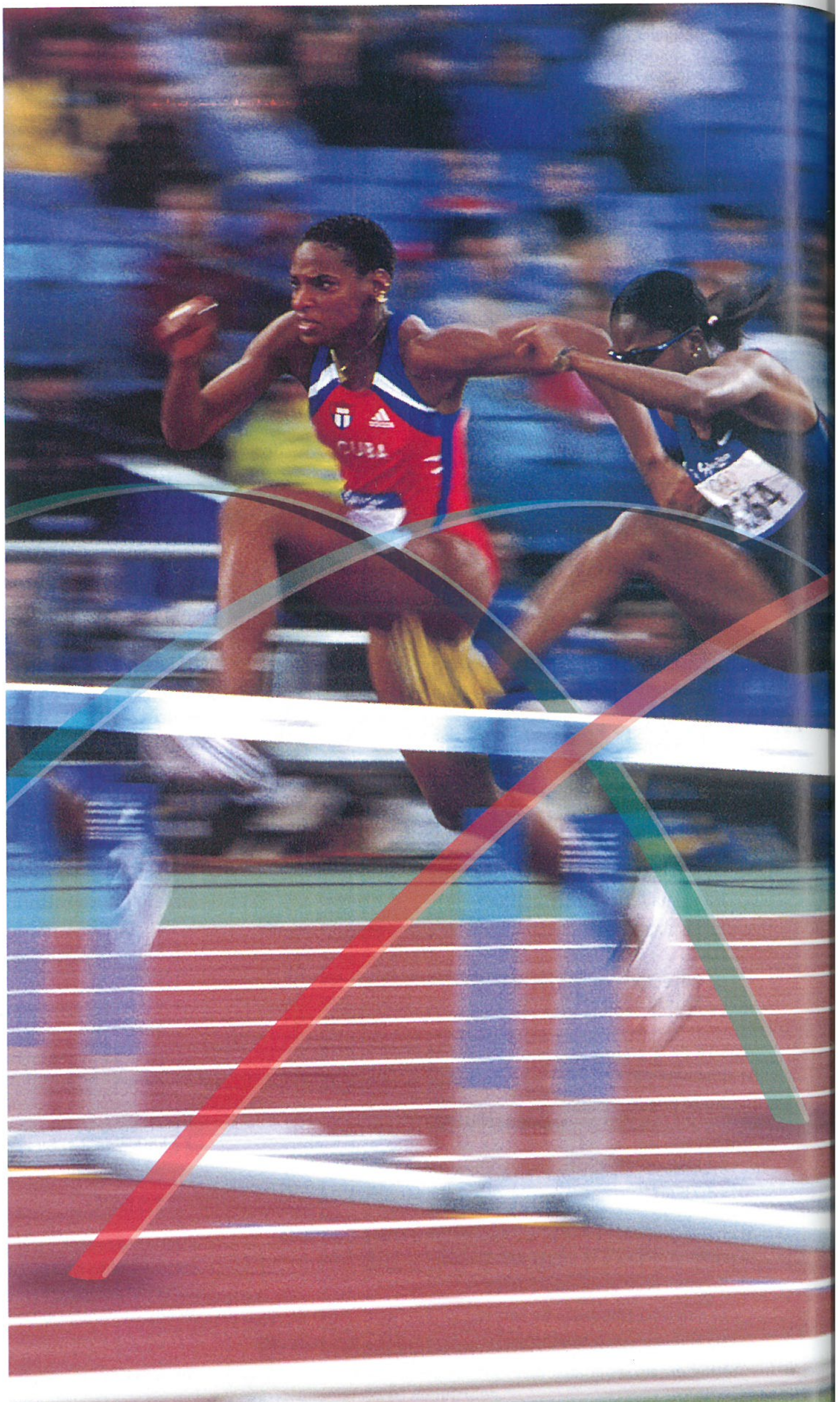
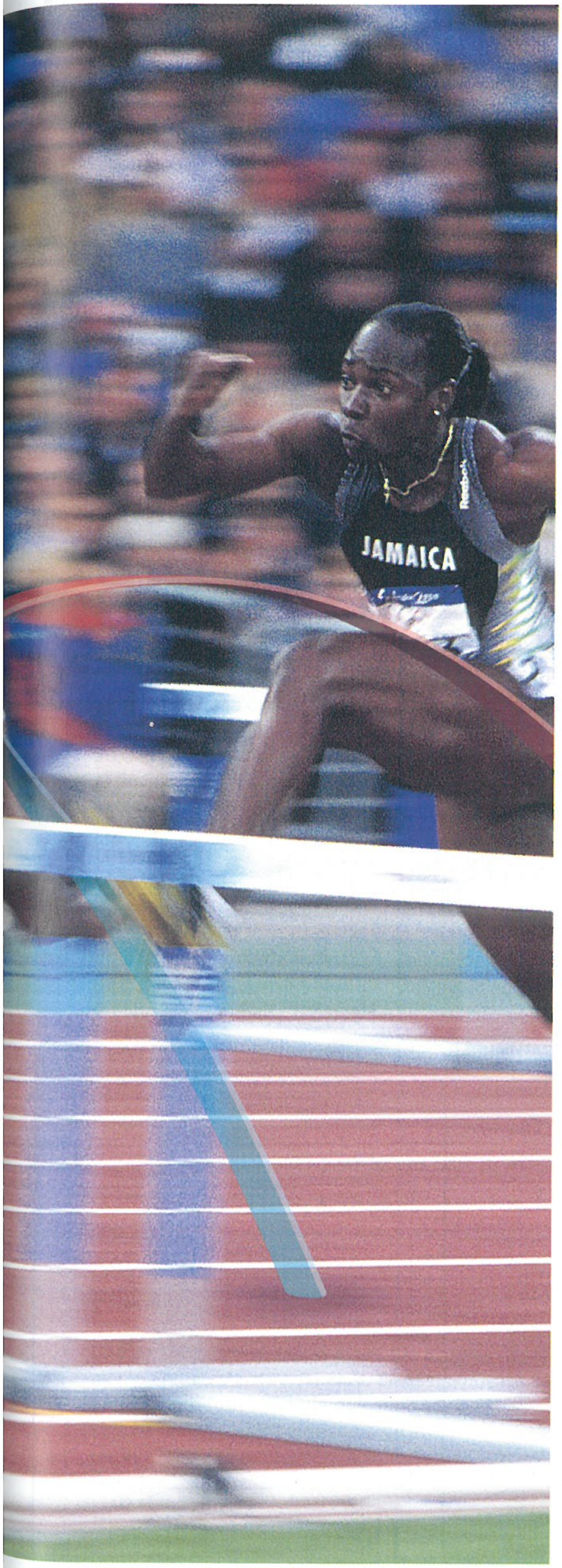
9 Estudio de los movimientos



El movimiento de una atleta de los 110 m vallas entre valla y valla es rectilíneo (en una dimensión); sin embargo, al saltar la valla su movimiento es parabólico (se produce en un plano). El estudio de este último caso se realiza como composición de dos movimientos más sencillos: uno horizontal y otro vertical. Esta idea ya era conocida por Galileo Galilei y se conoce como principio de superposición.



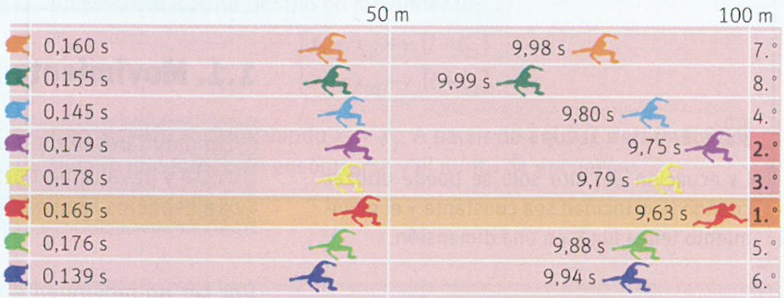
Recuerda y reflexiona

Movimientos rectilíneos, uniforme y acelerado

1. En los tramos entre valla y valla, ¿posee aceleración el atleta? En caso de tenerla, ¿la aceleración será tangencial o normal?

El movimiento es rectilíneo, por tanto, de existir aceleración, esta será tangencial. Cuando el atleta sale de los tacos, aumenta su velocidad, luego, tiene aceleración tangencial. Después, es posible que entre las vallas de la parte central del recorrido su movimiento sea prácticamente uniforme.

2. La figura siguiente es una representación de la famosa carrera de los Juegos Olímpicos de Pekín 2008 donde Usain Bolt ganó la medalla de oro. ¿El atleta que tuvo mejor salida fue el ganador?, ¿podrías calificar el movimiento de los atletas como uniforme o acelerado?

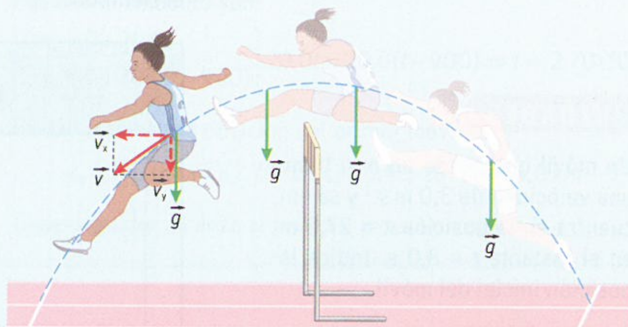


No, el menor tiempo de reacción fue el del sexto clasificado. Los atletas tienen un movimiento acelerado al principio pero después mantienen la velocidad e incluso frenan algo. Del ganador solo se puede decir que es el que ha tenido mayor velocidad media.

Lanzamientos, horizontal y oblicuo

3. Al saltar la valla el atleta avanza en la dirección horizontal y se eleva en la dirección vertical. ¿Se ve sometido a algún tipo de aceleración en alguna de las dos direcciones?

Solo existe aceleración en la dirección vertical: la de la gravedad. El salto de la valla es un movimiento en caída libre. En la unidad se verá que todos los lanzamientos son movimientos en caída libre.



Movimientos circulares

4. En los JJ. OO. y en los campeonatos mundiales de atletismo también se corren los 400 m vallas. Cuando el atleta toma la curva de la pista, ¿qué tipo de movimiento describe? ¿Posee aceleración normal? ¿Y tangencial?

La curva es una semicircunferencia y el movimiento del atleta es circular. Aunque el valor numérico de su velocidad sea constante, posee aceleración normal debida al cambio constante de dirección. Si además aumentara de velocidad, tendría aceleración tangencial.

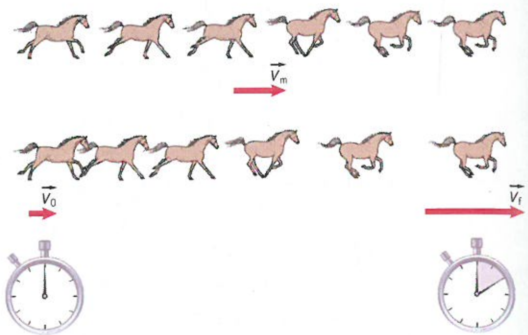
1 Movimientos rectilíneos

Los **movimientos rectilíneos** se caracterizan por que su trayectoria es una línea recta (la velocidad no cambia de dirección, por tanto, la componente normal de la aceleración, $\vec{a}_n$, es nula). Pueden ser **uniformes** ($\vec{a}_t = 0$) y **variados** ($\vec{a}_t \neq 0$).

OBSERVA

La ilustración muestra la posición de dos caballos con movimiento rectilíneo a intervalos de tiempo constantes.

El movimiento del caballo de la parte superior es **uniforme** mientras que el de la parte inferior es rectilíneo **variado**, ya que el módulo de su velocidad varía.



1.1. Movimiento rectilíneo uniforme (*mru*)

Un móvil posee un **movimiento rectilíneo uniforme (*mru*)** si la trayectoria es una línea recta y el valor numérico de su velocida d y el sentido del movimiento no cambian (recorre espacios iguales en tiempos iguales).

Ten en cuenta

La ecuación del *mru* solo se puede utilizar cuando la velocidad sea constante y el movimiento tenga lugar en una dimensión.

Por ser un movimiento uniforme, la gráfica que representa la posición frente al tiempo, *x-t*, es una línea recta, cuya pendiente coincide con el valor de la velocidad (Fig. 9.1). Considerando un movimiento en el eje *X*:

$$v_m \equiv v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

Despejando la posición *x*, y suponiendo que $t_0 = 0$:

$$\boxed{x = x_0 + vt}$$

La expresión anterior se conoce como **ecuación del *mru*** e indica cómo varía la posición de un móvil con el tiempo.

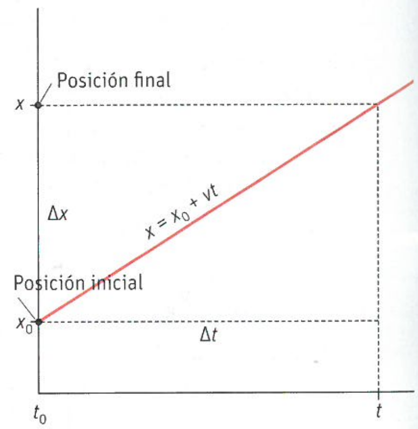
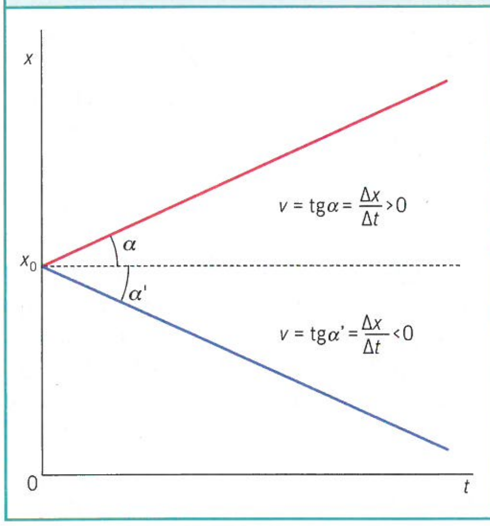
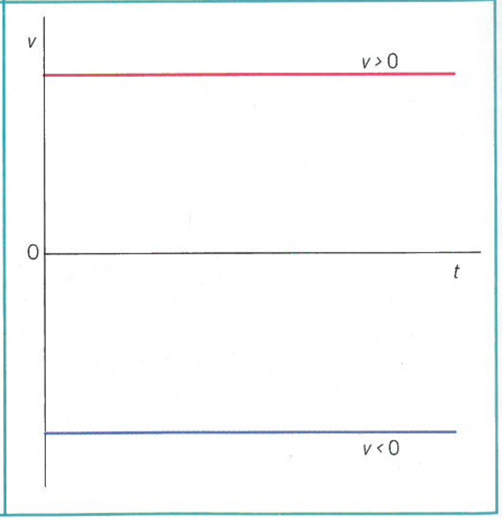


Figura 9.1. Gráfica *x-t* del *mru*.

Gráficas del *mru*

Gráficas *x-t*	Gráficas *v-t*
	

ACTIVIDADES

1. Un móvil que posee un *mru* tiene una velocidad de 3,0 m s^{-1} y se encuentra en la posición x = 27,0 m en el instante t = 8,0 s. Indica la posición inicial del móvil.

   Solución: 3,0 m

2. Razona sobre la veracidad o falsedad de estas afirmaciones.

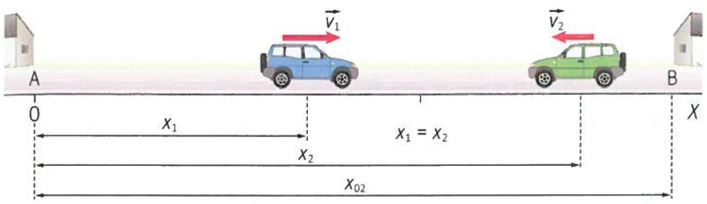
   a) Un móvil con movimiento uniforme no puede tener aceleración.

   b) Un móvil con movimiento rectilíneo uniforme no puede tener aceleración.

Resolución de problemas utilizando las ecuaciones del *mru*

Es frecuente encontrar problemas donde dos móviles con sentidos contrarios van hacia su encuentro, o bien donde un móvil persigue al otro hasta alcanzarlo. Generalmente hay que calcular el punto de encuentro y el tiempo empleado.

Móviles que van al encuentro

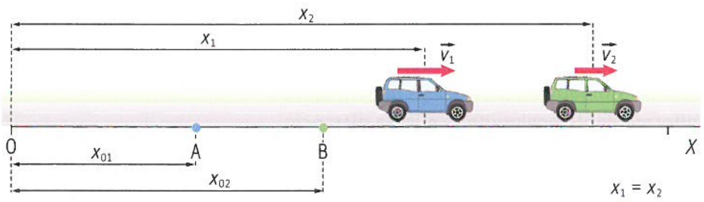


Del dibujo se deducen las ecuaciones:

$$\begin{cases} x_1 = v_1 t \\ x_2 = x_{02} + v_2 t \end{cases}$$

Se encuentran cuando $x_1 = x_2$. Con esta expresión se determinan el tiempo que tardan en encontrarse y, posteriormente, el punto de encuentro.

Persecución de móviles



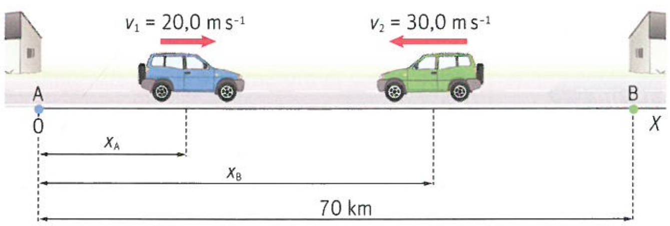
Ahora ambos móviles no tienen la misma posición inicial y, además, no llevan el mismo tiempo en movimiento:

$$\begin{cases} x_1 = x_{01} + v_1 (t - t_{01}) \\ x_2 = x_{02} + v_2 (t - t_{02}) \end{cases}$$

Uno alcanza al otro cuando $x_1 = x_2$. A partir de aquí se determinan el tiempo que tardan en encontrarse y el punto de encuentro.

