TEMA 3: ÓPTICA GEOMÉTRICA

1. INTRODUCCIÓN

La luz es una **onda electromagnética**, pero muchos de sus aspectos se pueden estudiar fijándonos únicamente en su propagación rectilínea (rayo), sin necesidad de considerar su carácter electromagnético. El estudio del comportamiento de un rayo de luz, cuando cruza las superficies de separación entre diferentes medios transparentes, homogéneos e isótropos , es el que se conoce como óptica geométrica.

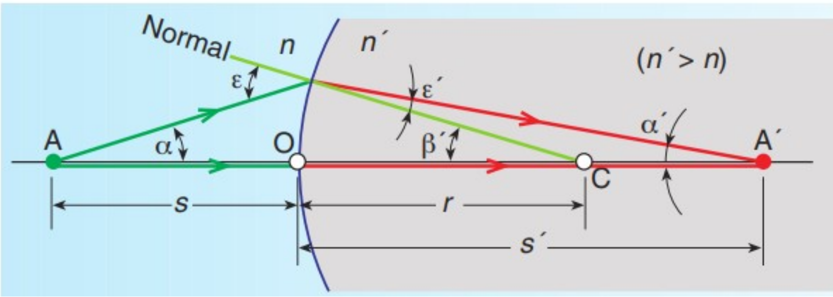
Un conjunto de superficies, de forma geométrica sencilla, que separan medios de distinto índice de refracción, forman lo que se llama un sistema óptico. El **sistema óptico** más simple es el **dioptrio**: consiste en *dos medios transparentes, homogéneos e isótropos de distinto índice de refracción separados por una sola superficie, que no refleja la luz.* La óptica geométrica supone que:

• En los medios homogéneos e isótropos, la luz se propaga en línea recta.
• Si cumplen las leyes de la reflexión y de la refracción.
• El camino seguido por un rayo no depende del sentido en que se propague: si un rayo parte de A y llega a C, pasando por B, si partiese de C en dirección a B, llegaría a A.

2. NORMAS DIN

En el estudio de la óptica geométrica necesitamos introducir un convenio de signos: seguiremos las normas DIN, que resumidas son:

• Las figuras se dibujan de modo que la **luz incidente procede de la izquierda** y se propaga hacia la derecha.
• Las **distancias** se representan con letras **minúsculas** y los *puntos* con letras *mayúsculas*. Para los ángulos se utilizan letras griegas.
• Los símbolos (letras) que hacen referencia a la **imagen** y a las magnitudes relacionadas con ella son los mismos que los del objeto, añadiéndole el signo “**prima**”.
• El origen de coordenadas es el **vértice** del dioptrio (punto O) y el eje OX es el **eje óptico**.
• Las **distancias horizontales** son positivas o negativas según nos desplacemos hacia la derecha o hacia la izquierda, respectivamente, del vértice del sistema óptico: es como si el vértice estuviera situado en el origen de coordenadas. En la figura, las distancias *r* y *s’* son positivas mientras que *s* es negativa.



Un medio se dice:
• Transparente cuando deja pasar la luz a su través.
• Homogéneo cuando tiene la mesma composición en todos los puntos
• Isótropo cuando tiene las mismas propiedades en todas direcciones.

- Las **distancias verticales** son *positivas o negativas* según nos desplacemos hacia arriba o hacia abajo, respectivamente, del eje óptico.
- Los **ángulos de incidencia, reflexión y refracción** de un rayo son positivos si para hacer coincidir el rayo con la normal a la superficie por el camino más corto hay que girarlo en el sentido horario. En caso contrario el ángulo es negativo. Los ángulos ε y ε’ son positivos.
- El ángulo formado por un rayo o por la normal con el eje óptico es positivo si para hacer coincidir el rayo o la normal sobre el eje por el camino más corto hay que hacer el giro en el sentido antihorario. En caso contrario, el ángulo es negativo. Así los ángulos β’ y α’ son positivos y el α negativo.

3. DIOPTRIO

El dioptrio es el sistema óptico formado por una sola superficie que no refleja la luz (solo la refracta) y separa dos medios transparentes, homogéneos e isótropos, de distinto índice de refracción. Según la forma geométrica de la superficie, puede ser esférico o plano.

3.1. Dioptrio esférico

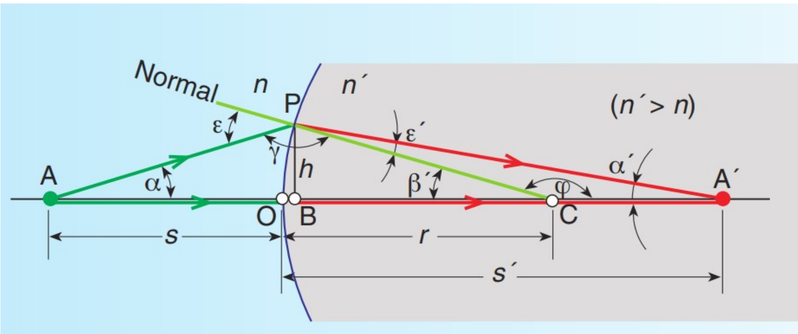
Es un dioptrio en el que la superficie de separación de los dos medios tiene la forma esférica. El centro de la superficie esférica a la que pertenece el dioptrio es el centro de curvatura del dioptrio, C, y el radio de esta superficie es el radio de curvatura del dioptrio, r. Según el signo del radio podemos hablar del dioptrio esférico cóncavo, r < 0, y convexo, r > 0. Este último es lo que se representa en la figura anterior.

El eje de simetría de la superficie esférica es el eje del dioptrio o eje óptico y el punto de corte de este eje con la superficie del dioptrio es el llamado, polo, centro óptico o vértice del dioptrio, O. Cualquier otra recta que pase por el centro de curvatura y corte a la superficie esférica es un eje secundario.

La distancia del punto objeto, A, al vértice el dioptrio, O, es la **distancia objeto**, *s*. La distancia del vértice del dioptrio, O, al punto imagen, A', es la **distancia imagen**, *s'*

Ecuación fundamental del dioptrio esférico

Para este estudio vamos a utilizar un casquete esférico de radio r, centro C y vértice O; que separa dos medios de índices de refracción n y n', siendo n'>n. Un punto luminoso A sobre el eje óptico manda un rayo AP, que forma un ángulo α con el eje del dioptrio y se refacta siguiendo el camino PA' formando, también con el eje óptico, un ángulo α'. Si n'>n, el rayo refractado se aproxima a la normal y ε'<ε. El rayo AO no sufre desviación (es perpendicular a la superficie esférica) y corta el raio PA' en A'; por lo tanto, el punto A', punto en el que tiene lugar la intersección de dos rayos refractados, es la imagen de A.



