? ¿Qué principio de la dinámica explica este hecho?
- Con los datos técnicos, calcula la aceleración de frenado (supón que es constante) y la fuerza neta que experimenta la persona en ese tiempo. ¿Hacia dónde va dirigida?
- Suponiendo que el cuerpo humano puede soportar una aceleración máxima de  $3 \text{ gms}^{-2}$ , ¿cuál sería la distancia mínima de frenado para no sobrepasar ese valor?

## Autoevaluación

- Se aplica la misma fuerza a dos muelles, A y B, cuyas constantes elásticas son  $k_A = 10 \text{ Nm}^{-1}$  y  $k_B = 20 \text{ Nm}^{-1}$ .
  - A se estira el doble que B.
  - B se estira el doble que A.
  - Ambos se estiran igual.
  - Faltan datos para responder.
- Dos personas llevan una pértiga de 2,4 m apoyada sobre sus hombros. De ella cuelga un caldero con agua, de tal manera que una de las personas recibe el doble de peso que la otra. ¿A qué distancia de la persona que lleva menos peso se encuentra el caldero?
  - 1,6 m
  - 0,80 m
  - 0,40 m
  - 1,2 m
- Sobre un objeto de 4,0 kg de masa se aplica una fuerza y este adquiere una aceleración de  $0,4 \text{ ms}^{-2}$ . Si sobre un segundo objeto se aplica la misma fuerza, la aceleración es de  $0,2 \text{ ms}^{-2}$ . ¿Cuál es la masa del segundo objeto?
  - 4,0 kg
  - 2,0 kg
  - 8,0 kg
  - 6,0 kg
- Un objeto de 4 kg de masa que lleva una velocidad de  $3 \text{ ms}^{-1}$ , recibe una fuerza de 6 N durante 2 s. Su velocidad final:
  - Puede ser  $0 \text{ ms}^{-1}$ .
  - Puede ser  $7 \text{ ms}^{-1}$ .
  - Puede ser  $12 \text{ ms}^{-1}$ .
  - No puede ser  $3 \text{ ms}^{-1}$ .
- Indica si estas afirmaciones son verdaderas o falsas.
  - Sobre un objeto que se mueve con velocidad constante no actúa ninguna fuerza.
  - Un balón de baloncesto en movimiento posee momento lineal y fuerza.
  - Un satélite ambiental, en su órbita circular alrededor de la Tierra, varía su momento angular respecto al centro de la misma.
  - Un pez nada hacia otro más pequeño que se encuentra en reposo. Si se lo come, su velocidad disminuye.
- Un chico de 66 kg y una chica de 44 kg están de pie juntos en una pista de hielo. Después de empujarse el uno al otro, el chico se aleja con una velocidad de  $0,60 \text{ ms}^{-1}$  respecto al suelo. Después de 4,0 s ambos se encuentran a:
  - 3,6 m
  - 2,4 m
  - 1,2 m
  - 6,0 m