EJERCICIOS RESUELTOS

1 **Dos coches salen a la vez de dos ciudades, A y B, separadas 70,0 km por una carretera recta y van al encuentro. La velocidad del que sale de A es 20,0 m s⁻¹ y la del que sale de B es 30,0 m s⁻¹. Determina el punto de encuentro medido desde A y el tiempo utilizado para ello.**



Si el origen es A, las ecuaciones del movimiento son:

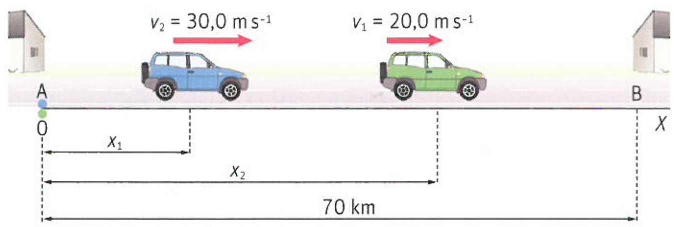
$$\left.\begin{array}{l} x_A = 0 + 20{,}0t \\ x_B = 7{,}00 \cdot 10^4 - 30{,}0t \end{array}\right\} 20{,}0t = 7{,}00 \cdot 10^4 - 30{,}0t \Rightarrow t = 1{,}40 \cdot 10^3 \text{ s}$$

El punto de encuentro es:

$$x_A = (20{,}0 \text{ ms}^{-1})(1{,}40 \cdot 10^3 \text{ s}) = 2{,}80 \cdot 10^4 \text{ m}$$

Se encuentran a 28 km de A.

2 **Los dos coches anteriores salen ambos de A hacia B. El primero, a una velocidad de 20,0 m s⁻¹, y 15,0 min después sale el otro a 30,0 m s⁻¹. Indica si el primero alcanzará al segundo antes de llegar a B.**



Sabiendo que el segundo coche sale 900 s más tarde, las ecuaciones del movimiento son:

$$\left.\begin{array}{l} x_A = 0 + 20{,}0t \\ x_B = 0 + 30{,}0(t - 900) \end{array}\right\} 20{,}0t = 30{,}0(t - 900) \Rightarrow t = 2{,}70 \cdot 10^3 \text{ s}$$

En ese instante, la posición del primer móvil es:

$$x_A = (20{,}0 \text{ ms}^{-1})(2{,}70 \cdot 10^3 \text{ s}) = 5{,}40 \cdot 10^4 \text{ m} = 54{,}0 \text{ km}$$

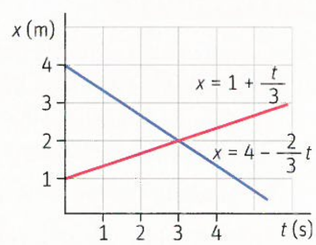
El perseguidor alcanza al primero antes de llegar a B.

ACTIVIDADES

3. Una persona camina por la playa con los pies descalzos y nota que la arena está muy caliente. En ese momento se genera un impulso nervioso en el pie que viaja a través del sistema nervioso a una velocidad promedio de 110 m s⁻¹. ¿Cuánto tiempo tarda el impulso en llegar a la médula si recorre una distancia de 1,0 m?

Solución: $9{,}1 \cdot 10^{-3}$ s

4. La siguiente gráfica muestra las ecuaciones de dos móviles con *mru* de sentidos contrarios. Deduce cuándo se encuentran los móviles y el punto de encuentro.



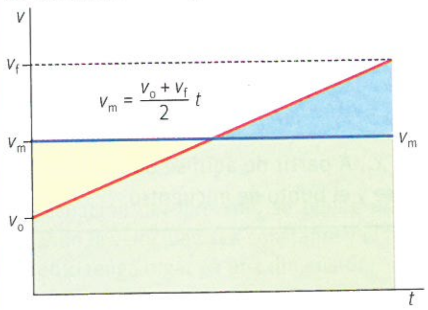
Solución: 2 m; 3 s

1.2. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (*mrua*)

Un móvil posee un **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (*mrua*)** si su trayectoria es una línea recta y su aceleración es constante, es decir, si su velocidad experimenta cambios iguales en tiempos iguales.

Amplía

A mediados del siglo XIV, Nicolás de Oresme (1320-1382) presentó un trabajo geométrico que demostraba el teorema de la velocidad media: "Un móvil recorre con movimiento uniformemente acelerado la misma distancia que habría recorrido si hubiera conservado una velocidad constante igual a la media de su velocidad inicial y su velocidad final".



Al ser un movimiento rectilíneo la **aceleración es tangencial** y todos los vectores tienen la misma dirección. Por tanto, sus ecuaciones se pueden expresar en forma escalar. Si la aceleración es constante, la aceleración media coincide con la instantánea:

$$a_m = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

De la expresión anterior, se obtiene la **ecuación de la velocidad** (tomando $t_0 = 0$):

$$\boxed{v = v_0 + at}$$

La **ecuación de la posición** se obtiene a partir de la expresión de la velocidad media (considerando $t_0 = 0$):

$$v_m = \frac{x - x_0}{t} \Rightarrow x = x_0 + v_m t$$

Como la aceleración es constante, la velocidad media coincide con la media de la velocidad inicial, v_0, y la velocidad final, v, del móvil:

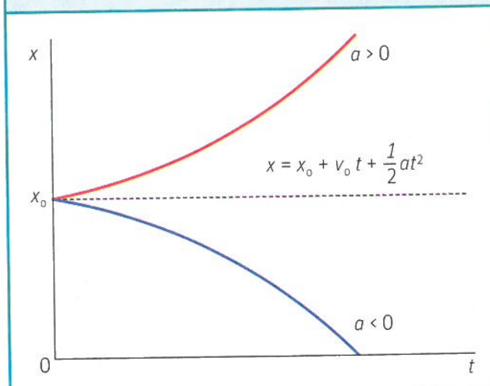
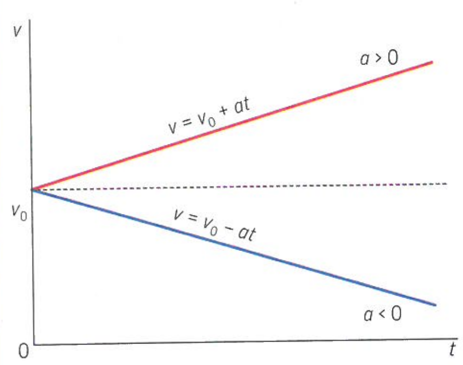
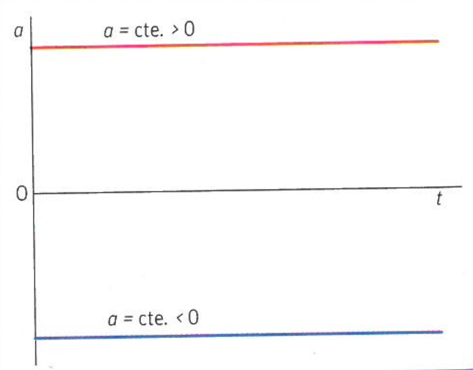
$$v_m = \frac{v_0 + v}{2} \Rightarrow x = x_0 + \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t = x_0 + \left(\frac{v_0 + v_0 + at}{2}\right)t$$

$$\boxed{x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2}$$

Eliminando el tiempo en ambas ecuaciones se obtiene la expresión:

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a\,\Delta x}$$

Gráficas del *mrua*

Gráficas *x-t*	Gráficas *v-t*	Gráficas *a-t*
		

ACTIVIDADES

5. El ventrículo izquierdo del corazón lleva sangre desde el reposo hasta una velocidad de 26,0 cm s^{-1}.

a) Calcula la aceleración que experimenta la sangre sabiendo que se ha desplazado 2,0 cm.

b) ¿Cuánto tiempo tarda la sangre en alcanzar esa velocidad?

Solución: a) 1,7 · 10^2 cm s^{-2}; b) 0,15 s

6. Dos móviles, A y B, cubren 460 m de distancia en línea recta en 210 s. El móvil A hace el recorrido a velocidad constante mientras que el B parte del reposo y mantiene una aceleración constante.

a) Determina la velocidad del móvil A.

b) Calcula la velocidad final y la aceleración de B.

Solución: a) 2,2 m s^{-1}; b) 4,4 m s^{-1}; 0,021 m s^{-2}

▸ Resolución de problemas utilizando las ecuaciones del *mrua*

Las ecuaciones que describen la velocidad y la posición en un *mrua* son:

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Este sistema de dos ecuaciones tiene seis incógnitas; luego, el problema debe suministrar directa o indirectamente cuatro datos. En muchas situaciones es muy útil utilizar la ecuación:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\,\Delta x$$

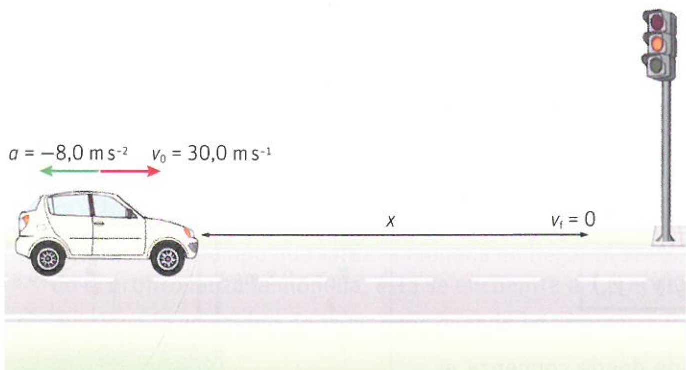
EJERCICIOS RESUELTOS

3 **Un conductor se aproxima a un semáforo en verde con una velocidad de 30,0 m s^{-1}. Ve que la luz del semáforo cambia a amarillo y frena con una aceleración de 8,0 m s^{-2}.**

a) Calcula el tiempo que tarda en frenar.

b) ¿Cuál es la distancia que recorre durante el proceso de frenado?

a) El siguiente esquema describe la situación física.



Antes de llegar al semáforo el coche debe parar, por tanto, su velocidad final debe ser cero. Como en la ecuación de la velocidad, $v = v_0 + at$, se conocen tres de las variables, se despeja directamente el tiempo:

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{(0 - 30{,}0)\,\text{m s}^{-1}}{(-8{,}0\,\text{m s}^{-2})} = 3{,}8\ \text{s}$$

b) Con la ecuación de la posición, se obtiene la distancia recorrida:

$$\Delta x = x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 30{,}0 \cdot 3{,}8 + \frac{1}{2}(-8{,}0)\cdot 3{,}8^2 = 56\ \text{m}$$

La distancia recorrida también podría calcularse utilizando la expresión $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$:

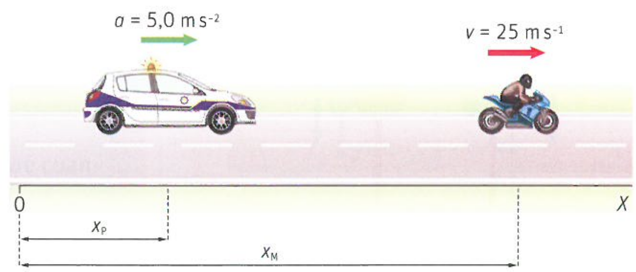
$$\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (30{,}0\,\text{m s}^{-1})^2}{2(-8{,}0\,\text{m s}^{-2})} = 56\ \text{m}$$

4 **Una moto lleva una velocidad de 25 m s^{-1} por una zona escolar. Un coche de policía que está parado, controlando la velocidad de los vehículos, sale de detrás de la moto con una aceleración de 5,0 m s^{-2} cuando esta pasa a su lado.**

a) ¿Cuánto tiempo tarda el coche de policía en llegar a la altura de la moto?

b) ¿Qué velocidad llevará el coche en ese instante?

a) La moto describe un *mru* y el coche de policía un *mrua* con velocidad inicial nula. Los dos móviles se encontrarán en un tiempo determinado en la misma posición.



Se expresa la posición de cada móvil:

$$\left.\begin{aligned} x_m &= x_{0m} + v_m t = 25t \\ x_p &= x_{0p} + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0{,}5 \cdot 5{,}0 \cdot t^2 \end{aligned}\right\}$$

Ambos móviles se juntan cuando:

$$x_m = x_p$$

$$25\,t = 2{,}5\,t^2 \Rightarrow t = 10\ \text{s}$$

b) La velocidad del coche de policía será:

$$v = v_0 + at = 0 + (5{,}0\,\text{m s}^{-2})(10\ \text{s}) = 50\,\text{m s}^{-1}$$

Observación: En zona escolar la limitación de velocidad suele ser de 30 km h^{-1}, unos 8,3 m s^{-1}. El motorista la incumple claramente.

ACTIVIDADES

7. Un móvil que parte con velocidad inicial de 2,0 m s^{-1} y una aceleración constante de 4,0 m s^{-2}, recorre 325 m.

a) Calcula la velocidad final que alcanza.

b) Determina el tiempo empleado en alcanzarla.

Solución: **a)** 51 m s^{-1}; **b)** 12 s

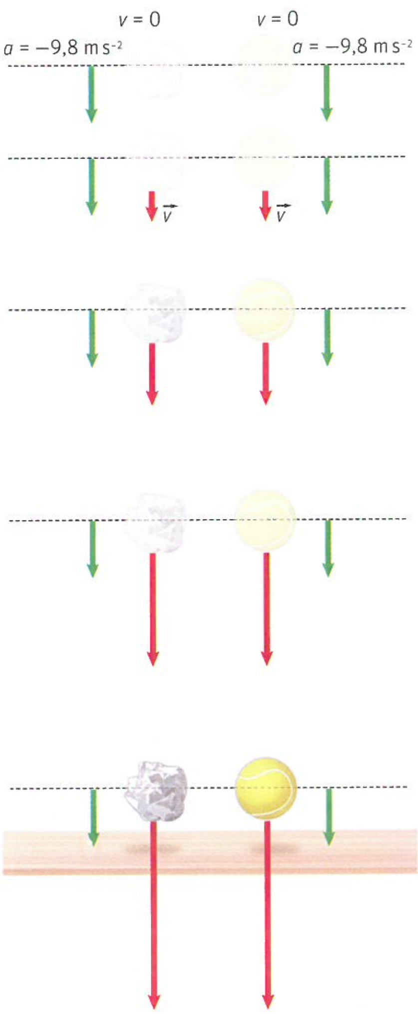
8. Un tren, inicialmente en reposo en una estación, se pone en marcha con aceleración constante de 1,0 m s^{-2}.

a) ¿En cuánto tiempo alcanza una velocidad de 32 m s^{-1}?

b) ¿Qué distancia recorre en ese tiempo?

Solución: **a)** 32 s; **b)** 512 m

Recuerda



Prescindiendo de la resistencia del aire, todos los cuerpos caen con la misma aceleración (la aceleración de la gravedad), independientemente de su masa. La bola de papel y la pelota de tenis, llegarán a la vez al suelo si se soltaron desde la misma altura.

1.3. Movimiento vertical en caída libre

Un ejemplo especialmente importante de movimiento con aceleración constante es el de un cuerpo bajo la única influencia de la atracción gravitatoria. Este tipo genérico de movimientos se conoce como **caída libre**.

La altura que es capaz de superar la saltadora solo depende de la velocidad inicial hacia arriba que pueda alcanzar y su tipo de movimiento es prácticamente un lanzamiento vertical: una vez que se ha impulsado y deja de tocar el suelo, se encuentra en caída libre ya que la única influencia que experimenta es la de la gravedad (Fig. 9.2).

El movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado. Su aceleración dirigida hacia abajo (sentido negativo del eje *Y*) tiene un valor constante en la superficie terrestre de: $a = -g = -9{,}8$ **m s^{-2}** y se denomina **aceleración de la gravedad**.

Para un observador situado en el suelo, y considerando el movimiento en el eje *Y*:

$$\boxed{v = v_0 - gt}$$

$$\boxed{y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2}$$

$$\boxed{v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0)}$$

Siendo y_0 el punto desde donde comienza el movimiento y v_0 su velocidad inicial.

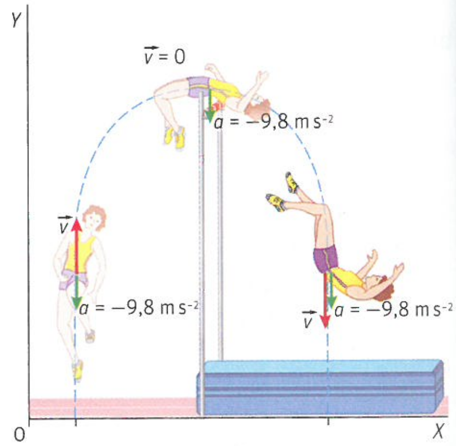


Figura 9.2. Movimiento de caída libre de una saltadora de altura.

> El **movimiento vertical en caída libre** es una caída libre donde la velocidad inicial es nula o tiene la misma dirección que la aceleración.

ACTIVIDADES

9. Una manzana se desprende de un árbol y tarda 0,70 s en llegar al suelo. ¿A qué altura se encontraba la manzana? ¿Con qué velocidad llegará al suelo?

Solución: 2,4 m; $-6{,}9$ m s^{-1}

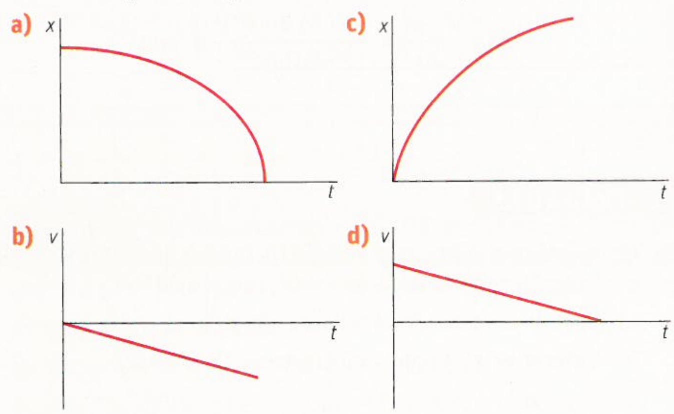
10. Analiza la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones.

a) Si se lanzan dos objetos desde una cierta altura con igual velocidad, uno hacia arriba y otro hacia abajo, los dos llegan al suelo con la misma velocidad.

b) En la caída libre el móvil recorre espacios iguales en tiempos iguales.

c) Un objeto lanzado hacia arriba y otro lanzado hacia abajo experimentan distinta aceleración que un objeto que se deja caer desde el reposo.

11. Interpreta las gráficas siguientes, emparejando una gráfica posición-tiempo con la gráfica velocidad-tiempo correspondiente.