Para simplificar los cálculos, consideramos que los rayos luminosos son paraxiales. En este caso los rayos que intervienen en a formación de al imagen están muy próximos al eje óptico (los rayos y el eje se pueden considerar paralelos), cumpliéndose que las distancias PB y OB son despreciables frente a s, s' y r. En consecuencia, en la zona paraxial, los senos y las tangentes de los ángulos se pueden sustituir por el valor de los propios ángulos expresados en radianes. Aplicando la ley de Snell para la refracción resulta:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n'}{n} \rightarrow \frac{\text{sen } \varepsilon}{\text{sen } \varepsilon'} = \frac{n'}{n} \rightarrow n \cdot \text{sen } \varepsilon = n' \cdot \text{sen } \varepsilon' \rightarrow n \cdot \varepsilon = n' \cdot \varepsilon'$$

Buscamos la relación que liga el punto objeto, A, con el punto imagen, A', con las características del dioptrio. Fijándonos en la figura anterior podemos escribir las siguientes igualdades:

$$\left.\begin{aligned} |\varepsilon'| + |\alpha'| + |\varphi| &= 180^\circ \\ |\beta'| + |\varphi| &= 180^\circ \end{aligned}\right\} \rightarrow |\varepsilon'| + |\alpha'| = |\beta'| \rightarrow \varepsilon' + \alpha' = \beta'$$

(Los tres ángulos son positivos)

$$\left.\begin{aligned} |\alpha| + |\beta'| + |\gamma| &= 180^\circ \\ |\varepsilon| + |\gamma| &= 180^\circ \end{aligned}\right\} \rightarrow |\alpha| + |\beta'| = |\varepsilon| \rightarrow -\alpha + \beta' = \varepsilon$$

(α es negativo y β' y ε son positivos).

Combinando estas dos últimas expresiones con la lei de Snell resulta:
n·(β'–α) = n'·(β'– α')
En los triángulos de la figura y para rayos paraxiales se obtienene las siguientes igualdades:
tx α = h/s = α; tx β' = h/r = β'; tx α' = h/s' = α'

Sustituyendo estas igualdades en la anterior ecuación resulta:

$$n\left(\frac{h}{r}-\frac{h}{s}\right)=n'\left(\frac{h}{r}-\frac{h}{s'}\right) \rightarrow \boldsymbol{n\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{s}\right)=n'\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{s'}\right)}$$

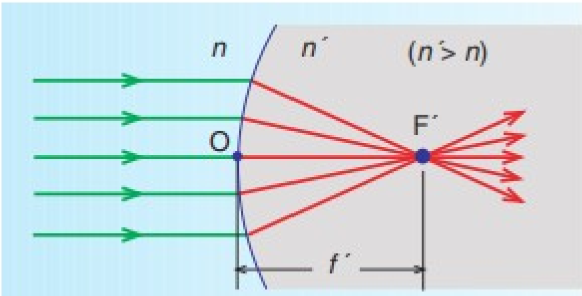
Esta ecuación se conoce como invariante de Abbe . También la podemos escribir de la forma:

$$\boxed{\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{n'-n}{r}}$$

que es la ecuación fundamental del dioptrio esférico. Nos permite relacionar la distancia objeto con la distancia imagen conociendo las características del dioptrio
De la ecuación anterior, válida para rayos paraxiales, deducimos que la distancia imagen, s', es independiente del ángulo que forma el rayo incidente con el eje del dioptrio, por lo que todos los rayos que salen de un punto objeto, A, se juntan en un mismo punto imagen, A'. El sistema óptico que cumple esta condición se conoce como **estigmático**; en caso contrario el sistema se llama **astigmático**.

Focos y distancias focales

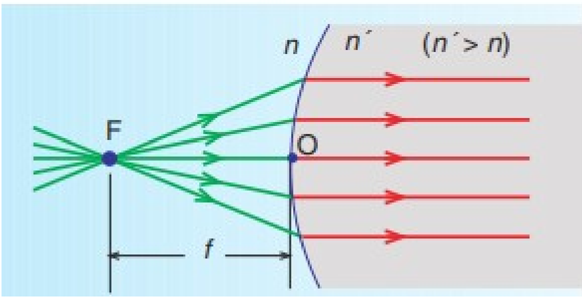
Cuando un punto objeto se encuentra a una distancia infinita (s = –∞), los rayos que llegan al dioptrio son paralelos al eje óptico y la imagen se forma en un punto del eje, llamado foco imagen, F', a una distancia que se conoce como distancia focal imagen, f', y se puede obtener sustituyendo en la ecuación fundamental los valores de s = –∞ y s'= f'



$$\frac{n'}{f'}-\frac{n}{-\infty}=\frac{n'-n}{r} \rightarrow f'=r\cdot\frac{n'}{n'-n}$$

Esta expresión nos dice que:
• Si r > 0 y n'> n se obtiene que f '> 0: el foco imagen, F', está a la derecha del vértice del dioptrio.
• Si r > 0 y n'< n se obtiene que f '< 0: el foco imagen, F', está a la izquierda del vértice del dioptrio. Análogas consideraciones se pueden hacer para el caso de que el dioptrio sea cóncavo, r <0

El foco objeto, F, es el punto del eje de donde deben salir los rayos para que una vez que atraviesen el dioptrio salgan paralelos al eje óptico, por lo que s' = ∞. A la distancia entre el foco objeto y el vértice del dioptrio se le llama distancia focal objeto, f. Operando como para la distancia focal imagen resulta:



$$\frac{n'}{\infty}-\frac{n}{f}=\frac{n'-n}{r} \rightarrow f=-r\cdot\frac{n}{n'-n}$$

Esta expresión nos dice que:
• Si r > 0 y n’> n se obtiene que f < 0: el foco objeto, F, está a la izquierda del vértice del dioptrio.
• Si r > 0 y n’< n se obtiene que f > 0: el foco objeto, F, está a la derecha del vértice del dioptrio.
Análogas consideraciones se pueden hacer para el dioptrio cóncavo, r < 0.
Si se divide miembro a miembro las expresiones de la distancia focal imagen y objeto, se obtiene:

$$\frac{f'}{f} = -\frac{\dfrac{r\cdot n'}{n'-n}}{\dfrac{r\cdot n}{n'-n}} \rightarrow \frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

Esta expresión nos dice que en un dioptrio esférico las distancias focales objeto e imagen están en la misma relación que los índices de refracción de los dos medios. Por otra parte, si sumamos las dos distancias focales resulta

$$f' + f = r\cdot\frac{n'}{n'-n} - r\cdot\frac{n}{n'-n} = r\cdot\left(\frac{n'-n}{n'-n}\right) \rightarrow f' + f = r$$

La suma de las distancias focales objeto e imagen coincide con el rayo del dioptrio. Vamos a obtener la expresión que relaciona las distancias focales con la distancia objeto y la distancia imagen. Empezamos dividiendo la ecuación fundamental del dioptrio por (n’–n)/r:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{r} \rightarrow \frac{\dfrac{n'}{s'}}{\dfrac{n'-n}{r}} - \frac{\dfrac{n}{s}}{\dfrac{n'-n}{r}} = 1 \rightarrow \frac{r\cdot n'}{(n'-n)\cdot s'} - \frac{r\cdot n}{(n'-n)\cdot s} = 1$$