Resolución de problemas de movimiento vertical en caída libre

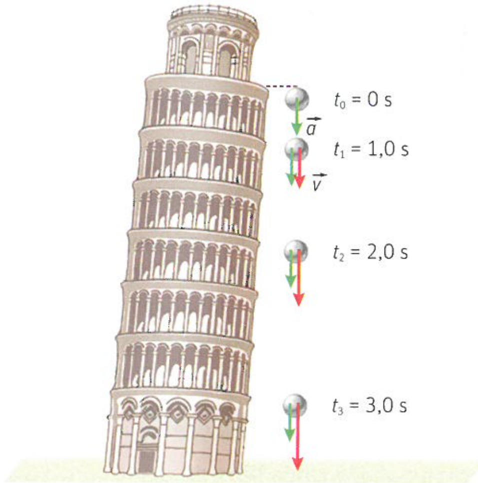
Se pueden dar tres situaciones: movimiento de un cuerpo con **velocidad inicial nula**, **lanzamiento vertical hacia arriba** y **lanzamiento vertical hacia abajo**.

EJERCICIOS RESUELTOS

5 **Una leyenda dice que Galileo dejó caer dos objetos de diferente masa desde la torre de Pisa y que ambos tardaron el mismo tiempo en llegar al suelo (la torre inclinada de Pisa tiene una altura de 55,8 m). Supón que repites la experiencia y dejas caer un objeto desde esa altura.**

a) Calcula su posición respecto del suelo para t_1 = 1,0 s, t_2 = 2,0 s y t_3 = 3,0 s.

b) Determina el tiempo que tarda en llegar al suelo y la velocidad con la que llega.



a) Se trata de la caída de un móvil con velocidad inicial nula.

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = (55{,}8\,\text{m}) - \frac{1}{2}(9{,}8\,\text{m}\,\text{s}^{-2})(1{,}0\,\text{s})^2 = 51\,\text{m} \\ y_2 = (55{,}8\,\text{m}) - \frac{1}{2}(9{,}8\,\text{m}\,\text{s}^{-2})(2{,}0\,\text{s})^2 = 36\,\text{m} \\ y_3 = (55{,}8\,\text{m}) - \frac{1}{2}(9{,}8\,\text{m}\,\text{s}^{-2})(3{,}0\,\text{s})^2 = 12\,\text{m} \end{cases}$$

b) Cuando llega al suelo, $y = 0$.

$$0 = 55{,}8 - \frac{1}{2}9{,}8t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2(55{,}8\,\text{m})}{(9{,}8\,\text{m}\,\text{s}^{-2})}} = 3{,}4\,\text{s}$$

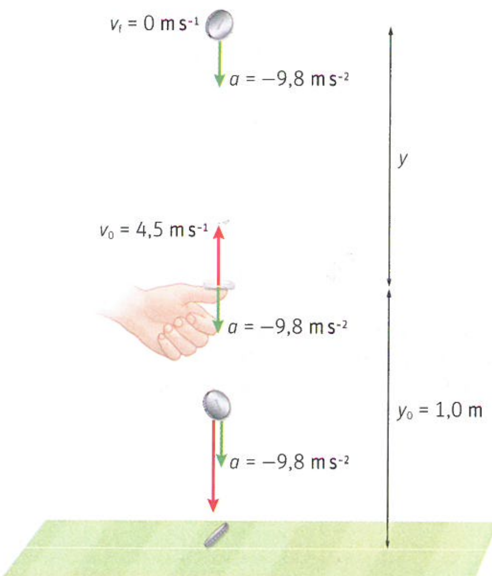
$$v = v_0 - 9{,}8t = (-9{,}8\,\text{m}\,\text{s}^{-2})(3{,}4\,\text{s}) = -33\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

6 **En un partido de fútbol el árbitro lanza la moneda con una velocidad de 4,5 m s^{-1}.**

a) Calcula la altura máxima, sobre la mano, que alcanza la moneda.

b) Determina el tiempo que tarda la moneda en llegar al suelo, sabiendo que cuando el árbitro lanza la moneda, esta se encuentra a 1,0 m del suelo.

c) Averigua la velocidad de la moneda cuando se encuentra 0,60 m por encima de la mano.



a) Cuando la moneda alcanza la altura máxima, su velocidad es cero:

$$v_f = v_0 - gt \Rightarrow t = \frac{v_f - v_0}{-g} = \frac{(0-4{,}5)\,\text{m}\,\text{s}^{-1}}{(-9{,}8\,\text{m}\,\text{s}^{-2})} = 0{,}46\,s$$

$$y = v_0t - \frac{1}{2}gt^2 = (4{,}5\,\text{m}\,\text{s}^{-1})(0{,}46\,\text{s}) - \frac{1}{2}(9{,}8\,\text{m}\,\text{s}^{-2})(0{,}46\,\text{s})^2 = 1{,}0\,\text{m sobre la mano}$$

b) En este caso $y_0 = 1{,}0$ m, $y = 0$ m; $y = y_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2$; $0 = 1{,}0 + 4{,}5t - \frac{1}{2}9{,}8t^2 \Rightarrow t = 1{,}1\,s$

c) La velocidad de la moneda en este caso es:

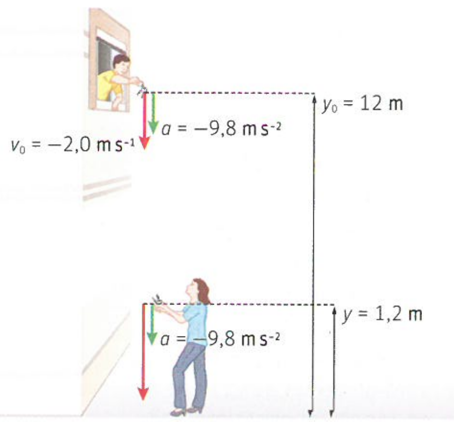
$$v_f^2 = v_0^2 - 2gy \Rightarrow v_f = \sqrt{(4{,}5\,\text{m}\,\text{s}^{-1})^2 - 2\,(9{,}8\,\text{m}\,\text{s}^{-2})\,(0{,}60\,\text{m})} = \pm\,2{,}9\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

El signo (+) corresponde a la velocidad de la moneda cuando sube y el (−) cuando baja.

7 **Desde una ventana situada a 12 m del suelo, una persona lanza hacia abajo unas llaves con una velocidad inicial de 2,0 m s^{-1}.**

a) Calcula el tiempo que tardan las llaves en llegar a la mano de la persona que las va a coger, si la mano está a 1,2 m sobre el suelo.

b) Averigua la velocidad con la que las llaves impactan en la mano.



a) La posición de lanzamiento es y_0 = 12 m y la de recogida y = 1,2 m.

$$y = y_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2;\ 1{,}2 = 12 - 2{,}0t - \frac{1}{2}9{,}8t^2$$

$$4{,}9t^2 + 2{,}0t - 10{,}8 = 0 \Rightarrow t = 1{,}3\,\text{s}$$

b) La velocidad de las llaves en este caso es:

$$v_f = v_0 - gt = (-2{,}0\,\text{m}\,\text{s}^{-1}) - (9{,}8\,\text{m}\,\text{s}^{-2})(1{,}3\,\text{s}) = -15\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

2 Composición de movimientos

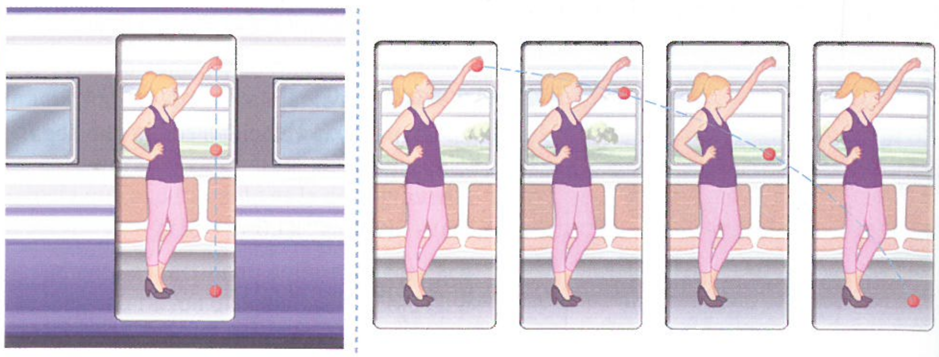
smSaviadigital.com OBSERVA

Este vídeo te ayudará a entender mejor la composición de movimientos.

Un movimiento es **compuesto** cuando es el resultado de la suma de dos o más movimientos simples. Para estudiar estos movimientos hay que describir los diferentes movimientos simples y, para ello, fijar el sistema de referencia utilizado.

REFLEXIONA

Una pasajera deja caer una pelota dentro de un tren que se mueve con un *mru*.

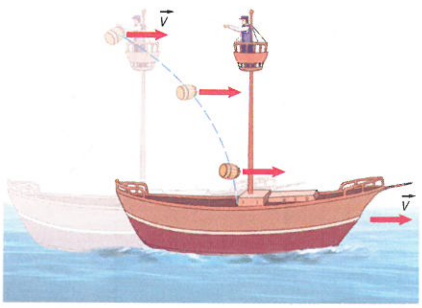


1. Una pasajera ve que la pelota cae en línea recta con un movimiento vertical en caída libre.

2. Para un observador en el andén, la pelota experimenta dos movimientos, una caída libre vertical y un *mru* horizontal, y ve una trayectoria parabólica.

smSaviadigital.com OBSERVA

Hechos como la caída libre de un objeto del mástil de un barco en movimiento o el regreso al mismo punto de un objeto lanzado verticalmente hacia arriba fueron estudiados por Galileo Galilei para explicar que la Tierra se movía y romper así con el modelo aristotélico de una Tierra en reposo.



Los movimientos compuestos se describen con el **principio de superposición**.

Principio de superposición. Si un objeto está sometido simultáneamente a varios movimientos elementales independientes, el movimiento resultante se obtiene sumando vectorialmente sus magnitudes cinemáticas:

$$\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \ldots \qquad \vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \ldots \qquad \vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \ldots$$

El principio de superposición permite la descripción por separado de los movimientos, lo que se conoce como **principio de independencia**.

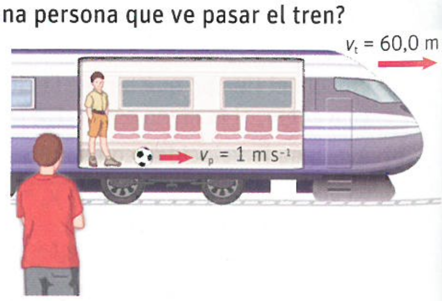
Principio de independencia. Si un cuerpo está dotado de dos movimientos simultáneos, su cambio de posición es independiente de que los dos movimientos actúen sucesiva o simultáneamente.

EJERCICIOS RESUELTOS

8 **Un niño hace rodar una pelota por el suelo de un tren. La pelota se mueve a 1,0 m s^{-1} y el tren avanza con una velocidad de 60,0 m s^{-1} en la misma dirección y sentido.**

a) Determina, desde el punto de vista del niño, la distancia recorrida por la pelota después de 5,00 s.

b) ¿Qué distancia mediría en ese tiempo una persona que ve pasar el tren?



a) El niño se encuentra en reposo respecto del tren, por tanto, observa que la pelota describe un movimiento uniforme. La distancia recorrida es:

$$x = vt = (1{,}0\,\text{ms}^{-1})(5{,}00\,\text{s}) = 5{,}0\,\text{m}$$

b) El observador exterior ve que el tren se mueve y la pelota se mueve dentro de él; así, la velocidad medida para la pelota será:

$$v = v_p + v_T = (1{,}0 + 60{,}0)\,\text{ms}^{-1} = 61{,}0\,\text{ms}^{-1}$$

Distancia medida:

$$x = (61{,}0\,\text{ms}^{-1})(5{,}00\,\text{s}) = 305\,\text{m}$$

ACTIVIDADES

12. Dos amigos deciden comprobar lo estudiado en este epígrafe y, para ello, montan en un tándem. Cuando llevan una velocidad constante (y pequeña para minimizar la acción del aire) uno de ellos lanza hacia arriba una pelota de tenis.

¿Caerá de nuevo en su mano, delante o detrás? ¿Qué trayectoria verá un tercer amigo que observa en reposo el experimento?

2.1. Composición de dos *mru* en la misma dirección

La composición de dos ***mru* en la misma dirección** origina otro *mru* en esa dirección.

Si los dos movimientos tienen el **mismo sentido**, el movimiento resultante tendrá el mismo sentido. Si los dos movimientos tienen **sentido contrario**, el sentido resultante vendrá dado por el movimiento que tenga más rapidez. Se puede prescindir del carácter vectorial haciendo coincidir la trayectoria con uno de los ejes de coordenadas.

EJERCICIOS RESUELTOS

9 **Una persona está sobre la cinta transportadora de una terminal de un aeropuerto, que se mueve a 1,4 m s⁻¹. La cinta comienza a 3,0 m de la oficina de información.**

a) Calcula la posición de la persona respecto de la oficina a los 5,0 s, si está en reposo sobre la cinta.

b) Establece su posición en t = 5,0 s respecto a la oficina, si al entrar en la cinta empieza a moverse a 1,5 m s⁻¹ en el sentido del movimiento de la cinta.

a) El subíndice 1 indica la posición de un punto de la cinta y su velocidad respecto al suelo: $x_1 = x_{0,1} + v_1 t$

La posición de la persona en reposo sobre ella será:

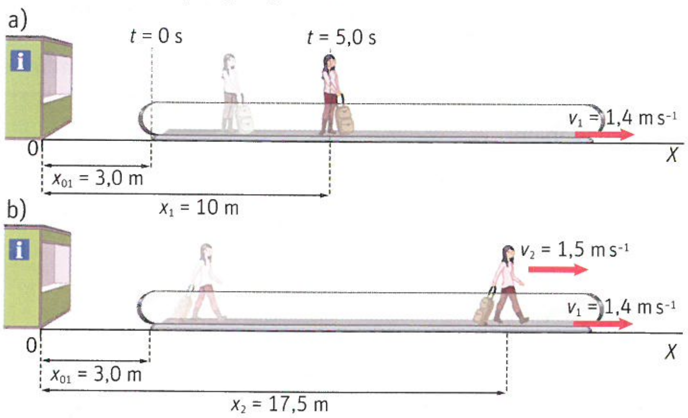
$$x_1 = (3{,}0\,\text{m}) + (1{,}4\,\text{m s}^{-1})(5{,}0\,\text{s}) = 10\,\text{m}$$

b) El subíndice C indica la posición de la persona caminando por la cinta y su velocidad respecto a ella. En t = 0 s, está al inicio de la cinta, luego su posición inicial respecto de ella, $x_{0,\text{C}}$, es cero. La posición del pasajero en el sistema de referencia solidario con la cinta es:

$$x_\text{C} = x_{0,\text{C}} + v_2 t = 0 + (1{,}5\,\text{m s}^{-1})(5{,}0\,\text{s}) = 7{,}5\,\text{m}$$

La composición de ambos movimientos dará la posición del pasajero respecto de la oficina de información:

$$x_2 = x_1 + x_\text{C} = (10 + 7{,}5)\,\text{m} = 17{,}5\,\text{m}$$

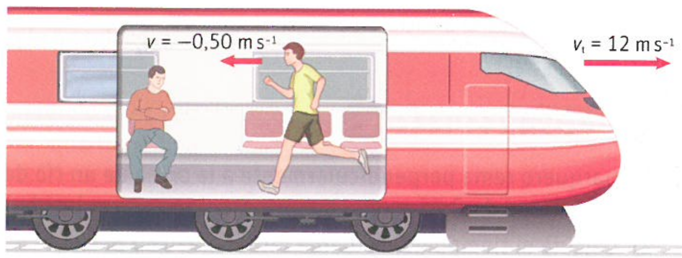


10 **Una persona corre por los vagones del metro, en sentido contrario al movimiento del metro, con una velocidad de 0,50 m s⁻¹. El metro se mueve con una velocidad de 12 m s⁻¹.**

a) Determina la velocidad de la persona que corre, medida por un pasajero que está sentado en el metro.

b) ¿Qué velocidad mediría una persona que observa la escena desde el andén?

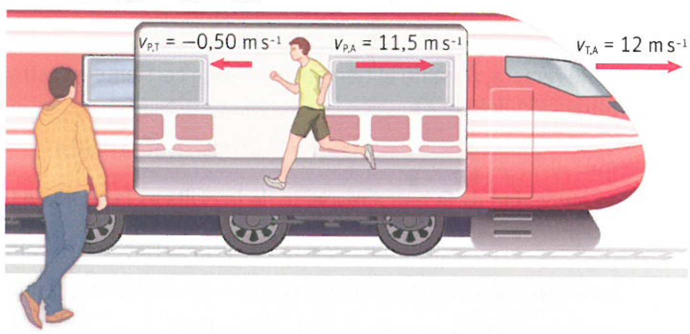
a) Como el observador se mueve con el metro, verá que la persona corre en sentido contrario al movimiento del metro, así la velocidad que medirá será: v = −0,50 m s⁻¹.



b) En este caso, la velocidad del pasajero respecto del metro es $v_{\text{P, M}}$ = −0,50 m s⁻¹ y la velocidad del metro respecto del andén es $v_{\text{M, A}}$ = 12 m s⁻¹.

Por tanto, aplicando el principio de superposición, la velocidad del pasajero respecto al andén será:

$$v_{\text{P, A}} = v_{\text{P, T}} + v_{\text{T, A}} = (-0{,}50 + 12)\,\text{m s}^{-1} = 11{,}5\,\text{m s}^{-1}$$



ACTIVIDADES

13. Una maleta descansa sobre la cinta transportadora de un aeropuerto. Describe cómo ve su movimiento:

a) Un pasajero parado en la misma cinta.

b) Un pasajero en una cinta paralela que se mueve en sentido contrario.

c) Un pasajero fuera de la cinta.

14. Dos amigos que caminan con velocidad de 1,5 m s⁻¹ llegan al inicio de una cinta transportadora. Uno sigue caminando por el pasillo y el otro entra en la cinta y comienza a caminar con una velocidad de 0,50 m s⁻¹. ¿A qué velocidad debe moverse la cinta para que ambos puedan seguir hablando?

Solución: 1,0 m s⁻¹

2.2. Composición de dos *mru* perpendiculares

Una lancha que cruza un río o un avión que soporta vientos laterales son ejemplos de cuerpos sometidos simultáneamente a dos *mru* **en direcciones perpendiculares**.

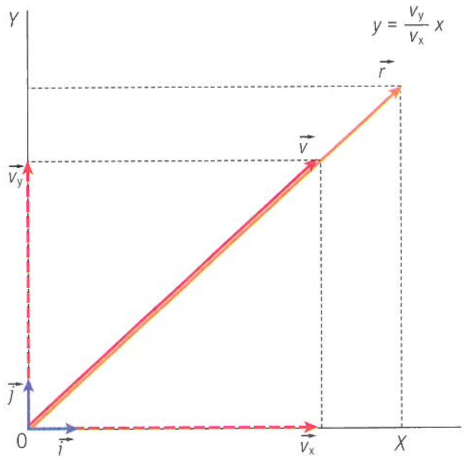


Figura 9.3. Para describir la composición de dos *mru* perpendiculares se hace coincidir las direcciones de los movimientos con los ejes de coordenadas y se aplica el principio de superposición.

- La **velocidad resultante** es constante porque el móvil sale de un punto sometido simultáneamente a dos velocidades constantes, v_x y v_y:

$$\boxed{\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}}$$

Su módulo $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ es el valor numérico de la velocidad resultante.

La dirección del móvil viene dada por: $\text{tg}\,\alpha = \frac{v_y}{v_x}$

- El **vector posición** es la suma de los vectores de posición de cada movimiento:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

Tomando como origen del sistema de referencia el punto O de salida:

$$\boxed{\vec{r} = v_x t\vec{i} + v_y t\vec{j}}$$

- La **ecuación de la trayectoria** se obtiene despejando el tiempo entre las ecuaciones de la posición de los movimientos simples:

$$x = v_x t \Rightarrow t = \frac{x}{v_x} \qquad y = v_y t \Rightarrow t = \frac{y}{v_y}$$

Al igualar se obtiene $y = \frac{v_y}{v_x}x$ que es la ecuación de una **recta del plano**.

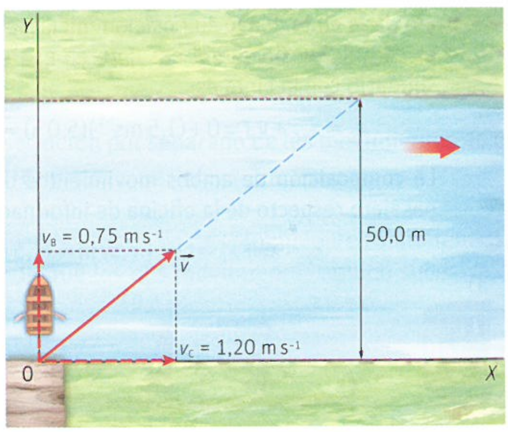
EJERCICIOS RESUELTOS

11 **Un barquero rema perpendicularmente a la orilla de un río de 50,0 m de ancho, con una velocidad de 0,75 m s^{-1}. La corriente tiene una velocidad de 1,20 m s^{-1}.**

a) **Calcula el tiempo que la barca tarda en cruzar el río.**

b) **Determina la distancia que es arrastrada la barca río abajo.**

c) **Averigua la velocidad total de la barca y la distancia que recorre hasta la orilla.**



a) La barca experimenta simultáneamente dos movimientos, uno en el sentido de la corriente, de ecuación x = 1,20 t y otro perpendicular a la corriente, de ecuación y = 0,75 t. El tiempo en cruzar el río es independiente de que exista corriente o no:

$$t = \frac{e}{v} = \frac{(50{,}0\,\text{m})}{(0{,}75\,\text{ms}^{-1})} = 67\,s$$

b) Si no remara, durante el tiempo anterior la corriente arrastraría la barca aguas abajo (dirección del eje X):

$$x = v_x t = (1{,}20\,\text{ms}^{-1})(67\,\text{s}) = 80\,\text{m}$$

c) La velocidad de la barca respecto de la orilla es la suma de las velocidades:

$$\vec{v} = (1{,}20\vec{i} + 0{,}75\vec{j})\,\text{ms}^{-1} \text{ y su valor numérico es } |\vec{v}| = \sqrt{1{,}20^2 + 0{,}75^2} = 1{,}4\,\text{ms}^{-1}$$

La distancia recorrida coincide con el módulo del vector posición:

$$\vec{r} = v_x t\vec{i} + v_y t\vec{j} = (1{,}20\cdot 67)\vec{i} + (0{,}75\cdot 67)\vec{j} = (80\vec{i} + 50\vec{j})\,\text{m} \Rightarrow |\vec{r}| = \sqrt{80^2 + 50^2} = 94\,\text{m}$$

ACTIVIDADES

15. Una nadadora quiere cruzar un río de 100 m de anchura en dirección perpendicular a la corriente, pero llega a un punto de la orilla opuesta 20,0 m aguas abajo. Calcula la velocidad de la corriente si ella va a 2,0 m s^{-1}.

Solución: 0,40 m s^{-1}

16. Un avión ultraligero vuela a 80,0 km h^{-1} respecto del aire. ¿Cuál es su velocidad respecto al suelo?

a) Si hay un viento de frente de 20,0 km h^{-1}.

b) Si hay un viento lateral (perpendicular) de 35,5 km h^{-1}.

Solución: a) 60,0 km h^{-1}; b) 87,5 km h^{-1}

2.3. Lanzamiento horizontal

Dentro de los movimientos en caída libre, tienen gran importancia los movimientos de objetos que **describen un vuelo** después de ser lanzados.

Por ejemplo, una canica que rueda sobre una mesa y se acerca al borde, cuando abandona la mesa describe un vuelo en el aire y cae al suelo en un punto alejado de la base de la mesa.

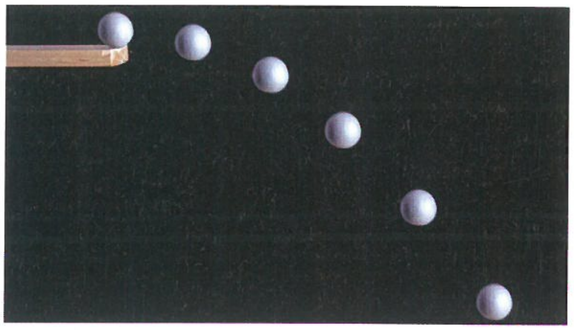


Figura 9.4. La técnica estroboscópica permite "ver" la trayectoria parabólica del lanzamiento horizontal.

Otros objetos describen un vuelo similar: un paquete humanitario soltado desde un avión en vuelo horizontal, el agua que sale de una gárgola durante un día de lluvia, un proyectil lanzado desde lo alto de un acantilado en dirección paralela al mar, etc.

Sobre el objeto que experimenta un lanzamiento horizontal, solo actúa la aceleración de la gravedad, pero su velocidad inicial es perpendicular a esta aceleración.

> El **lanzamiento horizontal** es un movimiento en **caída libre** en dos dimensiones, donde un objeto es lanzado con una velocidad inicial horizontal y la única aceleración que actúa sobre él es la aceleración de la gravedad.

El objeto se mueve con una velocidad horizontal constante y una aceleración vertical hacia abajo. Las componentes, vertical y horizontal, del movimiento se pueden estudiar por separado según el principio de independencia.

- Las **ecuaciones que describen el movimiento** en cada eje se obtienen situando el origen del sistema de referencia en el suelo, bajo la vertical de salida del objeto, que tiene una velocidad inicial v_0 en la dirección del eje X:

$$\text{Eje } X\ (mru) \longrightarrow x = x_0 + v_0 t$$
$$\text{Eje } Y\ (mrua) \longrightarrow y = y_0 - \frac{1}{2} g t^2$$

- El **vector posición** del móvil es:

$$\boxed{\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = (x_0 + v_0 t)\vec{i} + \left(y_0 - \frac{1}{2} g t^2\right)\vec{j}}$$

- Las **componentes de la velocidad** son:

$$\text{Eje } X\ (mru) \longrightarrow v_x = v_0$$
$$\text{Eje } Y\ (mrua) \longrightarrow v_y = -gt$$

- El **vector velocidad** es:

$$\boxed{\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = v_0\vec{i} - gt\vec{j}}$$

Siendo su módulo $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$.

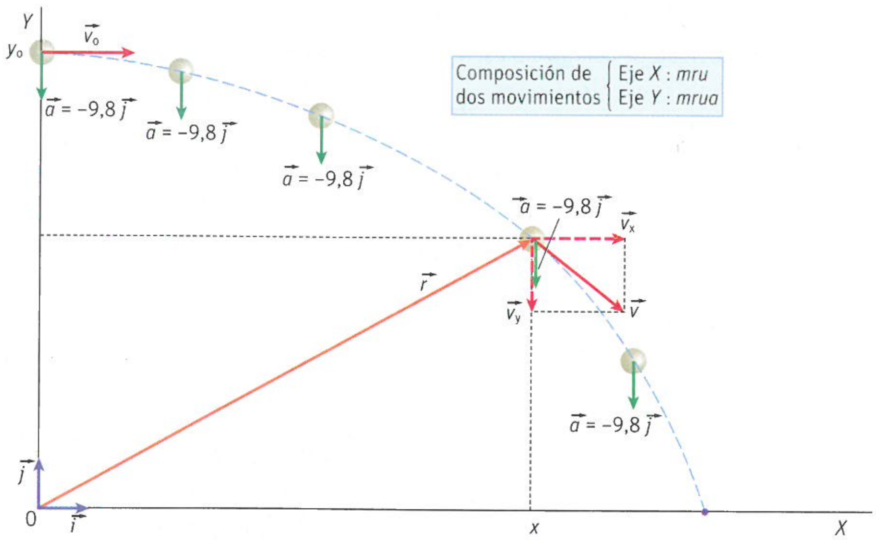


Figura 9.5. Los vectores en el lanzamiento horizontal.

- La **aceleración** corresponde a un movimiento de caída libre en el eje Y:

$$\boxed{\vec{a} = (-9,8\vec{j})\,\text{ms}^{-2}}$$

- La **trayectoria** seguida por un objeto lanzado horizontalmente puede considerarse como la composición de dos movimientos: un *mru* horizontal a lo largo del eje X, de velocidad constante, v_0, y otro vertical de caída libre desde una altura y_0 a lo largo del eje Y. Eliminado el tiempo en las ecuaciones del movimiento se obtiene la ecuación de la trayectoria:

$$\boxed{y = y_0 - \frac{4,9}{v_0} x^2}$$

Lo cual corresponde a una **parábola** en el plano, cóncava hacia abajo.

Ten en cuenta

La aceleración de la gravedad produce una caída libre en la dirección de Y (un *mrua*)

Si no existiese la aceleración de la gravedad, el objeto se movería con un *mru* en el eje X.

El movimiento real del objeto es la composición de los dos movimientos anteriores, siendo su trayectoria parabólica.

▸ Resolución de problemas de lanzamiento horizontal

Las cuestiones a considerar en estos problemas son la posición del sistema de referencia en tierra y el principio de independencia de los movimientos en los ejes.

EJERCICIOS RESUELTOS

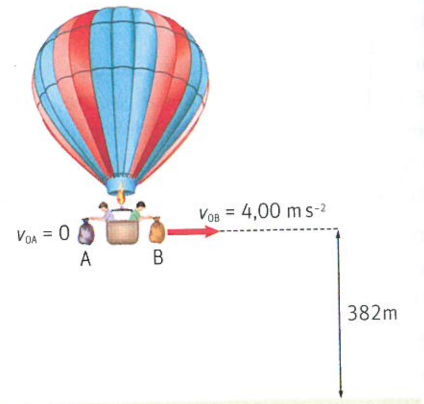
12 **Desde un globo aerostático en reposo se deja caer un paquete A. En el mismo instante se lanza desde el globo un segundo paquete B con una velocidad horizontal de 4,00 m s⁻¹. El globo está situado a 382 m de suelo. Si a = −9,81 m s⁻² determina:**

a) La distancia de cada paquete, respecto del suelo, 5,00 s después.

b) La velocidad de ambos paquetes a los 5,00 s. Dibuja en ambos el vector velocidad.

c) El tiempo que tardan en llegar al suelo y la velocidad con la que llegan.

d) El alcance horizontal de ambos paquetes.



a) En el caso del paquete en caída libre vertical, se sabe que:

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 = (382\,\text{m}) - \frac{1}{2}(9{,}81\,\text{m}\,\text{s}^{-2})(5{,}00\,\text{s})^2 = 259\,\text{m}$$

El segundo paquete se encontrará desplazado en el eje X, pero a la misma distancia del suelo, ya que en la dirección Y la ecuación del movimiento es la misma.

b) Para los dos paquetes: $v_y = -gt = -(9{,}81\,\text{m}\,\text{s}^{-2})(5{,}00\,\text{s}) = -49{,}1\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$

Según se observa en la figura, la velocidad del paquete B es la suma vectorial de la velocidad horizontal (la del lanzamiento) y la velocidad vertical.

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = v_0\vec{i} - gt\vec{j} = (4{,}00\vec{i} - 49{,}1\vec{j})\,\text{m}\,\text{s}^{-1} \Rightarrow v = \sqrt{4{,}00^2 + (-49{,}1)^2} = 49{,}3\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

c) Ambos paquetes tardan el mismo tiempo en llegar al suelo:

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2;\ 0 = 382 - \frac{1}{2}9{,}81t^2 \Rightarrow t = 8{,}82\,\text{s}$$

La velocidad de caída de A es: $v_A = -(9{,}81\,\text{m}\,\text{s}^{-2})(8{,}82\,\text{s}) = -86{,}5\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$

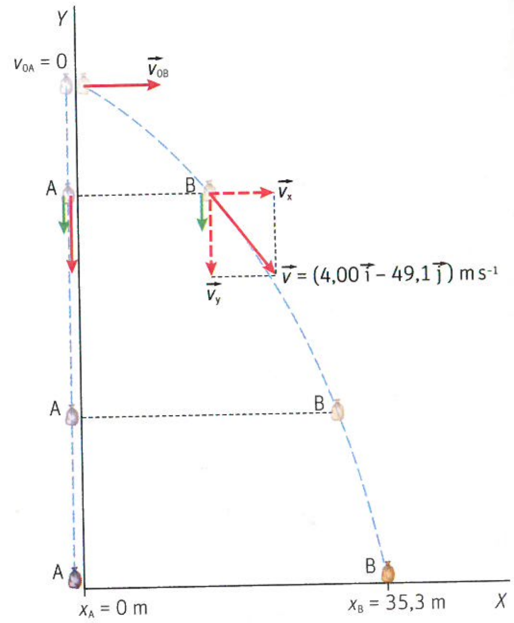
La velocidad de caída de B es: $\vec{v}_B = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = v_0\vec{i} - gt\vec{j} = (4{,}00\vec{i} - 86{,}5\vec{j})\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$

$$v_B = \sqrt{4{,}0^2 + 86{,}5^2} = 86{,}6\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

d) El alcance horizontal es el desplazamiento horizontal en el tiempo de vuelo.

El paquete A cae en el origen de coordenadas: $x_A = 0$ m

En la coordenada X: $x_B = v_0t = (4{,}00\,\text{m}\,\text{s}^{-1})(8{,}82\,\text{s}) = 35{,}3\,\text{m}$



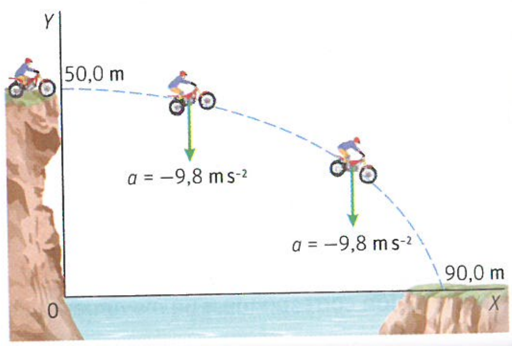
13 **Un especialista debe realizar un salto en moto desde un acantilado que se encuentra a 50,0 m sobre el suelo. Calcula la velocidad con la que tiene que saltar para llegar al punto donde está la cámara, situado a 90,0 m de la base del acantilado.**

Se calcula el tiempo de vuelo (cuando la moto llega al suelo, $y = 0$ m):

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2;\ 0 = 50{,}0 - \frac{1}{2}9{,}81\,t^2 \Rightarrow t = 3{,}19\,\text{s}$$

En el eje X se produce un *mru*. Se puede determinar la velocidad de salto:

$$x = v_0t \Rightarrow v_0 = \frac{x}{t} = \frac{(90{,}0\,\text{m})}{(3{,}19\,\text{s})} = 28{,}2\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$$



ACTIVIDADES

17. El copiloto de un descapotable, que se mueve con velocidad constante, lanza verticalmente hacia arriba una pelota.

Indica razonadamente si caerá detrás, delante o de nuevo en su mano.

Nota: Se prescinde del rozamiento con el aire.

18. Una canica rueda con una velocidad de 1,5 m s⁻¹ por una mesa de 2,0 m de longitud y 0,8 m de altura, y al llegar al borde cae al suelo. Sabiendo que se mide desde que empieza a rodar.

a) ¿Cuánto tarda desde el borde hasta el suelo?

b) ¿Cuál es la coordenada X del punto de impacto?

Solución: a) 0,40 s; b) 2,6 m

2.4. Lanzamiento oblicuo

Son ejemplos de **lanzamientos oblicuos** el movimiento de un balón de fútbol después de ser golpeado, el de un balón de baloncesto en un tiro libre o el de la jabalina en su vuelo.

El **lanzamiento oblicuo** es un movimiento en caída libre en dos dimensiones, donde la velocidad inicial del objeto forma un ángulo, α, con la horizontal.

smSaviadigital.com PRACTICA

Aquí puedes modificar los valores de las variables del lanzamiento oblicuo y ver el resultado.