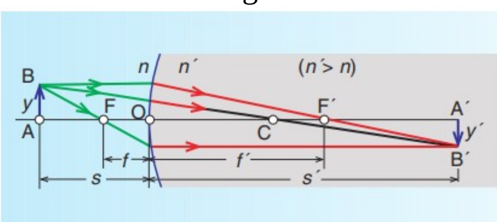
Ahora relacionamos la expresión anterior con f y f’:

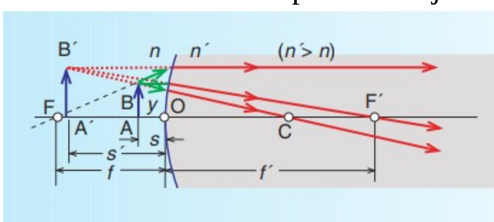
$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{r\cdot n'}{(n'-n)\cdot s'} - \dfrac{r\cdot n}{(n'-n)\cdot s} = 1 \\ f' = \dfrac{r\cdot n'}{n'-n} \\ f = \dfrac{r\cdot n}{n'-n} \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1}$$

Esta expresión se conoce como fórmula de Gauss (o fórmula general del dioptrio esférico)

<u>Formación de imágenes</u>

Conociendo la intersección de dos rayos refractados (o la prolongación de estos) originados por otros dos rayos procedentes del extremo del objeto, permitiéndonos obtener su imagen. Para eso recordamos que:
• Todo rayo que incide sobre el dioptrio paralelo al eje óptico se refracta pasando por el foco imagen, F’.
• Todo rayo procedente del objeto que pase por el foco objeto, F, se refracta al incidir sobre el dioptrio, saliendo paralelo a su eje.
• Todo rayo que pasa por el centro de curvatura del dioptrio, C, no se desvía al ser perpendicular a su superficie. En el punto onde se cortan los rayos refractados es donde se forma la imagen. Esta puede ser:
Real: cuando los rayos refractados convergen en ella, pudiendo ser recogida en una pantalla colocada en el plano de la imagen.
Virtual: cuando los rayos refractados divergen a partir de ella, no pudiendo recogerse en una pantalla. Al no cortarse los rayos refractados tenemos que prolongarlos en sentido contrario a su propagación y el punto donde se cortan estas prolongaciones es el punto imagen.
Derecha: cuando la orientación de la imagen coincide con la del objeto.
Invertida: cuando la imagen está orientada en sentido contrario con respecto al objeto

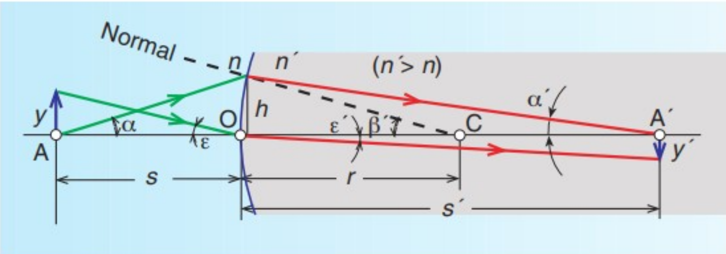




CUESTIÓN. Estudia cómo es (positiva o negativa) la distancia focal objeto y la distancia focal imagen de un dioptrio esférico cóncavo de radio r, cuando los rayos luminosos van desde un medio de índice de refracción n a otro de índice de refracción n', siendo n' > n. Indica, con respecto al centro de curvatura, la situación (derecha o izquierda) de los focos objeto e imagen y marca en el eje óptico una posible situación de los mismos. Haz un estudio analítico de si la image de un objeto situado delante del vértice del dioptrio y perpendicularmente a eje óptico es real o virtual y construye gráficamente la imagen del objeto.

Aumento lateral y aumento angular

Si *y* es el tamaño del objeto y *y'* es el tamaño de la imagen, y'/y es el llamado aumento lateral, A_L. Vamos a escribir esta relación en función de los índices de refracción y de las distancias objeto e imagen.



De la figura sacamos:

$$\text{tg } \varepsilon = y/s \quad \text{y} \quad \text{tg } \varepsilon' = y'/s'$$

Recordando que para rayos paraxiales la tangente de un ángulo coincide con el seno de ese ángulo, podemos escribir:

$$\text{sen } \varepsilon = y/s \quad \text{y} \quad \text{sen } \varepsilon' = y'/s'$$

Con estas igualdades y la ley de Snell resulta:

$$\left.\begin{array}{l} \text{sen } \varepsilon = \dfrac{y}{s} \\ \text{sen } \varepsilon' = \dfrac{y'}{s'} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} \dfrac{\text{sen } \varepsilon}{\text{sen } \varepsilon'} = \dfrac{\frac{y}{s}}{\frac{y'}{s'}} = \dfrac{y \cdot s'}{y' \cdot s} \\ \dfrac{\text{sen } \varepsilon}{\text{sen } \varepsilon'} = \dfrac{n'}{n} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} \dfrac{y \cdot s'}{y' \cdot s} = \dfrac{n'}{n} \rightarrow \dfrac{s' \cdot n}{s \cdot n'} = \dfrac{y'}{y} \\ A_L = \dfrac{y'}{y} \end{array}\right\} \rightarrow \boldsymbol{A_L = \dfrac{n \cdot s'}{n' \cdot s}}$$

Se llama aumento angular a la relación entre el ángulo α' que forma el rayo emergente con el eje óptico y el ángulo α que forma el correspondiente rayo incidente con el eje óptico. En la figura anterior, y para rayos paraxiales, deducimos:

$$\text{tg}\alpha = h/s = \text{sen}\alpha = \alpha$$
$$\text{tg}\alpha' = h/s' = \text{sen}\alpha' = \alpha'$$

Dividiendo miembro a miembro las igualdades anteriores tenemos:

$\alpha/\alpha' = h/s \,/\, h/s' = s'/s$ **aumento angular:** $\boxed{\alpha/\alpha' = s'/s}$

Relacionando el aumento lateral con el aumento angular resulta:

$$\left.\begin{aligned}\frac{y'}{y}=\frac{s'\cdot n}{s\cdot n'}\\ \frac{\alpha'}{\alpha}=\frac{s}{s'}\end{aligned}\right\}\rightarrow \frac{y'}{y}=\frac{\alpha}{\alpha'}\cdot\frac{n}{n'}\rightarrow \boldsymbol{y'\cdot a'\cdot n'=y\cdot a\cdot n}$$

Esta es la ecuación de Helmhotz , nos dice que el producto y·α·n es constante para los distintos medios.