- La **velocidad**, $\vec{v}_0$, se descompone en las direcciones de los ejes:

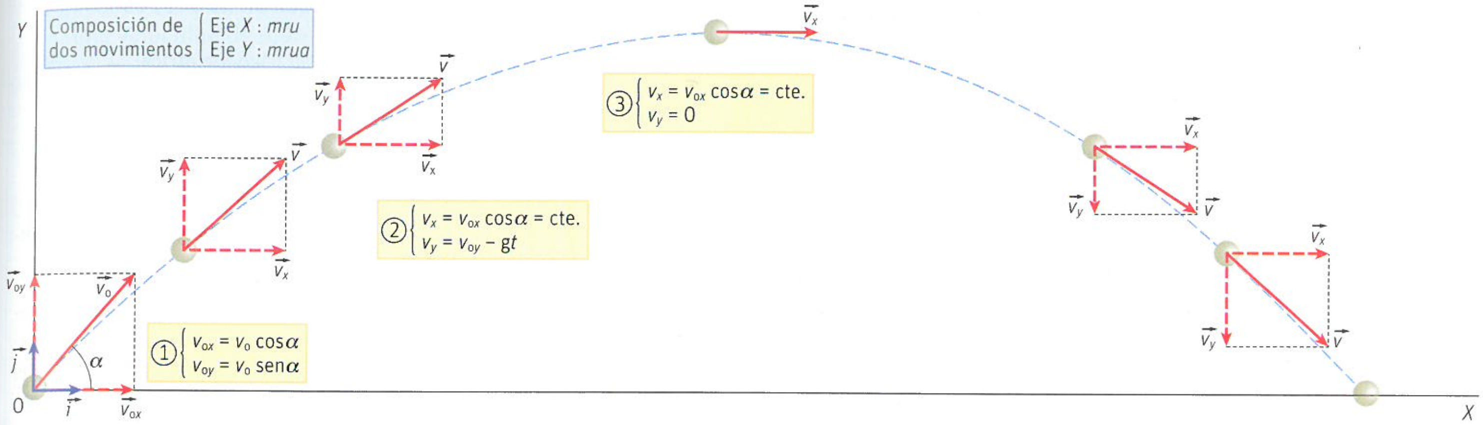


Figura 9.6. Trayectoria y vector velocidad del lanzamiento oblicuo

- La **posición** del móvil está dada por su **vector de posición**, $\vec{r}$. Si la posición inicial del móvil es el origen de coordenadas, entonces $x_0 = y_0 = 0$, y las ecuaciones de las componentes en los ejes de coordenadas X e Y, son:

$$x = v_0 t \cos\alpha \qquad y = v_0 t \operatorname{sen}\alpha - \frac{1}{2}gt^2$$

- El **vector posición** de móvil en cada instante es:

$$\boxed{\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = (v_0 \cos\alpha)\vec{i} + \left(v_0 t \operatorname{sen}\alpha - \frac{1}{2}gt^2\right)\vec{j}}$$

- La **ecuación de la trayectoria** se obtiene eliminando el tiempo entre las ecuaciones de las componentes x e y:

$$\boxed{y = \operatorname{tg}\alpha\, x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha}x^2}$$

Que se corresponde con una **parábola** cóncava hacia abajo.

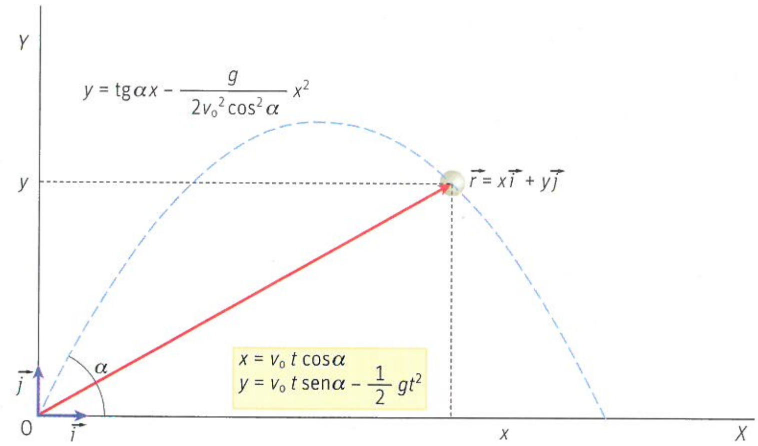


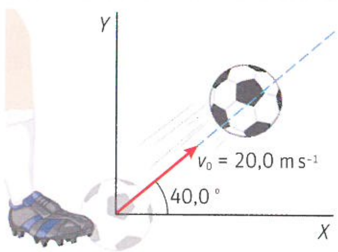
Figura 9.7. Componentes del vector de posición del lanzamiento oblicuo.

EJERCICIOS RESUELTOS

14 Un futbolista lanza un balón con una velocidad inicial de 20,0 m s⁻¹ que forma 40,0° con el suelo. Calcula:

a) Las componentes de la velocidad para $t = 0$ s.

b) La velocidad del balón y su posición a los 0,50 s.



a) $v_{0x} = v_0 \cos\alpha = 20{,}0 \cos 40{,}0° = 15{,}3 \text{ ms}^{-1}$

$v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\alpha = 20{,}0 \operatorname{sen} 40{,}0° = 12{,}9 \text{ ms}^{-1}$

b) $$\left.\begin{array}{l} v_x = v_0 \cos\alpha = 20{,}0 \cos 40{,}0° = 15{,}3 \text{ ms}^{-1} \\ v_y = v_0 \operatorname{sen}\alpha - gt = 20{,}0 \operatorname{sen} 40{,}0° - 9{,}81 \cdot 0{,}50 = 8{,}0 \text{ ms}^{-1} \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{v} = (15{,}3\vec{i} + 8{,}0\vec{j}) \text{ ms}^{-1}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = v_x t = v_0 t \cos\alpha = 20{,}0 \cdot 0{,}50 \cos 40{,}0° = 7{,}66 \text{ m} \\ y = v_y t = v_0 t \operatorname{sen}\alpha - \frac{1}{2}gt^2 = 20{,}0 \cdot 0{,}50 \cdot \operatorname{sen} 40{,}0° - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}50^2 = 5{,}20 \text{ m} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\vec{r} = (7{,}66\vec{i} + 5{,}20\vec{j}) \text{ m}$$

ACTIVIDADES

19. Razona sobre la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones.

a) En un lanzamiento oblicuo el vector aceleración siempre es perpendicular al vector velocidad.

b) En un lanzamiento oblicuo la componente y de la velocidad siempre es positiva.

Características del lanzamiento oblicuo

En los lanzamientos oblicuos hay tres parámetros característicos: el **tiempo de vuelo**, la **altura máxima** y el **alcance horizontal**.

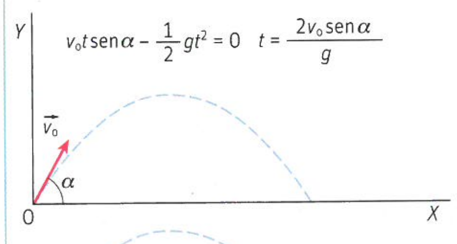
Tiempo de vuelo

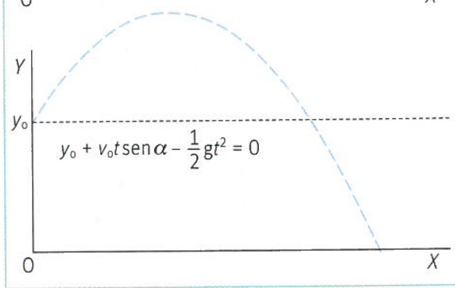
El **tiempo de vuelo** es el tiempo total que el móvil permanece en movimiento. Para calcularlo se tiene en cuenta que el móvil llega al suelo cuando la coordenada Y es cero. El tiempo transcurrido hasta ese momento es:

$$0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \frac{2v_{0y}}{g}$$

$$\boxed{t = \frac{2v_0\,\text{sen}\,\alpha}{g}}$$

Si el móvil choca con un obstáculo antes de completar su trayectoria, lógicamente el tiempo de vuelo será distinto. Lo mismo sucede si el móvil es lanzado desde un punto elevado.





Altura máxima

La **altura máxima** corresponde a la del punto donde el móvil deja de subir para empezar a bajar. En ese punto la velocidad vertical es cero: $v_y = 0$.

$$v_y = 0 = v_0\,\text{sen}\,\alpha - gt \Rightarrow t = \frac{v_0\,\text{sen}\,\alpha}{g}$$

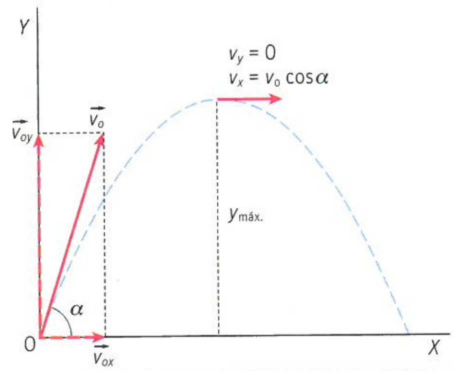
Sustituyendo este valor en la ecuación de la coordenada Y:

$$y = v_0 t\,\text{sen}\,\alpha - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y_{máx.} = \frac{v_0^2\,\text{sen}^2\alpha}{g} - \frac{v_0^2\,\text{sen}^2\alpha}{2g}$$

$$\boxed{y_{máx.} = \frac{v_0^2\,\text{sen}^2\alpha}{2g}}$$

Se observa que el móvil alcanza la altura máxima justo a la mitad del tiempo de vuelo.



Alcance horizontal

Como el tiempo de vuelo es: $t = \frac{2v_0\,\text{sen}\,\alpha}{g}$, se obtiene:

$$x_{máx.} = v_0 t \cos\alpha = \frac{2v_0^2\,\text{sen}\,\alpha\cos\alpha}{g}$$

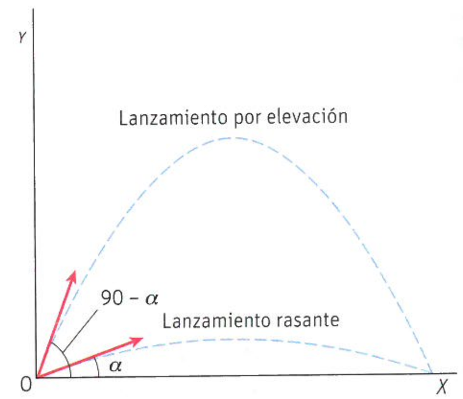
Utilizando la relación trigonométrica:

$$\text{sen}\,2\alpha = 2\,\text{sen}\,\alpha\cos\alpha$$

$$\boxed{x_{máx.} = \frac{v_0^2\,\text{sen}\,2\alpha}{g}}$$

Para una v_0, el alcance máximo se produce cuando $\text{sen}\,2\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45°$.

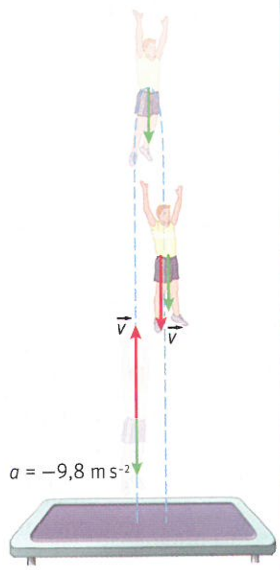
Como $\text{sen}\,2\alpha = \text{sen}(180° - 2\alpha)$, se puede conseguir el mismo alcance con dos ángulos de lanzamiento complementarios: α y $90° - \alpha$. Si $\alpha < 45°$ el lanzamiento es rasante y si $\alpha > 45°$, el lanzamiento es por elevación.



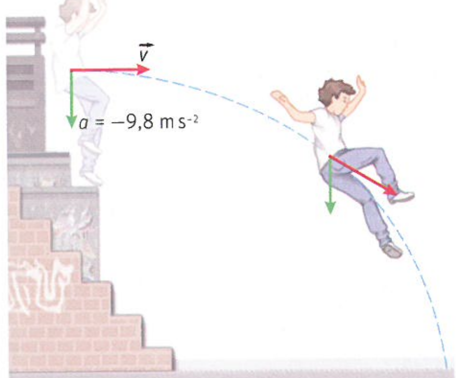
El lanzamiento vertical, el lanzamiento horizontal y el lanzamiento oblicuo son todos movimientos en caída libre.

Caída libre

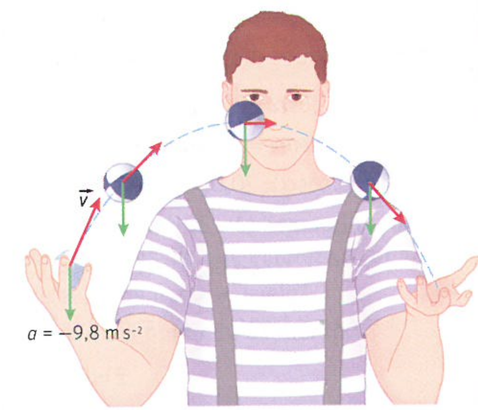
El **lanzamiento vertical** es un movimiento de **caída libre** en una dimensión, con velocidad inicial en la misma dirección que la aceleración.



El **lanzamiento horizontal** es un movimiento en **caída libre** en dos dimensiones, con velocidad inicial horizontal perpendicular a la aceleración.



El **lanzamiento oblicuo** es un movimiento en **caída libre** en dos dimensiones con velocidad inicial que forma un ángulo con la horizontal.



Resolución de problemas de lanzamiento oblicuo

En estos problemas, el sistema de referencia siempre se pone en el suelo (el punto de lanzamiento puede tener unas coordenadas iniciales x_0 e y_0).

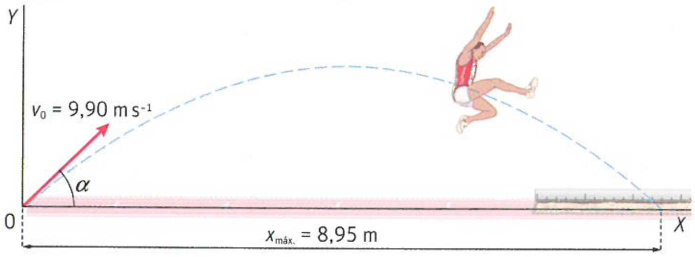
EJERCICIOS RESUELTOS

15 **En los Campeonatos Mundiales de Atletismo de Tokio 1991, Mike Powell saltó 8,95 m, batiendo la mítica plusmarca de 8,90 m, que poseía Bob Beamon desde los Juegos Olímpicos de México (1968). Se supone que Mike Powell inició el salto con una velocidad de 9,90 m s⁻¹.**

a) Determina el ángulo con el que inició el salto.

b) Calcula el tiempo que permaneció en el aire.

c) Calcula la altura máxima que alcanzó en el salto.



a) Se establecen las ecuaciones del movimiento sabiendo que $x_{máx.}$ = 8,95 m:

$$\left.\begin{array}{l} y=v_0 t\,\text{sen}\alpha-\frac{1}{2}gt^2 \\ x=v_0 t\cos\alpha \end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 0=9{,}90t\,\text{sen}\alpha-\frac{1}{2}\cdot 9{,}81t^2 \\ 8{,}95=9{,}90t\cos\alpha \end{array}\right\}$$

Eliminando el tiempo entre las dos ecuaciones:

$$8{,}95=\frac{9{,}90^2\,\text{sen}2\alpha}{9{,}81}\Rightarrow \text{sen}2\alpha=0{,}896\Rightarrow\alpha=31{,}8^\circ$$

b) Conocido el ángulo de salto, se sustituye en la ecuación de la posición en el eje X:

$$t=\frac{(8{,}95\,\text{m})}{(9{,}90\,\text{ms}^{-1})\cos 31{,}8^\circ}=1{,}06\,\text{s}$$

c) La altura máxima se obtiene utilizando la ecuación de la posición en la coordenada Y, sabiendo que el tiempo que tarda desde que comienza el salto hasta que alcanza la altura máxima es la mitad del tiempo de vuelo, es decir, 0,53 s:

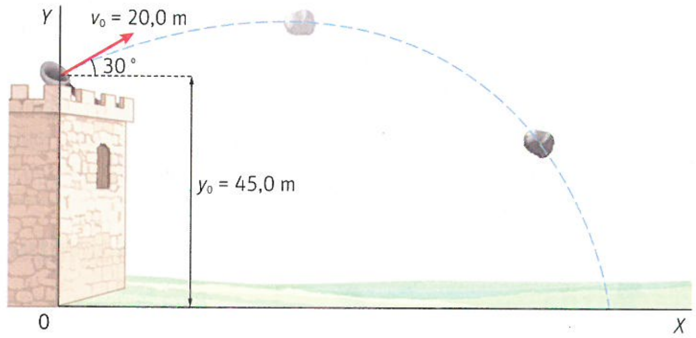
$$y=(9{,}90\,\text{ms}^{-1})(0{,}53\,\text{s})\text{sen}31{,}8^\circ-\frac{1}{2}(9{,}81\,\text{ms}^{-1})(0{,}53\,\text{s})^2=1{,}39\,\text{m}$$

16 **Desde lo alto de una torre de 45,0 m de altura se lanza hacia arriba una piedra con una velocidad inicial de 20,0 m s⁻¹, formando un ángulo con la horizontal de 30,0°.**

a) Calcula el tiempo de vuelo.

b) Determina el alcance máximo.

c) ¿Cuál es el módulo de la velocidad cuando la piedra impacta con el suelo?



a) Las componentes de la velocidad en el lanzamiento son:

$$v_{0x}=v_0\cos\alpha=(20{,}0\,\text{ms}^{-1})\cos 30{,}0^\circ=17{,}3\,\text{ms}^{-1}$$
$$v_{0y}=v_0\,\text{sen}\alpha=(20{,}0\,\text{ms}^{-1})\text{sen}30{,}0^\circ=10{,}0\,\text{ms}^{-1}$$

Para calcular el tiempo de vuelo, se impone la condición de que y = 0. Además, se lanza la piedra desde una altura y_0 = 45,0 m:

$$y=y_0+v_{0y}t-\frac{1}{2}gt^2;\;\; 0=45{,}0+10{,}0\,t-\frac{1}{2}9{,}81t^2\Rightarrow t=4{,}22\,\text{s}$$

b) Para calcular el alcance máximo se sustituye en la ecuación de la posición en la coordenada X:

$$x_{máx.}=v_{0x}t\cos\alpha=(17{,}3\,\text{ms}^{-1})(4{,}22\,\text{s})\cos 30^\circ=63{,}2\,\text{m}$$

c) El módulo de la velocidad es:

$$\left.\begin{array}{l} v_x=v_{0x}=17{,}3\,\text{ms}^{-1} \\ v_y=v_{0y}-gt=(10{,}0\,\text{ms}^{-1})-(9{,}81\,\text{ms}^{-2})(4{,}22\text{s})=-31{,}4\,\text{ms}^{-1} \end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$|\vec{v}|=\sqrt{17{,}3^2+(-31{,}4)^2}=35{,}9\,\text{ms}^{-1}$$

ACTIVIDADES

20. Desde la terraza de un edificio de 25,0 m de altura se lanza horizontalmente una piedra con una velocidad inicial de 50,0 m s⁻¹. Determina el vector velocidad y su vector posición en función del tiempo y calcula a qué distancia del edificio chocará contra el suelo.

Solución: 113 m

21. Determina la velocidad con la que debe comenzar a subir un saltador de pértiga, si el listón se encuentra a 5,42 m e inicia el salto formando un ángulo de 45° con la horizontal.

Solución: 14,6 m s⁻¹

22. Un saltador de altura quiere superar el listón situado a 2,26 m de altura. Para ello bate con una velocidad de 5,0 m s⁻¹ y un ángulo de 74,5°.

Si su centro de gravedad se encuentra a 1,12 m del suelo, ¿logrará saltar dicha altura?

23. Una persona desde un acantilado lanza dos piedras con la misma velocidad inicial, una hacia abajo con un ángulo α con la horizontal y la otra hacia arriba con el mismo ángulo.

Calcula la relación entre sus velocidades cuando golpean el agua.

3 Movimientos circulares

Un **movimiento circular** es aquel cuya trayectoria es una circunferencia.

OBSERVA

Las atracciones de niños recorren espacios iguales en tiempos iguales con trayectoria circular, por tanto, su movimiento es **circular uniforme** (*mcu*).

Cuando el helicóptero arranca, un punto de las hélices tiene un movimiento que es aproximadamente **circular uniformemente acelerado** (*mcua*).

3.1. Magnitudes angulares

Para la descripción de los movimientos circulares mediante magnitudes angulares se sitúa el sistema de referencia en el centro de la circunferencia.

- La **posición angular** del móvil sobre la circunferencia se especifica con el **ángulo**, φ, que forma el vector posición con el eje X positivo. Se expresa en radianes (rad).
- La **velocidad angular media**, ω_m, es el cociente entre el ángulo girado por el vector posición y el tiempo transcurrido. Se expresa en **rad s^{-1}**:

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi - \varphi_0}{t - t_0}$$

- La **aceleración angular media**, α_m, es el cociente entre la variación de la velocidad angular y el tiempo transcurrido. Se expresa en **rad s^{-2}**:

$$\alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0}$$

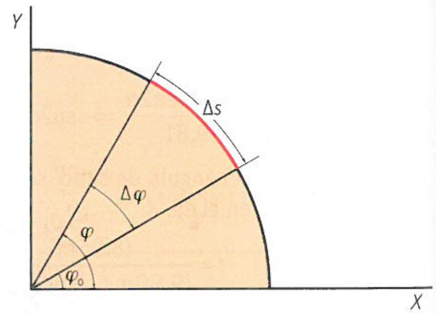


Figura 9.8. Magnitudes angulares.

Relación entre magnitudes lineales y angulares

Dado un arco de circunferencia y su ángulo correspondiente expresado en radianes:

$$\boxed{\Delta s = R\,\Delta\varphi}$$

Si se sustituye esta expresión en la de la velocidad media se obtiene la relación:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} R \Rightarrow \boxed{v_m = \omega_m R}$$

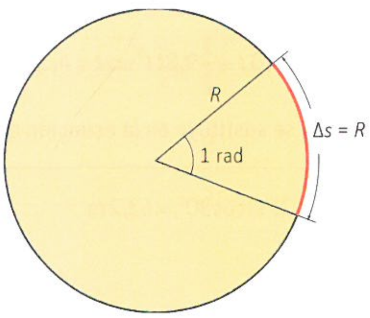
La relación entre la aceleración angular y la aceleración tangencial es:

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta(\omega_m R)}{\Delta t} = \frac{\Delta\omega_m}{\Delta t} R \Rightarrow \boxed{a_t = \alpha_m R}$$

Recuerda

Un **radián** es el ángulo cuyo arco de circunferencia tiene la misma longitud que el radio. El arco de una circunferencia completa medido con su radio es:

$$\frac{2\pi R}{R} = 2\pi \text{ rad}$$



ACTIVIDADES

24. Un hámster recorre un laberinto circular. Cuando se encuentra en una parte cuyo radio es 1,20 m, describe un ángulo de 90,0° en 2,20 s.

Determina las velocidades, lineal y angular, del ratón.

Solución: 0,857 m s^{-1} ; 0,714 rad s^{-1}

EJERCICIOS RESUELTOS

17 **El plato de un tocadiscos gira a 33,0 revoluciones por minuto (*rpm*). Calcula las velocidades, angular y lineal, de un punto situado a 10,0 cm del eje de giro.**

$$\frac{(33\,\text{rev})}{(1\,\text{min})} \cdot \frac{(2\cdot\pi\,\text{rad})}{(1\,\text{rev})} \cdot \frac{(1\,\text{min})}{(60\,\text{s})} = 3{,}5\,\text{rad s}^{-1} \Rightarrow \quad v = \omega R = (3{,}5\,\text{rad s}^{-1})(0{,}100\,\text{m}) = 0{,}35\,\text{m s}^{-1}$$

3.2. Movimiento circular uniforme (*mcu*)

Un **movimiento circular uniforme (*mcu*)** es aquel en que un móvil describe una trayectoria circular con velocidad angular constante.

En este caso la velocidad angular media coincide con la instantánea:

$$\omega = \omega_m = \frac{\varphi - \varphi_0}{t - t_0}$$

La ecuación del movimiento se obtiene considerando $t_0 = 0$ y despejando el ángulo:

$$\boxed{\varphi = \varphi_0 + \omega t}$$

Al ser $\omega =$ cte., el valor numérico de la velocidad lineal también es constante; sin embargo, por ser un movimiento curvilíneo, posee **aceleración normal**:

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R}$$

El movimiento circular uniforme es un **movimiento periódico**, ya que se repite cada vez que el móvil recorre toda la circunferencia.

- El **período, (T),** es el tiempo que un móvil tarda en dar una vuelta completa (2π radianes). Se mide en segundos (s).

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

- La **frecuencia, (ν),** es el número de vueltas que da el móvil cada segundo. Se expresa en en s^{-1}, unidad denominada hercio (Hz).

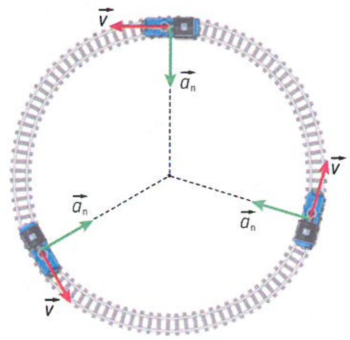
$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow \omega = 2\pi\nu$$

Movimiento circular uniforme	
Magnitudes lineales	**Magnitudes angulares**
$s = s_0 + vt$ $v =$ cte.	$\varphi = \varphi_0 + \omega t$ $\omega =$ cte.

Tabla 9.1. Semejanza entre las ecuaciones del *mcu* en coordenadas lineales y coordenadas angulares.

Recuerda

En el *mcu*, en cada instante cambia la dirección de la velocidad lineal; por tanto, existe aceleración normal.



EJERCICIOS RESUELTOS

18 **Un satélite artificial gira con una órbita de 4,22 · 10^7 m medida hasta el centro de la Tierra y tarda un día en dar una vuelta completa. Determina:**

a) **El período con el que orbita, la frecuencia y su velocidad angular.**

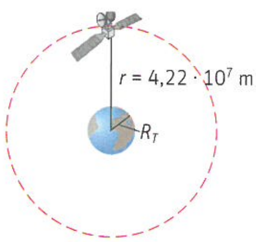
b) **Su velocidad lineal y su aceleración normal.**

c) **El ángulo girado en 15 min (expresa el resultado en radianes y en grados).**

a) Como el satélite gira con la misma velocidad angular que la Tierra, ambos deben tener el mismo período: $T = 24\,h = 8{,}64 \cdot 10^4$ s . La frecuencia es:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{(8{,}64 \cdot 10^4\,s)} = 1{,}16 \cdot 10^{-5}\,s^{-1}$$

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi(1{,}16 \cdot 10^{-5}\,s^{-1}) = 7{,}29 \cdot 10^{-5}\,rad s^{-1}$$



b) El radio de la órbita es $r = 4{,}22 \cdot 10^7$ m, por tanto:

$$v = \omega R = (7{,}29 \cdot 10^{-5}\,rad s^{-1})(4{,}22 \cdot 10^7\,m) = 3{,}08 \cdot 10^3\,m s^{-1}$$

$$a_n = \omega^2 R = (7{,}29 \cdot 10^{-5} rad s^{-1})^2 (4{,}22 \cdot 10^7 m) = 0{,}224\,m s^{-2}$$

c) $\varphi = \omega t = (7{,}29 \cdot 10^{-5}\,rad s^{-1})(15\,min)\dfrac{(60 s)}{(1 min)} = 6{,}6 \cdot 10^{-2}\,rad = 3{,}8°$

ACTIVIDADES

25. Un ventilador gira con una velocidad angular de 22 vueltas por segundo.

a) Calcula la velocidad lineal del extremo de una de sus aspas, que describe una circunferencia de 15 cm de radio.

b) Determina su aceleración normal.

c) ¿Qué longitud habrá recorrido ese punto en 2 h de funcionamiento?

Solución: **a)** 21 $m s^{-1}$; **b)** 2,9 · 10^3 m s^{-2}; **c)** 1,5 · 10^5 m

3.3. Movimiento circular uniformemente acelerado (*mcua*)

Recuerda

En el *mcua*, en cada instante cambia el módulo y la dirección de la velocidad lineal; por tanto, existen aceleración tangencial y aceleración normal. Al ser un movimiento uniformemente acelerado, la aceleración tangencial es constante.

Un **movimiento circular uniformemente acelerado (*mcua*)** es aquel en que el móvil describe una trayectoria circular con aceleración angular (α) constante.

En ellos, la aceleración angular media y la instantánea coinciden.

$$\alpha = \alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0}$$

Considerando $t_0 = 0$ y despejando ω, se obtiene la ecuación de la velocidad angular.

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha t}$$

La representación gráfica de esta ecuación es una recta de pendiente α. El área bajo esta recta y el eje X es el ángulo girado (Fig 9.8).

$$A = \varphi - \varphi_0 = \frac{\omega + \omega_0}{2}t = \frac{\omega_0 + \alpha t + \omega_0}{2}t = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\boxed{\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2}$$

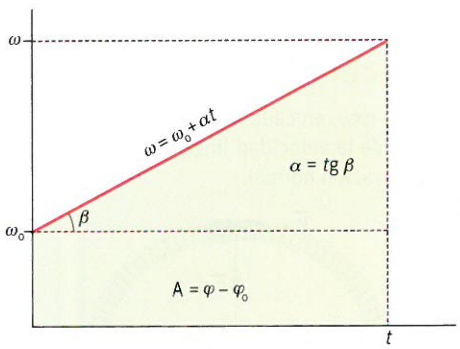


Figura 9.9. Expresión del ángulo girado en un *mcua*.

Movimiento circular uniformemente acelerado	
Magnitudes lineales	**Magnitudes angulares**
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\varphi$

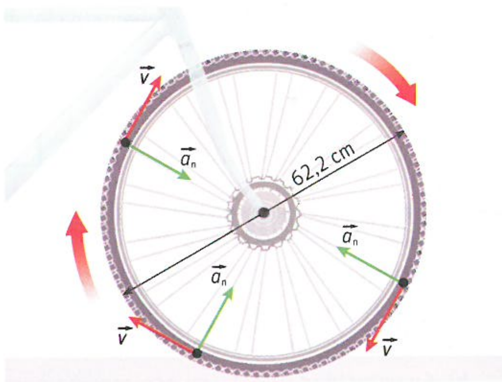
Tabla 9.2. Semejanzas entre las ecuaciones de un *mcua* en magnitudes lineales y angulares.

EJERCICIOS RESUELTOS

19 Un ciclista pasa en 250 m de 50,0 km h^{-1} a 70,0 km h^{-1} con un *mrua* para llegar a la meta. El diámetro de la rueda de la bicicleta es de 62,2 cm. Calcula:

a) La aceleración del ciclista y el tiempo que tarda en recorrer los 250 m.

b) La aceleración angular de la rueda y la aceleración normal de un punto exterior de la misma, en el momento final.



a) $70{,}0\,\text{kmh}^{-1} = 19{,}4\,\text{ms}^{-1}$; $50{,}0\,\text{kmh}^{-1} = 13{,}9\,\text{ms}^{-1}$

$$v_f^2 - v_0^2 = 2a\,\Delta x \Rightarrow a = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2\Delta x} = \frac{(19{,}4\,\text{ms}^{-1})^2 - (13{,}9\,\text{ms}^{-1})^2}{2(250\,\text{m})} = 0{,}366\,\text{ms}^{-2}$$

Esta aceleración es la componente tangencial.

$$v_f = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{v_f - v_0}{a} = \frac{(19{,}4 - 13{,}9)\,\text{ms}^{-1}}{(0{,}366\,\text{ms}^{-2})} = 15{,}0\,\text{s}$$

b) Como $a_t = \alpha R \Rightarrow \alpha = \frac{a_t}{R} = \frac{(0{,}366\,\text{ms}^{-2})}{(0{,}311\,\text{m})} = 1{,}18\,\text{rads}^{-2}$; $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(19{,}4\,\text{ms}^{-1})^2}{(0{,}311\,\text{m})} = 1{,}21 \cdot 10^3\,\text{ms}^{-2}$

ACTIVIDADES

26. Se suelta un yoyó que pasa de no girar a hacerlo a 3,2 vueltas por segundo en los 2,2 s que tarda en bajar.

a) Calcula su aceleración angular.

b) ¿Cuántas vueltas ha dado en el primer segundo?

Solución: a) $2{,}9\pi$ rad s^{-2}; b) 1 vuelta

27. El cigüeñal de un coche gira a 3500 *rpm*. Comienza a frenar a razón de 20 rad s^{-2} hasta pararse.

a) Calcula el tiempo que tarda en parar.

b) Determina las vueltas que da hasta parar.

Solución: a) 18 s; b) $5{,}3 \cdot 10^2$ vueltas

EJERCICIOS Y PROBLEMAS RESUELTOS

Movimientos rectilíneos

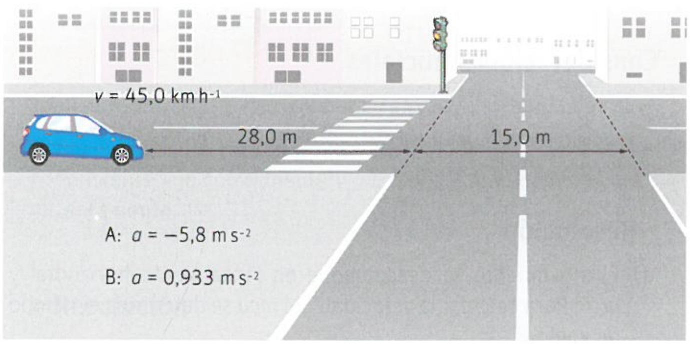
20 **Una persona que conduce un coche a 45,0 km h^{-1} se aproxima a una intersección en el momento en que el semáforo se pone ámbar. El conductor sabe que la luz amarilla dura solo 3,0 s antes de cambiar a rojo y el coche se encuentra a 28,0 m de la intersección que mide, a su vez, 15,0 m de ancho.**

Sabiendo que la aceleración de frenado es −5,8 m s^{-2} y que al acelerar el coche puede pasar de 45,0 km h^{-1} hasta 65,0 km h^{-1} en 6,0 s, ¿debería parar o acelerar para cruzar la intersección antes de que la luz cambie?

Nota: El conductor tarda 1,0 s en reaccionar antes de frenar o acelerar.

Consideraciones iniciales

- El conductor toma la decisión en 1,0 s, luego (2 s después) el semáforo cambia a rojo.
- El coche posee un *mru* durante el tiempo de reacción (1,0 s) y un *mrua* en los segundos siguientes.



▸ Resolución

Se expresan las velocidades en m s^{-1}: 45,0 km h^{-1} = 12,5 m s^{-1} y 65,0 km h^{-1} = 18,1 m s^{-1}
En el primer segundo recorre una distancia:

$$\Delta x = vt = (12{,}5\,\text{ms}^{-1})(1\,\text{s}) = 12{,}5\,\text{m}$$

con un *mru*.

Opción A:

Suponiendo que frena y considerando los 12,5 m como la posición inicial, x_0, del coche:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2a\Delta x = 2a(x_f - x_0)$$
$$0^2 - 12{,}5^2 = 2(-5{,}8)(x_f - 12{,}5)$$
$$x_f = 26\,\text{m}$$

Como el coche estaba inicialmente a 28 m de la intersección, frena a tiempo. El tiempo que tarda en frenar es:

$$v_f = v_0 + at$$
$$0 = 12{,}5 - 5{,}8\,t \Rightarrow t = 2{,}2\,\text{s}$$

Por tanto, el semáforo está en rojo desde hace 0,2 s.

Opción B:

Si hubiese acelerado, la aceleración del coche sería

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{(18{,}1\,\text{ms}^{-1}) - (12{,}5\,\text{ms}^{-1})}{(6{,}0\,\text{s})} = 0{,}93\,\text{ms}^{-2}$$

El conductor debe cruzar la calle en 2 s, que es el tiempo que tarda el semáforo para ponerse en rojo. En los 2 s recorrerá:

$$x_f = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$x_f = (12{,}5\,\text{m}) + (12{,}5\,\text{ms}^{-1})(2{,}0\,\text{s}) + \frac{1}{2}(0{,}93\,\text{ms}^{-2})(2{,}0\,\text{s})^2 = 39\,\text{m}$$

Como la distancia que debe cruzar es (28,0 + 15,0) m = 43,0 m, el conductor se encontraría todavía en medio del cruce.

> **CONCLUSIONES:** La decisión correcta es frenar cuando se ve el semáforo en ámbar (el Código de la Circulación indica que al ver un semáforo en ámbar el conductor debe parar si se garantiza la seguridad). Además, al intentar pasar, el conductor sobrepasaría la velocidad máxima en ciudad.

Caída libre

21 **Un malabarista está entrenando lanzamientos verticales con una mano. Si la mano se encuentra a 1,0 m del suelo y lanza la bola con una velocidad de 5,5 m s^{-1}, calcula:**

a) La altura máxima que alcanza la bola y el tiempo que tarda en alcanzarla.

b) El tiempo que tarda en llegar de nuevo la pelota a la mano y la velocidad con la que le llega teniendo en cuenta que el malabarista baja 20,0 cm la mano respecto de su posición inicial.

Consideraciones iniciales

- La bola está en caída libre. Su movimiento es un *mrua* con aceleración −9,81 m s^{-2}.