EJERCICIO Un dioptrio esférico convexo de 40 cm de radio separa dos medios transparentes, aire y agua. Calcula: a) las distancias focales imagen y objeto; b) la distancia a la que se forma la imagen de un objeto de 2 cm de altura, situado en el aire y perpendicularmente al eje del dioptrio y a la distancia de 180 cm de su vértice y comenta si se trata de una imagen real o virtual; y c) el aumento lateral y angular. Haz la construcción gráfica de la marcha de los rayos, obteniendo la imagen. Datos: naire = 1, nagua = 4/3

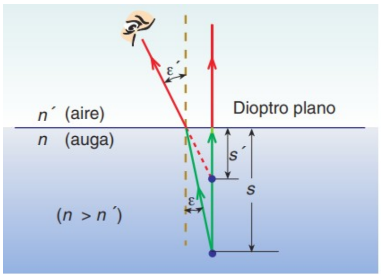
1. 3.2. Dioptrio plano

Es toda superficie plana que separa dos medios transparentes, homogéneos e isótropos, de distinto índice de refracción, que refracta la luz sin reflejarla. Puede considerarse como un caso particular del dioptrio esférico de radio infinito. La ecuación fundamental la obtenemos haciendo, en la ecuación fundamental del dioptrio esférico, r = ∞:

$$\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{n'-n}{\infty}\rightarrow \boxed{\frac{\boldsymbol{n'}}{\boldsymbol{s'}}=\frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{s}}}$$

Con esta fórmula podemos calcular la distancia imagen en función de la distancia objeto y los índices de refracción de ambos medios:

$$\boxed{s´= n´.\ s / n}$$



Se n>n'; por ejemplo al **observar desde el aire** un *objeto sumergido* en el agua, resulta que s´<s y, en consecuencia, la profundidad aparente del objeto es menor que la real.

EJERCICIO En el fondo de una piscina de 2,5 m de profundidad hay un objeto. Calcula la distancia a la que nos parece que este objeto se encuentra con respecto a la superficie del agua. Dato: nagua = 4/3.

<u>Distancias focales</u>

Substituyendo r = ∞ en las ecuaciones correspondientes del dioptrio esférico se obtienen las distancias focales objeto e imagen:

$$f=\frac{\infty\cdot n}{n'-n}=-\infty \ \text{ e } \ f'=\frac{\infty\cdot n'}{n'-n}=\infty,\ \text{sendo: } |f|=|f'|=\infty.$$

En consecuencia, todo rayo paralelo al eje óptico del dioptrio plano da lugar a otro rayo paralelo al eje, ya que es perpendicular a la superficie del dioptrio.

Para el **aumento lateral** resulta:

$$\left.\begin{aligned}\frac{y'}{y}=\frac{s'\cdot n}{s\cdot n'}\\ \frac{s}{s'}=\frac{n}{n'}\end{aligned}\right\}\rightarrow \frac{y'}{y}=1$$

Las imágenes producidas en el dioptrio plano, para rayos paraxiales, son de igual tamaño que el objeto.

4. ESPEJOS

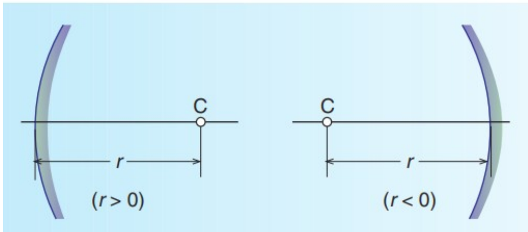
Un espejo es una superficie pulida que puede reflejar los rayos luminosos. Según la forma geométrica de esta superficie tenemos los espejos planos, esféricos, parabólicos etc

4.1. Espejos esféricos

La forma geométrica de estos espejos es la de un casquete esférico y puede ser:

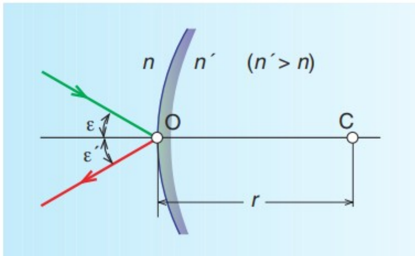
• Convexo, si el radio de curvatura es positivo (r > 0): la reflexión tiene lugar en la superficie externa del espejo.

• Cóncavo, si el radio de curvatura es negativo (r < 0): la reflexión tiene lugar en la superficie interior del espejo.



Con el criterio de signos DIN para los ángulos, tenemos que ε = –ε' y podemos considerar la reflexión como un caso particular de la refracción:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\text{sen }\varepsilon}{\text{sen }\varepsilon'}=\dfrac{n'}{n}\\ \varepsilon=-\varepsilon'\end{array}\right\}\rightarrow \frac{\text{sen }\varepsilon}{\text{sen }(-\varepsilon)}=\frac{n'}{n}\rightarrow n'=-n$$



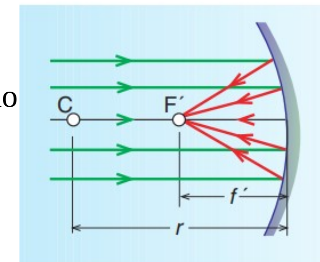
Para los espejos esféricos se pueden aplicar las fórmulas del dioptro esférico, considerando que n' = –n, ya que la luz al reflejarse cambia de sentido pero no de medio.

Ecuación fundamental e distancia focal

Cambiando n' por –n en la ecuación fundamental del dioptro esférico resulta:

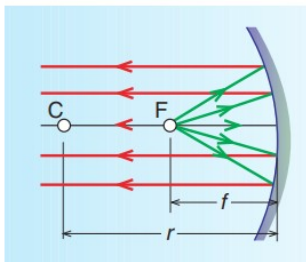
$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{n'}{s'}-\dfrac{n}{s}=\dfrac{n'-n}{r}\\ n'=-n\end{array}\right\}\rightarrow \frac{-n}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{-n-n}{r}\rightarrow \frac{-n}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{-2n}{r}\rightarrow \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{s'}}+\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{s}}=\frac{\mathbf{2}}{\boldsymbol{r}}$$

Cuando un punto objeto se encuentra a una distancia infinita (s = –∞), los rayos que llegan al espejo son paralelos al eje óptico y la imagen se forma en un punto del eje, llamado foco imagen, F', a una distancia que se conoce como distancia focal imagen, f', y se puede obtener sustituyendo en la ecuación fundamental los valores de s = –∞ y s'= f'.



$$\frac{1}{f'}+\frac{1}{-\infty}=\frac{2}{r}\rightarrow \frac{1}{f'}=\frac{2}{r}\rightarrow \boldsymbol{f'}=\frac{\boldsymbol{r}}{\mathbf{2}}$$

El foco objeto, F, es el punto del eje de donde deben salir los rayos para que una vez reflejados en el espejo salgan paralelos al eje óptico, por lo que s'= –∞ y s = f



$$\frac{1}{-\infty}+\frac{1}{f}=\frac{2}{r}\rightarrow \frac{1}{f}=\frac{2}{r}\rightarrow \boldsymbol{f}=\frac{\boldsymbol{r}}{\mathbf{2}}$$