▸ Resolución

a) En el punto más alto:

$$v_f = 0;\ v_f = v_0 + at \Rightarrow 0 = 5{,}5 - 9{,}81t \Rightarrow t = 0{,}56\,\text{s}$$

La altura sobre el suelo es:

$$y_f = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$y_f = (1{,}0\,\text{m}) + (5{,}5\,\text{ms}^{-1})(0{,}56\,\text{s}) + \frac{1}{2}(9{,}8\,\text{ms}^{-2})(0{,}56\,\text{s})^2 = 2{,}5\,\text{m}$$

b) Para calcular el tiempo que tarda en llegar a la mano:

$$y_f = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0{,}8 = 1{,}0 + 5{,}5t - \frac{1}{2}9{,}81t^2 \Rightarrow t = 1{,}2\,\text{s}$$

La velocidad con la que llega es:

$$v_f = v_0 - gt = (5{,}5\,\text{ms}^{-1}) - (9{,}81\,\text{ms}^{-2})(1{,}2\,\text{s}) = -6{,}3\,\text{ms}^{-1}$$

smSaviadigital.com OBSERVA > **En este vídeo podrás identificar todas las situaciones posibles de caída libre.**

EJERCICIOS Y PROBLEMAS RESUELTOS

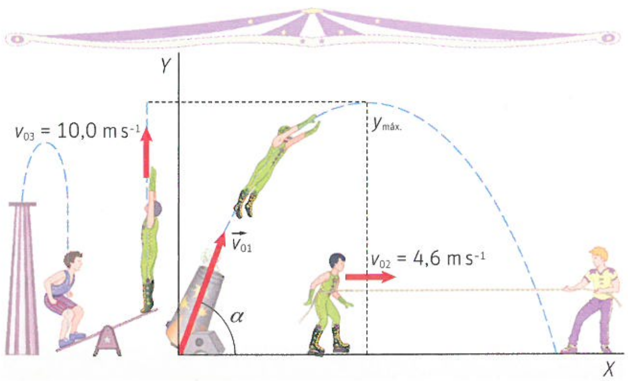
Composición de movimientos

22 Tres hermanos participan en un número de circo. Uno es lanzado con un cañón con una velocidad inicial desconocida y un ángulo α por encima de la horizontal. Al mismo tiempo el hermano de los patines sale del mismo sitio y es arrastrado a velocidad constante de 4,6 m s^{-1}.

Cuando el hermano lanzado con el cañón llega al suelo, el de los patines se encuentra en el mismo punto. A la vez, el tercer hermano es lanzado hacia arriba, con ayuda del mecanismo de la figura, con una velocidad de 10,0 m s^{-1} y alcanza su altura máxima a la vez que el del cañón.

a) Calcula el tiempo de vuelo de los dos hermanos, y la $\vec{v}_0$ y el ángulo de lanzamiento del lanzado con el cañón.

b) Calcula la altura máxima que alcanzan estos hermanos.



Consideraciones iniciales

- Al llegar a la vez al punto de alcance horizontal el del cañón y el de los patines, la componente horizontal de la velocidad del primero es la misma que la del segundo, es decir, 4,6 m s^{-1}.
- Al llegar a la altura máxima en el mismo instante el del cañón y el hermano que es lanzado verticalmente, la componente vertical de la velocidad es idéntica en ambos: 10,0 m s^{-1}.

▸ Resolución

a) El tiempo de vuelo se calcula teniendo en cuenta que al llegar al suelo, y = 0.

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 10{,}0t - \frac{1}{2}9{,}81t^2 \Rightarrow t = 2{,}04 \text{ s}$$

Los tres hermanos se mueven durante el mismo tiempo.

$$\vec{v}_0 = (4{,}60\vec{i} + 10{,}0\vec{j})\,\text{ms}^{-1} \Rightarrow |\vec{v}_0| = \sqrt{4{,}60^2 + 10{,}0^2} = 11{,}0\,\text{ms}^{-1}$$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{(10{,}0\,\text{ms}^{-1})}{(4{,}60\,\text{ms}^{-1})} \Rightarrow \alpha = 65{,}3^\circ$$

b) Los dos alcanzan la misma altura máxima. El tiempo de subida es la mitad del total 2,04/2 = 1,02 s.

$$y_{\text{máx.}} = (10{,}0\,\text{ms}^{-1})(1{,}02\,\text{s}) - \frac{1}{2}(9{,}81\,\text{ms}^{-2})(1{,}02\,\text{s})^2 = 5{,}10\,\text{m}$$

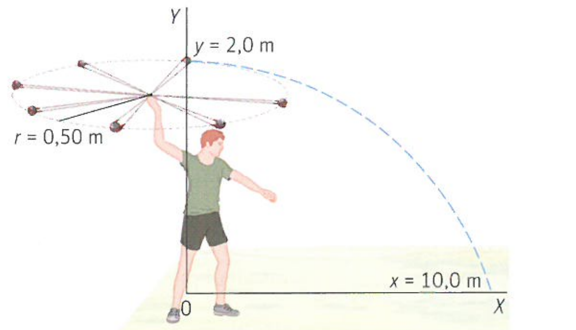
> **CONCLUSIONES:** Dos objetos lanzados, uno hacia arriba y otro oblicuo con igual velocidad vertical, tienen el mismo tiempo de vuelo.

Movimiento circular y lanzamiento horizontal

23 Un estudiante en el recreo hace girar una pelota atada a una cuerda sobre su cabeza con un *mcu* de 50,0 cm de radio, en un plano horizontal a una altura de 2,0 m sobre el patio. Repentinamente la cuerda se rompe, la pelota sale despedida horizontalmente y cae en el suelo. La distancia del punto de rotura al punto de caída es 10,0 m.

a) ¿Con qué velocidad angular giraba la pelota?

b) Calcula el vector $\vec{v}$ de la pelota cuando impacta con el suelo.



Consideraciones iniciales

- La velocidad de la pelota cuando gira es la que tiene cuando sale despedida después de romperse la cuerda.

▸ Resolución

a) El movimiento se descompone en lanzamiento horizontal y *mcu*. Para calcular la velocidad del *mcu* se determina el tiempo de vuelo:

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

$$0 = 2{,}0 - \frac{1}{2}9{,}81\,t^2 \Rightarrow t = 0{,}64\,\text{s}$$

Del alcance horizontal se obtienen la velocidad inicial:

$$x_{\text{máx.}} = v_0 t$$

$$v_0 = \frac{x_{\text{máx.}}}{t} = \frac{(10{,}0\,\text{m})}{(0{,}64\,\text{s})} = 15{,}6\,\text{ms}^{-1}$$

La relación entre la velocidad lineal y angular es:

$$v = \omega R$$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{(15{,}6\,\text{ms}^{-1})}{(0{,}500\,\text{m})} = 31{,}2\,\text{rads}^{-1}$$

b) Para determinar el vector velocidad cuando llega al suelo hay que determinar primero v_y:

$$v_y = -gt = -(9{,}81\,\text{ms}^{-2})(0{,}64\,\text{s}) = -6{,}3\,\text{ms}^{-1}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = (15{,}6\vec{i} - 6{,}3\vec{j})\,\text{ms}^{-1}$$

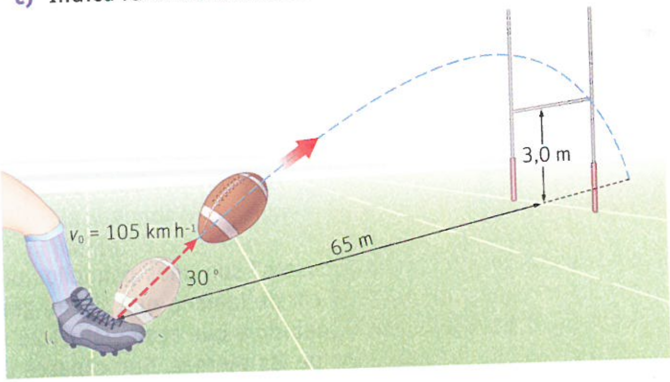
Lanzamiento oblicuo

24 Un jugador de rugby patea un balón hacia los palos. La velocidad de salida del balón es 105 km h^{-1} y el ángulo de lanzamiento es de 30,0°. La portería se encuentra a 65 m del punto de lanzamiento y el palo transversal está elevado 3,0 m sobre el césped.

a) Determina la velocidad del balón al cabo de 5 s del lanzamiento.

b) Calcula el tiempo de vuelo, el alcance máximo y la altura máxima del lanzamiento.

c) Indica razonadamente si marcará el tanto.



Consideraciones iniciales

- En un lanzamiento parabólico la componente v_x permanece constante y la componente v_y de la velocidad cambia constantemente.

Resolución

a) Las componentes de la velocidad al cabo de 5 s son:

$$\left.\begin{aligned} v_x &= v_0\cos\alpha \\ v_y &= v_0\,\text{sen}\,\alpha - gt \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} v_x &= (29{,}2\,\text{ms}^{-1})\cos 30{,}0° = 25{,}3\,\text{ms}^{-1} \\ v_y &= (29{,}2\,\text{ms}^{-1})\,\text{sen}\,30{,}0° - (9{,}81\,\text{ms}^{-2})(5{,}00\,\text{s}) = -34{,}5\,\text{ms}^{-1} \end{aligned}\right\}$$

b) El balón está en el aire hasta que $y = 0$. Por tanto, el tiempo de vuelo es:

$$0 = v_0 t\,\text{sen}\,\alpha - \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = \frac{2v_0\,\text{sen}\,\alpha}{g} = \frac{2(29{,}2\,\text{ms}^{-1})\,\text{sen}\,30{,}0°}{(9{,}81\,\text{ms}^{-2})} = 2{,}98\,\text{s}$$

El alcance máximo y la altura máxima son, respectivamente:

$$x_{\text{máx.}} = \frac{v_0^2\,\text{sen}\,2\alpha}{g} = \frac{(29{,}2\,\text{ms}^{-1})^2\,\text{sen}\,2\cdot 30{,}0°}{(9{,}81\,\text{ms}^{-2})} = 75{,}3\text{ m}$$

$$y_{\text{máx.}} = \frac{v_0^2\,\text{sen}^2\alpha}{2g} = \frac{(29{,}2\,\text{ms}^{-1})^2\,\text{sen}^2 30{,}0°}{2\cdot(9{,}81\,\text{ms}^{-2})} = 10{,}9\,\text{m}$$

c) Marcará el tanto ya que si $x = 65$ m:

$$t = \frac{x}{v_0\cos\alpha} = \frac{(65\,\text{m})}{(29{,}2\,\text{ms}^{-1})\cos 30{,}0°} = 2{,}6\,\text{s}$$

$$y = v_0 t\,\text{sen}\,\alpha - \frac{1}{2}gt^2 = 29{,}2\cdot 2{,}6\cdot\text{sen}\,30{,}0° - \frac{1}{2}\cdot 9{,}81\cdot 2{,}6^2 = 4{,}8\,\text{m} > 3{,}0\,\text{m}$$

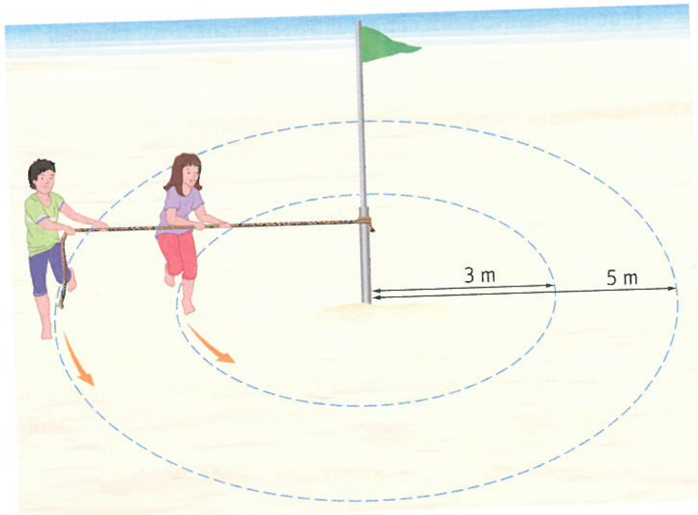
Movimiento circular uniformemente acelerado

25 Dos chicos están agarrados a una cuerda atada a un poste fijo que actúa de eje de giro. La cuerda se mantiene tensa. Uno de los chicos está situado a 3,0 m del poste y el otro, a 5,0 m. Empiezan a girar aumentando la velocidad uniformemente de modo que, a los 9,0 s, han dado 3,0 vueltas.

a) Determina la velocidad angular con la que giran al cabo de los 9,0 s.

b) ¿Se mueven los dos chicos con la misma velocidad lineal en ese momento?

c) ¿Qué aceleración experimenta el chico que se encuentra más alejado en ese momento?



Consideraciones iniciales

- En un *mcua* el móvil tiene aceleración normal y aceleración tangencial.

Resolución

a) Se escriben las ecuaciones del movimiento:

$$\begin{cases} \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \dfrac{1}{2}\alpha t^2;\ (2\pi\cdot 3{,}0) = \dfrac{1}{2}\alpha(9{,}0)^2 \Rightarrow \alpha = 0{,}47\,\text{rads}^{-2} \\ \omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + (0{,}47\,\text{rad s}^{-2})(3{,}0\,\text{s}) = 1{,}4\,\text{rads}^{-1} \end{cases}$$

b) La velocidad de la chica situada a 3 m es:

$$v = (1{,}4\,\text{rads}^{-1})(3{,}0\,\text{m}) = 4{,}2\,\text{ms}^{-1}$$

La velocidad del chico situado a 5 m es:

$$v = (1{,}4\,\text{rads}^{-1})(5{,}0\,\text{m}) = 7{,}0\,\text{ms}^{-1}$$

Los dos chicos no tienen la misma velocidad.

c)
$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t \Rightarrow \begin{cases} a_n = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(7{,}0\,\text{ms}^{-1})^2}{(5{,}0\,\text{m})} = 9{,}8\,\text{ms}^{-2} \\ a_t = \alpha R = (0{,}47\,\text{rads}^{-2})(5{,}0\,\text{m}) = 2{,}4\,\text{ms}^{-2} \end{cases}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{9{,}8^2 + 2{,}4^2} = 10\,\text{ms}^{-2}$$

> **CONCLUSIONES:** Si dos objetos están unidos al mismo eje de giro, el más alejado tendrá una velocidad lineal mayor.

ACTIVIDADES

Movimientos rectilíneos

28. Un chico que va en su bicicleta con una velocidad constante de 14 $km\,h^{-1}$ en una calle rectilínea sigue a otro compañero, que corre en el mismo sentido, a 5,0 $km\,h^{-1}$, también con velocidad constante. Si inicialmente estaban separados por una distancia de 100 m, calcula:

a) El tiempo que tardan en encontrarse.

b) La distancia que recorrió cada uno.

Solución: a) 40 s; b) 156 m y 56 m

29. Un vehículo recorre la distancia entre la ciudad A y la ciudad B con un *mru* de velocidad 60 $km\,h^{-1}$ y vuelve desde B hasta la ciudad A con otro *mru* de velocidad 40 $km\,h^{-1}$. Calcula la velocidad media del vehículo en el trayecto.

Solución: 48 $km\,h^{-1}$

30. En carretera y en ciudad la Dirección General de Tráfico recomienda dejar una distancia de seguridad entre dos coches en función de la velocidad, para compensar el tiempo de reacción y poder frenar ante paradas repentinas del coche de delante.

El tiempo de reacción del conductor se encuentra generalmente entre 0,30 s y 1,0 s, y la aceleración del frenado de los automóviles está entre 5,0 $m\,s^{-2}$ y 8,0 $m\,s^{-2}$.

Suponiendo que el coche en el que viajas puede frenar con una aceleración de 6,0 $m\,s^{-2}$ y que el conductor tiene un tiempo de reacción de 0,50 s, determina la distancia de seguridad para una velocidad inicial de 50 $km\,h^{-1}$.

Solución: 23 m

31. Los camaleones son capaces de extender su lengua a grandes distancias con rapidez para atrapar mosquitos. En un ataque típico, la lengua acelera a 269 $m\,s^{-2}$ durante 20 ms y luego viaja a una velocidad constante durante otros 30 $m\,s^{-1}$. ¿Qué distancia alcanza la lengua?

Solución: 0,22 m

32. Un atleta de 10 000 m necesita realizar una marca por debajo de 30,0 min para clasificarse para un campeonato del mundo. Cuando lleva 27,0 min le quedan por correr 1100 m. El corredor puede acelerar a 0,22 $m\,s^{-2}$. ¿Durante cuántos segundos debe aplicar esta aceleración para poder conseguir la marca buscada?

Solución: 3,1 s

33. En una prueba en un laboratorio donde testan vehículos, lanzan un vehículo a 108 $km\,h^{-1}$ frontalmente contra un obstáculo. Si el coche se comprime 1,0 m, calcula la aceleración a la que se ve sometido el vehículo y en qué tiempo como máximo debería inflarse el airbag.

Solución: −450 $m\,s^{-2}$; 0,067 s

34. Un automóvil viaja en línea recta por una carretera a una velocidad de 79,2 $km\,h^{-1}$. En el instante en que rebasa un aviso de stop, comienza a frenar con una aceleración de módulo 2,90 $m\,s^{-2}$.

a) ¿Cuál es el módulo de la velocidad del automóvil 30,0 m después del aviso?

b) Si el automóvil continua frenando, determina si ha cometido o no una imprudencia grave, sabiendo que el aviso de stop se encuentra a 70 m de la señal.

Solución: a) 17,6 $m\,s^{-1}$

35. Al entrar en un pueblo se observa que existe una limitación de velocidad de 70,0 $km\,h^{-1}$. En el pueblo se ha instalado una cámara que toma 32 imágenes por segundo, con la finalidad de determinar la velocidad de los vehículos. Si un automóvil de longitud 2,50 m aparece en cinco imágenes de la cámara, ¿infringe la ley?

Caída libre

36. Los *bushbabies* o "bebés arbustos" son unos pequeños primates africanos de unos 15 cm de tamaño que tienen gran capacidad de salto vertical, debido a que acumulan el 25 % de su masa en los músculos de las piernas. Son capaces de saltar en vertical hasta una altura de 2,3 m. Para conseguirlo aceleran estirando rápidamente sus piernas 0,15 m. Calcula la aceleración que imprimen con sus piernas.

Solución: $1{,}5 \cdot 10^2$ $m\,s^{-2}$

37. Desde la boca de un pozo profundo se suelta una piedra que cae libremente. El ruido que produce al llegar al fondo se escucha exactamente 4,7 s después de haberla soltado. Sabiendo que el sonido viaja a una velocidad constante de 340 $m\,s^{-1}$, halla la profundidad del pozo.

Solución: 95 m

38. Un globo aerostático es una aeronave no propulsada que se sirve del principio de Arquímedes para volar. Consta de una bolsa que encierra un gas más ligero que el aire y de una barquilla sujeta a la misma. Un globo sube verticalmente con una velocidad de 5,1 $m\,s^{-1}$ y se suelta el objeto cuando el globo está a 22 m del suelo.

a) Calcula la posición y velocidad del objeto al cabo de 0,25 s y de 2,0 s. Interpreta el resultado.

b) Determina el tiempo que tarda en llegar al suelo y la velocidad en ese instante.

Solución: a) 23 m y 2,7 $m\,s^{-1}$; 12,6 m y −14,5 $m\,s^{-1}$; b) 2,7 s y −21 $m\,s^{-1}$

39. Desde un punto del acueducto de Segovia se lanza, verticalmente hacia arriba, con una velocidad de 10 $m\,s^{-1}$, una pelota que tarda 3,6 s en llegar al suelo. Calcula:

a) La velocidad de la pelota a los 2,2 s.

b) La altura máxima que alcanza la pelota.

c) La altura del acueducto en dicho punto.

d) La velocidad de la pelota al llegar al suelo.

Solución: a) −11,6 $m\,s^{-1}$; b) 33 m; c) 28 m; d) −25 $m\,s^{-1}$

40. La torre Eiffel consta de una base, de tres plantas situadas a diferentes alturas y una antena.

Desde el suelo de la tercera planta cae un objeto. Una persona mide el tiempo que tarda en pasar entre la segunda y la primera planta.

Sabiendo que este tiempo es de 0,97 s y que la segunda planta se encuentra 58,4 m por encima de la primera, determina la distancia entre ambas plantas.

Solución: 159 m

Composición de movimientos

41. Una paloma se eleva desde el suelo verticalmente hacia arriba, con una velocidad de 6,5 $m\,s^{-1}$. El viento sopla horizontalmente a 8,2 $m\,s^{-1}$. Calcula:

a) La velocidad de la paloma respecto al suelo.

b) El tiempo en desplazarse verticalmente 256 m.

c) La distancia que recorre la paloma en ese tiempo.

Solución: a) $\vec{v} = (8{,}2\vec{i} + 6{,}5\vec{j})$ ms^{-1}; b) 39 s; c) $4{,}1 \cdot 10^2$ m

42. Huckleberry Finn, el famoso personaje de Mark Twain, huye de su padre montado en una balsa por el río Misisipi. La balsa se mueve perpendicularmente a la orilla con una velocidad de 0,65 $m\,s^{-1}$. La velocidad del agua del río es de 3,5 $m\,s^{-1}$.

a) Calcula la velocidad que lleva la balsa respecto a la orilla.

b) Si en ese tramo el río tiene una anchura de 85 m, ¿cuánto tiempo tardará en llegar a la otra orilla? ¿Qué distancia habrá sido arrastrado aguas abajo?

c) ¿Cuál es su vector posición en ese momento?

d) En otro momento de su huida, con la ayuda de Jim, intenta remontar el río. Lo hacen por una zona de aguas tranquilas en la que la corriente baja a una velocidad de 0,45 $m\,s^{-1}$. ¿Con qué velocidad deben impulsar la balsa para recorrer 112 m en 41 s?

Solución: a) $\vec{v} = (3{,}5\vec{i} + 0{,}65\vec{j})\,ms^{-1}$; b) $1{,}3 \cdot 10^2$ s y $4{,}6 \cdot 10^2$ m;

c) $\vec{r} = (4{,}6 \cdot 10^2\,\vec{i} + 85\vec{j})$ m ; d) 3,2 $m\,s^{-1}$

43. Un avión vuela de un punto A a otro B, situado a 1200 km al norte del primero, a 600 $km\,h^{-1}$ respecto al aire en reposo. El piloto pone rumbo norte pero el viento, que sopla en dirección este a 100 $km\,h^{-1}$, lo desvía de su ruta. Calcula la distancia recorrida por el avión después de 2 h de vuelo y también la velocidad y la dirección en la que debería haber volado para llegar a su destino en 2 h.

Solución: a) 1216 km; b) 608 $km\,h^{-1}$ y $\alpha = 99{,}5°$

Lanzamientos horizontales

44. Un jugador de balonmano lanza horizontalmente un balón con una velocidad de 20,0 $m\,s^{-1}$ desde una altura que dista 2,0 m del suelo. Otro jugador está a 14 m en línea recta del lanzador. ¿Alcanzará bien la pelota sin moverse?

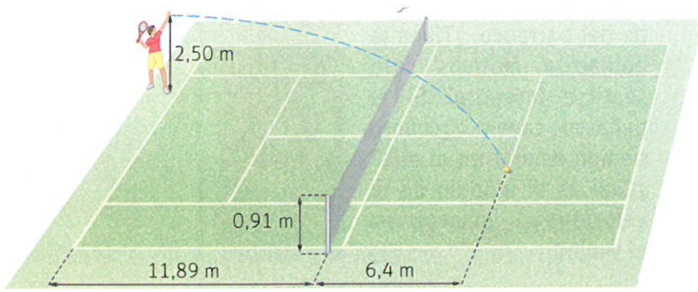
45. En la película *Dos hombres y un destino* los protagonistas, Butch Cassidy y Sundance Kid, huyen de sus perseguidores y llegan a un acantilado de 96 m de altura. Deciden saltar y lo hacen horizontalmente con una velocidad de 1,2 $m\,s^{-1}$.

a) ¿Con qué velocidad llegan al agua y a qué distancia de la base del acantilado caen?

b) Realmente la escena se rueda con especialistas, pero los actores, Robert Redford y Paul Newman, para simular la escena, saltaron con igual velocidad sobre un colchón de 3,4 m de largo. ¿Desde qué altura saltaron si cayeron en el centro del colchón?

Solución: a) $\vec{v} = (1{,}2\vec{i} - 43\vec{j})\,ms^{-1}$; 5,3 m b) 9,6 m

46. Un jugador de tenis realiza un saque golpeando horizontalmente la bola. Con los datos de la figura, calcula la velocidad mínima de golpeo para que la pelota pase rozando la red e impacte en el cuadro del servicio.



Solución: 21 $m\,s^{-1}$

47. Una avioneta transporta ayuda humanitaria y vuela horizontalmente a 1500 m de altura. Lanza los paquetes a una distancia de 520 m sobre la vertical.

a) Calcula la velocidad que debe llevar la avioneta para que caiga en el punto indicado.

b) Determina la velocidad con la que llega el paquete a tierra.

c) Si el avión no cambia de dirección ni de velocidad, ¿dónde se encontrará cuando la ayuda lleve 3,0 s por el aire? ¿Cuál es el vector posición, para ese instante, de la ayuda, medido desde el suelo?

Solución: a) 30 $m\,s^{-1}$; b) $\vec{v} = (30\vec{i} - 172\vec{j})\,ms^{-1}$; c) $\vec{r} = (89\vec{i} + 1456\vec{j})$ m

ACTIVIDADES

Lanzamientos oblicuos

48. En la película *Speed* un grupo de personas van en un autobús que lleva una bomba que explotará si el autobús lleva una velocidad inferior a 80,0 $km\,h^{-1}$. El autobús tiene que cruzar un puente en obras que tiene un agujero de 16 m. Al llegar a él deciden saltar con el autobús. La inclinación del puente es de 5,0°. Al iniciar el salto el velocímetro marca 108 $km\,h^{-1}$. El autobús consigue saltar y las personas sobreviven.

¿Crees que el guionista ideó esta secuencia pensando que esta situación era correcta desde el punto de vista de la Física?

49. Jan Zelezny está considerado el mejor lanzador de jabalina de todos los tiempos. Ostenta el récord del mundo con 98,48 m. Cuando lanzó la jabalina esta se encontraba a 1,89 m del suelo y realizó el lanzamiento con un ángulo de 40° sobre la horizontal.

a) Calcula la velocidad con la que la lanzó.

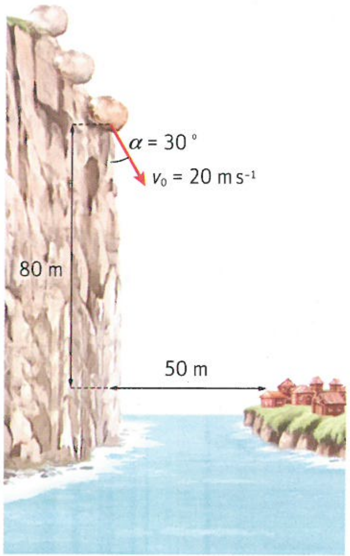
b) Indica el valor numérico de la velocidad cuando la jabalina llegó al suelo.

c) ¿Cuál fue la altura máxima que alcanzó?

Solución: a) 31 $m\,s^{-1}$; b) 32 $m\,s^{-1}$; c) 22 m

50. Un gran peñasco descansa sobre un barranco, por encima de un pueblo. Se encuentra en una posición tal que si rodase saldría despedido con una velocidad de 20 $m\,s^{-1}$, a 80 m de altura como se indica en la figura.

Las casas del pueblo se encuentran a 50 m del borde del barranco. ¿Tiene la población motivos para sentirse insegura? Si el peñasco cayera, ¿cuánto tiempo estaría en el aire? ¿Cuál es el módulo de la velocidad al impactar en el suelo?



Solución: 2,6 s; 44 $m\,s^{-1}$

51. Un portero de fútbol golpea la pelota con una velocidad de 15 $m\,s^{-1}$ y un ángulo de lanzamiento de 60°. Halla los instantes en que el vector velocidad forma ángulos de 45° y −45° con la horizontal. Escribe las coordenadas de las posiciones de la pelota en esos instantes.

Solución: 0,56 s y $\vec{r}_1 = (4{,}2\vec{i} + 5{,}7\vec{j})$ m ;2,09 s y $\vec{r}_2 = (16\vec{i} + 5{,}7\vec{j})$ m

52. Un jugador de baloncesto lanza a canasta desde 2,00 m de altura, con una velocidad de 10,7 $m\,s^{-1}$ y un ángulo de 40°. La pelota tarda 1,22 s en llegar a la canasta.

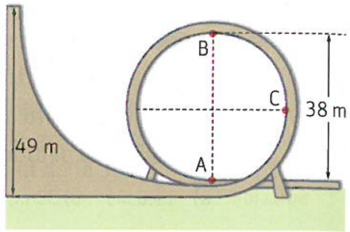
a) Calcula la altura máxima que alcanza la pelota.

b) Determina la velocidad de la pelota a los 0,72 s.

Solución: a) 4,41 m; b) $\vec{v} = (8{,}2\vec{i} - 0{,}18\vec{j})\,m\,s^{-1}$

Movimiento circular

53. El *Dragon Khan* de Port Aventura tiene un bucle de 38,0 m. Tras una caída de 49 m de pendiente, el tren alcanza una velocidad de 30,6 $m\,s^{-1}$ en el punto A, velocidad con la que comienza el bucle. En el punto más alto, B, la velocidad es de 13,8 $m\,s^{-1}$.



a) Calcula la aceleración normal en ambos puntos.

b) Calcula la aceleración tangencial en C (en medio del trayecto entre A y B) y la aceleración angular.

Solución: a) 49,3 $m\,s^{-2}$ y 10,0 $m\,s^{-2}$; b) 9,81 $m\,s^{-2}$ y 0,516 $rad\,s^{-2}$

54. En una marcha cicloturística, un ciclista mantiene una velocidad constante de 26,2 $m\,s^{-1}$. Se sabe además que el diámetro de la rueda es de 559 mm.

a) ¿Cuántas vueltas habrán dado sus ruedas en 15,2 min?

b) ¿Qué velocidad angular llevan?

Solución: a) $1{,}36 \cdot 10^4$ vueltas; b) 93,7 $rad\,s^{-1}$

55. Una rueda, puesta en movimiento por un motor, ha girado 0,50 rad durante el primer segundo.

a) ¿Cuántas vueltas dará la rueda en los 10,0 primeros segundos si suponemos que la aceleración angular es constante durante ese tiempo?

b) ¿Cuál será la velocidad lineal de un punto de la llanta en ese momento si el radio de la rueda es de 50,0 cm?

c) Calcula la aceleración de frenado si el motor deja de funcionar cuando la rueda gira a 120 *rpm* y esta tarda 6 min en pararse.

Solución: a) 7,96 vueltas; b) 5,0 $m\,s^{-1}$; c) $-3{,}49 \cdot 10^{-2}$ $rad\,s^{-2}$

smSaviadigital.com

56. En esta dirección encontrarás la animación de una moto de agua cruzando un río. Si la corriente tiene una velocidad de 3 $m\,s^{-1}$ y la moto de 5 $m\,s^{-1}$, con un ángulo de la proa de 89°, la moto tarda en cruzar 22,2 s.

a) ¿Qué distancia ha arrastrado la corriente al río?

b) ¿Cuál es la anchura del río?

c) ¿Depende el tiempo que tarda en cruzar el río de la velocidad de la corriente?

57. En esta animación puedes experimentar con lanzamientos oblicuos.

a) Para un ángulo de 30° y una v_0 de 18 $m\,s^{-1}$, calcula el alcance máximo con ayuda de la regla incorporada.

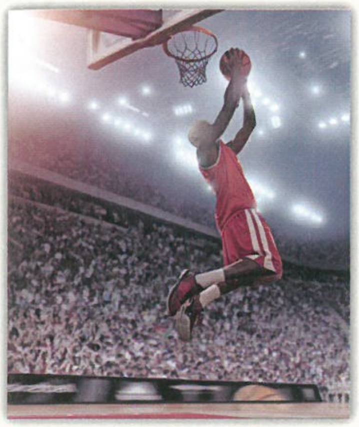
b) Observa cómo varía el alcance si vas cambiando el tipo de objeto que lanzas. Explica el hecho.

RESUELVE

smSaviadigital.com VALORA LO APRENDIDO > Realiza estas actividades de autoevaluación para comprobar los conocimientos adquiridos.

LA FÍSICA Y... EL BALONCESTO

En algunas retransmisiones deportivas explican que el tiro en suspensión en el baloncesto consta de tres fases: saltar en vertical; "quedarse o permanecer en el aire", que es el instante en el que se llega a la máxima altura cuando debe efectuarse el lanzamiento; y tirar a canasta. ¿Se puede permanecer quieto en el aire? ¿Cuánto tiempo está un jugador de baloncesto en el aire?



Mucha gente piensa que un jugador de baloncesto permanece en el aire 2 o 3 s y también cree que realizar movimientos en el aire, como agitar las piernas o los brazos, modifica el tiempo de permanencia. Como se ha estudiado en esta unidad todo lanzamiento vertical es un *mrua* con una aceleración de $-9{,}81$ m s^{-2}. Esta aceleración, junto al impulso de las piernas, marcará el tiempo que está en el aire.

Sabemos que el salto comienza con una velocidad inicial. Mientras nuestro cuerpo se eleva, esta velocidad va disminuyendo, de tal manera que en la altura máxima la velocidad es cero, y a partir de ese momento comenzamos a caer. Entonces, nuestra velocidad va aumentando en módulo hasta llegar al suelo con la misma velocidad (cambiada de signo) con la que iniciamos el salto. Por tanto, en el tiro en suspensión, ningún jugador permanece quieto en el aire para tirar; lo que ocurre es que el jugador arma su brazo para hacerlo justo en el punto más alto, instante en el cual su velocidad es nula. Se genera así en nuestro cerebro el efecto óptico de que todo el proceso de lanzamiento lo ha realizado en dicho instante.

Ahora calculemos el tiempo de permanencia en el aire. Pocas personas saltan desde parado y en vertical más de 60 cm; esta altura supone un tiempo de caída:

$$t=\sqrt{\frac{2y}{g}}=\sqrt{\frac{2(0{,}6\ \text{m})}{(9{,}8\ \text{ms}^{-2})}}=0{,}35\ \text{s}$$

Como el tiempo de subida es el mismo, el tiempo de permanencia total en el aire es de unos 0,70 s. ¡Seguro que es mucho menos de lo que te imaginabas!

En 1986 Spud Webb, jugador de baloncesto de la NBA, consiguió dar un salto en vertical de pie de 1,25 m, es decir, elevó su centro de gravedad esa distancia (este jugador de 1,68 m de altura se convirtió en 1986 en el jugador más bajo en ganar el concurso de mates de la NBA). Si se procede de la misma manera que antes, el tiempo de subida es 0,505 s, con un tiempo de permanencia de 1,01 s. ¡Una persona no permanece en el aire más de 1 s!

¿Qué ocurre con los saltos en carrera? El tiempo en el aire solo depende de la velocidad vertical del saltador al despegarse del suelo. Mientras está en el aire su velocidad horizontal no varía, pero la vertical sí lo hace, ya que "también" está sometida a la aceleración de la gravedad. Si miras el ejercicio resuelto 15 observarás que, a pesar de los 8,90 m del salto, la altura máxima que alcanza es 1,39 m y su tiempo de permanencia en el aire es 1,06 s.

1. Marca en una pared una señal con tu brazo estirado, salta en vertical y en lo más alto haz otra marca, mide la distancia entre ambas. Calcula tu tiempo de permanencia en el aire.
2. Un jugador de 1,90 m realiza un mate elevándose en vertical 0,83 m. Otro jugador de 2,04 m realiza el mismo mate, pero elevándose 0,74 m. ¿Cuál de los dos permanece más tiempo en el aire?

Autoevaluación

1. En un lanzamiento horizontal, el objeto:
   a) No está en caída libre.
   b) Está en caída libre.
   c) No se puede saber si está en caída libre.
   d) Solo está en caída libre si $v_0 = 0$.
2. En un lanzamiento oblicuo:
   a) La $y_{\text{máx.}}$ se alcanza en la mitad del tiempo de vuelo.
   b) La $y_{\text{máx.}}$ se alcanza al final del tiempo de vuelo.
   c) La $x_{\text{máx.}}$ no depende de la velocidad inicial.
   d) La $x_{\text{máx.}}$ no depende del ángulo de lanzamiento.
3. Los lanzamientos rasantes y por elevación con igual alcance:
   a) Tienen distinta velocidad inicial.
   b) Tienen distinto ángulo de lanzamiento.
   c) Tienen igual altura máxima.
   d) Tienen igual tiempo de vuelo.
4. Indica, de forma razonada, la afirmación correcta para un avión en vuelo horizontal que deja caer un objeto.
   a) Un observador situado en el avión observa que el objeto describe una trayectoria parabólica.
   b) El objeto se mantiene durante su caída en la misma vertical que el avión.
   c) Un observador situado en el avión observa que el objeto cae con un *mru*.
   d) Un observador que cae junto con el objeto observa que este cae con *mrua*.
5. Un tubo de ensayo en una centrifugadora que frena:
   a) Solo tiene a_n.
   b) Solo tiene a_t.
   c) Tiene a_n y a_t.
   d) No tiene aceleración.
6. Una canica se introduce por un tubo circular de 76 cm de diámetro, apoyado en una mesa, con $v = 2{,}5$ m s^{-1}. Su aceleración 1,0 cm después de salir del tubo es:
   a) 8,2 ms^{-2} b) 16,4 ms^{-2} c) 0 d) 0,082 ms^{-2}