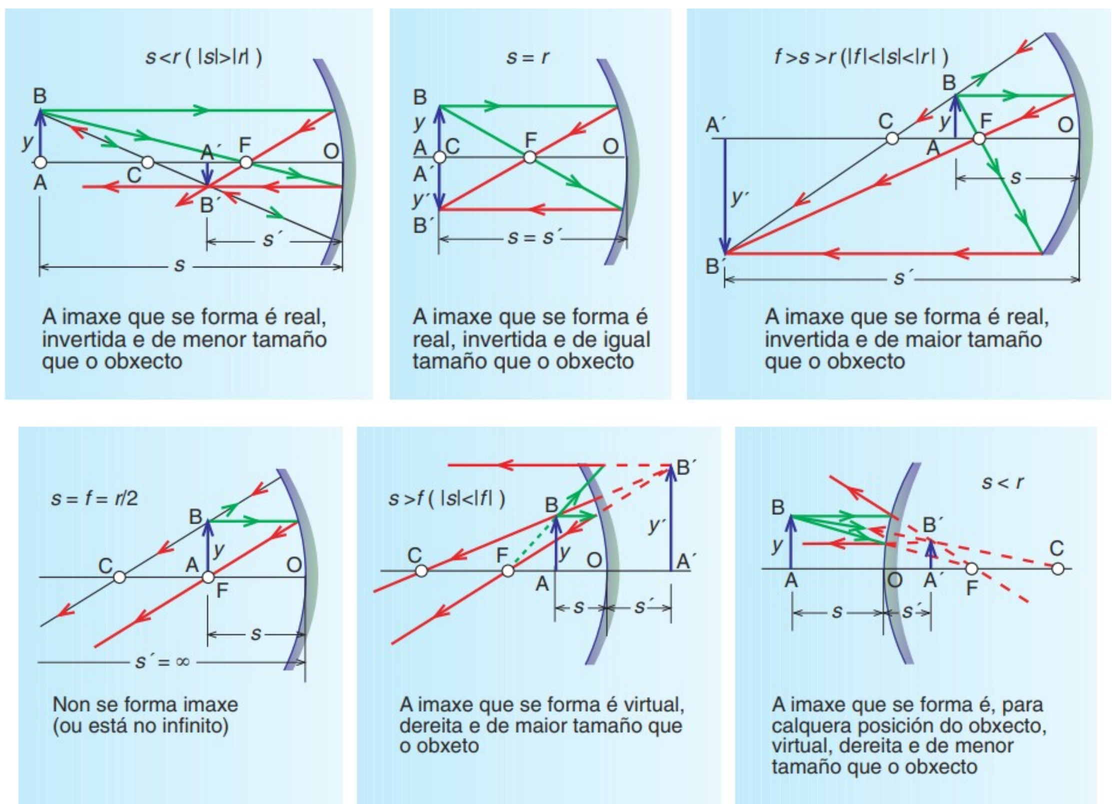
Vemos que en los espejos esféricos la distancia focal objeto coincide con la distancia focal imagen, por lo que se considera una sola distancia focal. Su valor es: $f' = f = r/2$.
Con este nuevo resultado, la ecuación fundamental de los espejos esféricos escrita en función de la distancia focal es:

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{2}{r}\\ f=\frac{r}{2}\end{aligned}\right\}\rightarrow \boxed{\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{s'}}+\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{s}}=\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{f}}}$$

Aumento lateral
A partir de la expresión del aumento lateral de los dioptros esféricos obtenemos la correspondiente magnitud para los espejos esféricos

$$\left.\begin{aligned}\frac{y'}{y}=\frac{s'\cdot n}{s\cdot n'}\\ n'=-n\end{aligned}\right\}\rightarrow \frac{y'}{y}=\frac{s'\cdot n}{s\cdot(-n)}\rightarrow \frac{\boldsymbol{y'}}{\boldsymbol{y}}=-\frac{\boldsymbol{s'}}{\boldsymbol{s}}$$

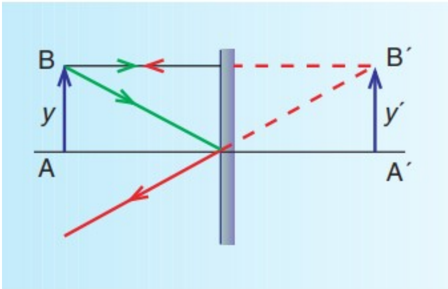
Formación de imágenes
Para la construcción gráfica de las imágenes obtenidas en los espejos esféricos seguiremos el procedimiento utilizado en el dioptro esférico. Recordaremos que:
• Un rayo que incide paralelo a eje óptico, al reflejarse en el espejo, pasa (el o su prolongación) por el foco, F.
• Un rayo que pasa (el o a su prolongación) por el foco del espejo, F, se refleja paralelamente al eje óptico.
• Un rayo que pasa (el o su prolongación) por el centro de curvatura del espejo, C, se refleja en la misma trayectoria original, sin sufrir desviación ya que incide perpendicularmente sobre la superficie del espejo.
Trazando dos rayos de los anteriores que partan del objeto, se obtiene la imagen. El tamaño, posición y naturaleza (real o virtual) de la imagen depende del tipo de espejo y de la posición que ocupe el objeto sobre el eje óptico



EJERCICIO Delante de un espejo cóncavo de radio de curvatura 90 cm, se coloca un objeto de 2 cm de alto, perpendicularmente al eje óptico del espejo, a la distancia de 60 cm. Calcula: a) la distancia focal; b) la posición de la imagen; c) el tamaño de la imagen. Haz la construcción gráfica de la imagen.

4.2. Espejos planos

En los espejos planos la superficie de reflexión es plana. Se puede considerar como un caso particular de los espejos esféricos de radio infinito. Con esta consideración, la ecuación fundamental se obtiene sustituyendo en la ecuación fundamental de los espejos esféricos el radio r por el valor de infinito (∞)

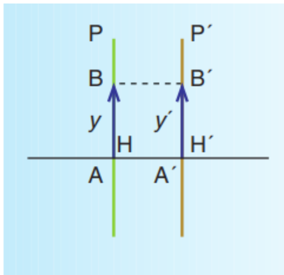


$$\left.\begin{array}{r}\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{2}{r}\\ r=\infty\end{array}\right\}\rightarrow \frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=0\rightarrow s=-s'$$

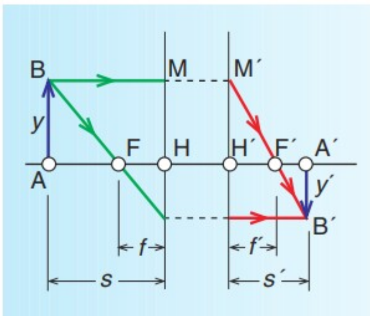
El aumento lateral de los espejos planos es igual a la unidad: $\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}=1$

5. SISTEMAS ÓPTICOS CENTRADOS

Cuando un sistema óptico está formado por varias superficies que separan medios de distintos índices de refracción, se dice que el sistema óptico es compuesto. Si las superficies están dispuestas de manera que sus centros de curvatura estén situados en una misma línea recta, se dice que el sistema óptico es centrado. Si alguna de las superficies es plana (esfera de radio infinito), estarían situadas normalmente en la recta que une los centros de curvatura, que es el eje óptico del sistema.



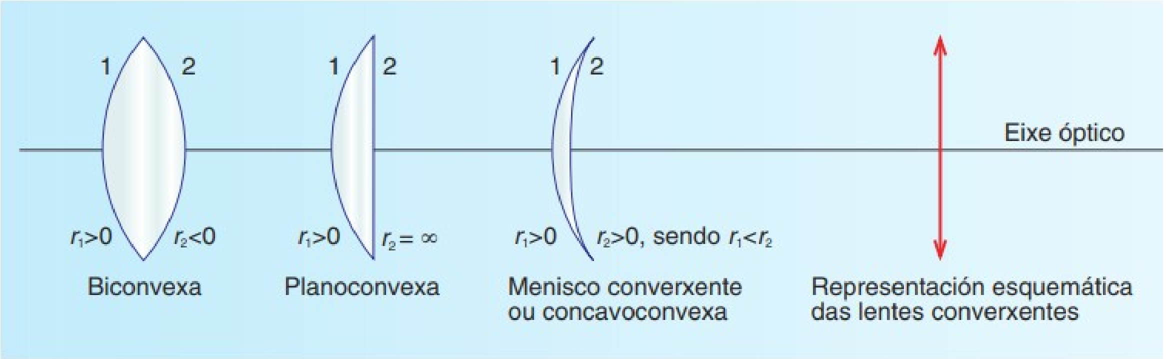
En un sistema óptico centrado, conocidos los focos y los planos principales, resulta fácil trazar la marcha de los rayos luminosos.
Foco objeto, F, es el punto del eje donde partirán los rayos luminosos para que, una vez atravesado el sistema óptico, saldrán paralelos al eje.
Foco imagen, F’, es el punto del eje donde convergen aquellos rayos que llegan al sistema óptico paralelos al eje óptico.
Los puntos conjugados, H y H’, sobre el eje óptico para los que el aumento lateral es igual a +1 reciben el nombre de puntos principales. Los dos planos perpendiculares al eje óptico, P y P’, que pasan por los puntos principales, se conocen como planos principales.
En un sistema óptico centrado, todo rayo que llegue a uno de los planos principales en un punto situado a una distancia del eje óptico emerge del otro plano de un punto situado a la misma distancia de dicho eje ya que, según las propiedades de los planos principales, la imagen de MH es M’H’.
Las distancias se miden a partir de los puntos principales, H y H’.



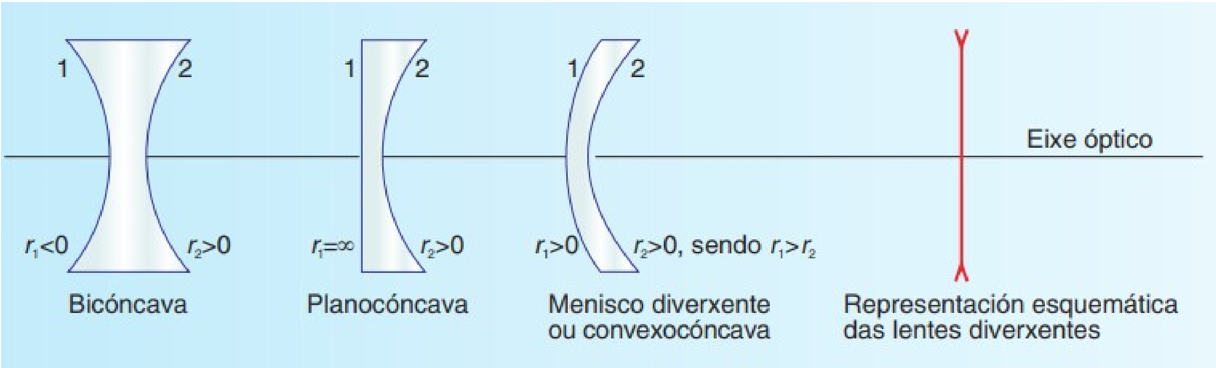
5.1. Lentes delgadas

Una lente es un sistema óptico centrado formado por dos dioptros, de los cuales uno, polo menos, acostumbra ser esférico y los medios extremos poseen el mismo índice de refracción.
Si el grosor de la lente es despreciable en comparación con los radios de curvatura de los dioptros que la forman, recibe el nombre de **lente delgada**. En estas lentes los planos principales coinciden y cortan al eje óptico en el centro óptico (que es el centro geométrico de la lente).
Si el grosor de la lente no es despreciable, tenemos lo que se conoce como **lente gruesa**.

Atendiendo a la forma de las superficies que constituyen los dioptros, las lentes pueden ser:
Convergentes: Hacen converger en un punto, llamado foco imagen, F', los rayos incidentes paralelos al eje óptico. Son más gruesas en el centro que en lo extremos. Esquemáticamente zs representan por una línea con puntas de flecha en los extremos que simulan la iniciación de las superficies esféricas. Según el valor de los radios de los dioptros que forman la lente, esta puede ser biconvexa, planoconvexa y menisco convergente, también llamada cóncavoconvexa.

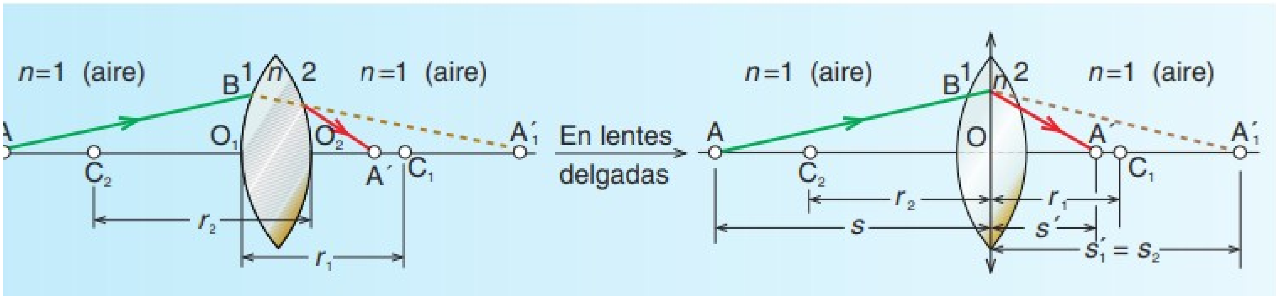


Divergentes: Hacen diverger a los rayos incidentes, siendo las prolongaciones de los rayos emergentes, que corresponden con los rayos incidentes paralelos al eje óptico, las que confluyen en el foco imagen, F'. Son más delgadas en la parte central que en los extremos. Esquemáticamente se representan por una línea recta acabada en puntas de flecha invertidas. Según el valor de los rayos de los dioptros que forman la lente, esta puede ser bicóncava, planocóncava y menisco divergente, también llamada convexocóncava.



Ecuación fundamental

Para lentes delgadas, la distancia entre los polos de los dioptros que la forman, O_1O_2, es despreciable. Consideramos que la lente está formada por un medio transparente de índice de refracción n y que está situada en el aire de índice de refracción 1.



El rayo que parte de A y llega a B, al refractarse en la primera superficie, pasaría por A_1’, siendo A_1’ la imagen de A producida por esta superficie refractora. Cuando el rayo refractado en la primera superficie llega a la segunda de las superficies sufre una segunda refracción, pasando por A’. En esta segunda refracción podemos considerar que la imagen que forma el primer dioptro es el objeto (virtual) para el segundo. Para obtener la ecuación fundamental aplicamos dos veces la fórmula del dioptro esférico

$$\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{(n'-n)}{r},$$

teniendo en cuenta que:

• En el primer dioptro, el rayo va desde el aire de n =1 hasta la lente de n’ = n. En el segundo resulta: n = n e n’ = 1, ya que ahora el rayo pasa de la lente al aire.

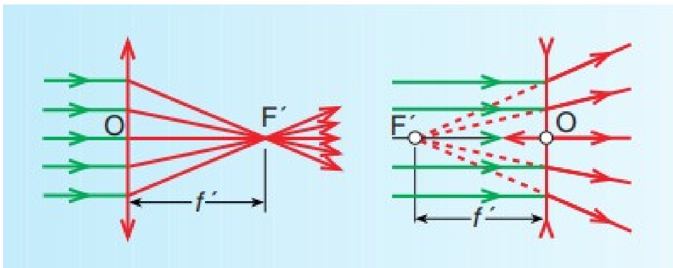
• La distancia imagen del primer dioptro, s_1’, es la distancia objeto para el segundo: $s'_1 = s_2$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{n}{s'_1}-\dfrac{1}{s}=\dfrac{n-1}{r_1}\\[2ex] \dfrac{1}{s'}-\dfrac{n}{s'_1}=\dfrac{1-n}{r_2}\end{array}\right\}\rightarrow \frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

siendo s la distancia objeto y s’ la distancia imagen, con respecto a la lente.

Focos e distancias focais

Cuando un punto objeto se encuentra a una distancia infinita (s = –∞) de la lente, los rayos se propagan paralelamente al eje óptico y la imagen se forma en un punto del eje, llamado foco imagen, F’ , a una distancia que se conoce como distancia focal imagen, f ’.



Su valor se obtiene sustituyendo en la ecuación fundamental los valores s = –∞ y s’= f’:

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{1}{s'}-\dfrac{1}{s}=(n-1)\cdot\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)\\[2ex] s=-\infty\\[1ex] s'=f'\end{array}\right\}\rightarrow \frac{1}{f'}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

De forma análoga, el foco objeto, F, de una lente es el punto del eje de donde deben salir los rayos para que una vez que atraviesen la lente emerjan paralelos al eje óptico, por lo que s’= ∞. La distancia entre el foco objeto y la lente se le llama distancia focal objeto, f.

Operando como para la distancia focal imagen resulta:

$$-\frac{1}{f}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

Comparando las expresiones de las dos distancias focales resulta: f = –f’.

En función de las distancias focales, la ecuación fundamental de las lentes delgadas, situadas en el aire, puede escribirse de la forma:

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}=-\frac{1}{f}\rightarrow \boxed{\frac{f'}{s'}+\frac{f}{s}=1}$$

Fórmula general del dioptro esférico.

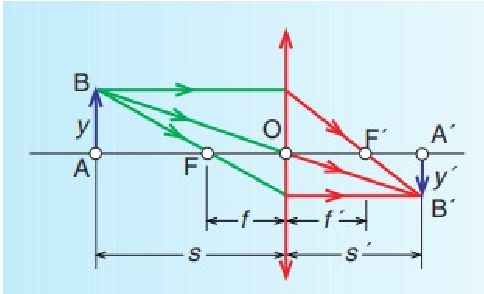
umento lateral

El aumento lateral de una lente es la relación que existe entre el tamaño de la imagen y el tamaño del objeto: y’/y.

Se puede obtener observando que los triángulos OAB y OA’B’ de la figura son semejantes, por lo que:

$$y'/y = s'/s$$

Potencia



La potencia de una lente es la inversa de su distancia focal imagen: P =1/f´.

Si la distancia focal imagen, f ’, se mide en metros, la unidad de la potencia es m^{-1} y se conoce con el nombre de **dioptría**. Una dioptría es la potencia de una lente que tiene una distancia focal imagen de 1 m.

El signo de la potencia es el mismo que el de la distancia focal imagen, por lo que la potencia de una lente convergente es positiva, P > 0, y la de una lente divergente es negativa, P < 0.

La potencia de varias lentes delgadas que están en contacto es igual a la suma de la potencia de cada lente: P = P1 + P2 + ⋯

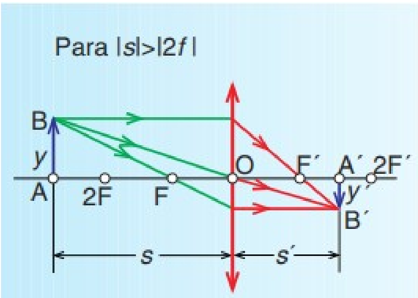
Construción de imágenes

La construcción gráfica de la imagen de una lente se realiza buscando la intersección de por lo menos dos rayos de trayectoria conocida, después de que se refracten en la lente. Para eso debemos recordar que:

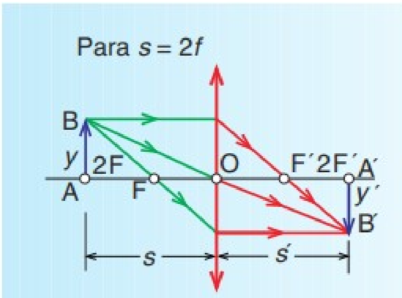
• Todo rayo que llega paralelamente al eje óptico, después de refractarse en la lente, pasa, el propio rayo o su prolongación, por el foco imagen, F’.

• Todo rayo que pase por el foco objeto, F, y se refracte en la lente, emerge paralelo al eje óptico.

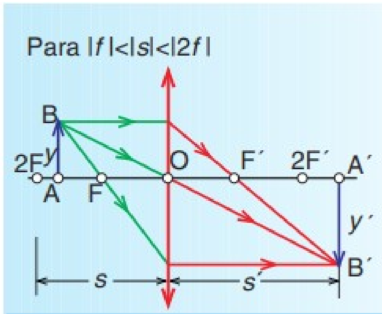
• Todo rayo que pase por el centro óptico (centro geométrico) de la lente delgada no sufre desviación.



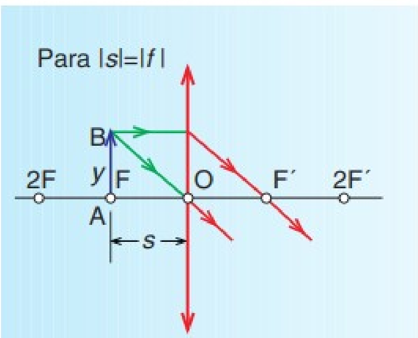
La imagen que se forma es real, invertida y de menor tamaño que el objeto, siendo s´ de la forma: f´< s´< 2f´



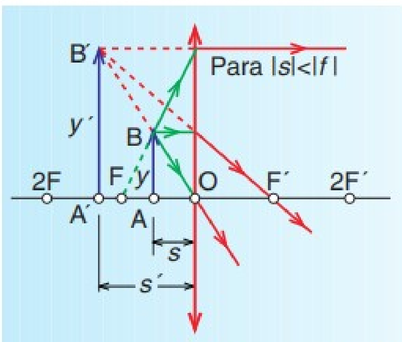
La imagen que se forma es real, invertida y de igual tamaño que el objeto, siendo s´= 2f´.



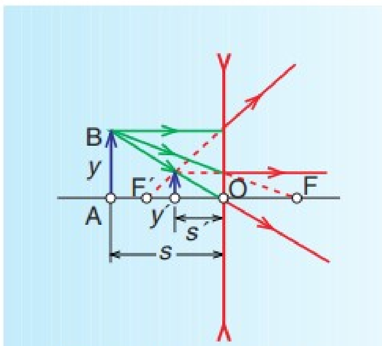
La imagen que se forma es real, invertida y de mayor tamaño que el objeto, siendo s´ > 2f´.



No se forma imagen ya que los rayos refractados no se cortan (o lo hacen en el infinito)



La imagen que se forma es virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto.



La imagen que se forma en las lentes divergentes es siempre virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto.

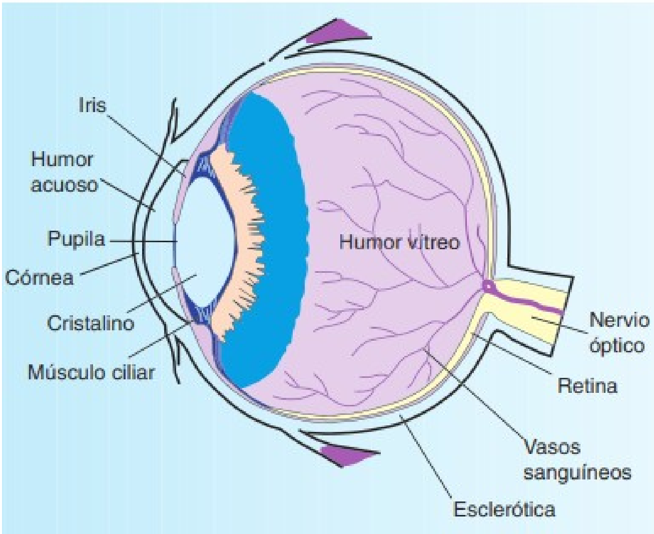
La construcción gráfica de la imagen de un objeto viene dada por la intersección de dos de los rayos anteriores (imagen real) o de sus prolongaciones (imagen virtual).

EJERCICIO: *Una lente delgada bicóncava tiene un índice de refracción n = 1,5 y sus rayos de curvatura miden 6 cm y 4 cm. Calcula: a) su distancia focal; b) la posición de la imagen de un objeto de 2,5 cm de altura situado perpendicularmente al eje óptico a una distancia de 8 cm de la lente; c) el tamaño y naturaleza de la imagen. Haz la construcción gráfica de la imagen.*

6. INSTRUMENTOS ÓPTICOS

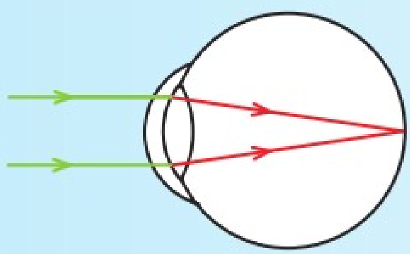
Los instrumentos ópticos son asociaciones de sistemas ópticos, entre los que se encuentran: el ojo humano, la lupa, el microscópico, el anteojo...

6.1. El ojo humano

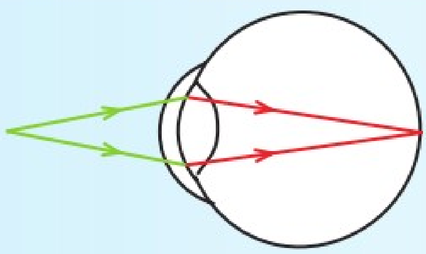


Es el instrumento óptico por excelencia. Tiene forma aproximadamente esférica, con un diámetro de unos 3 cm. La membrana exterior que lo rodea recibe el nombre de **esclerótica**. Es de aspecto blanquecino y opaco, excepto en su parte anterior central, denominada **córnea**, que es transparente y da paso a una lente convergente biconvexa, llamada **cristalino**, con un índice de refracción de 1,44. Esta lente divide al ojo en dos partes: el humor acuoso, que está en la parte anterior, y el humor vítreo, que está en la parte posterior. Ambos humores tienen un índice de refracción semejante al del agua, 1,33. La cantidad de luz que entra en el ojo se regula con un diafragma coloreado, llamado **iris**, que es el responsable del color de los ojos, y en su centro está la pupila, de forma circular y de tamaño variable, según la intensidad de la luz. La capa más interna y profunda del ojo recibe el nombre de **retina** y es donde se forma la imagen de los objetos observados, transmitiéndose la información visual al cerebro mediante el nervio óptico (la retina viene siendo la continuación del **nervio óptico**, que viene del cerebro).

Para que la imagen de un objeto que se ve se forme en la superficie de la retina, los músculos ciliares cambian el grosor y la forma del cristalino, variando su distancia focal. Este ajuste es lo que se conoce como acomodación. Un ojo normal en canto su convergencia, llamado emétrope, en edad adulta puede acomodar objetos situados desde una distancia de 25 cm , posición conocida como punto próximo, hasta el infinito (punto remoto)



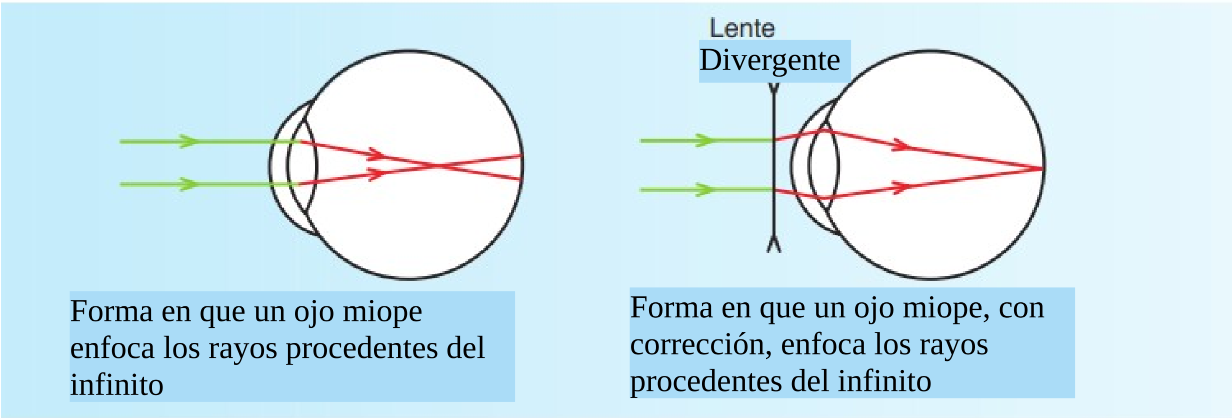
Forma en que un ojo normal enfoca los rayos procedentes del infinito (el cristalino adelgaza



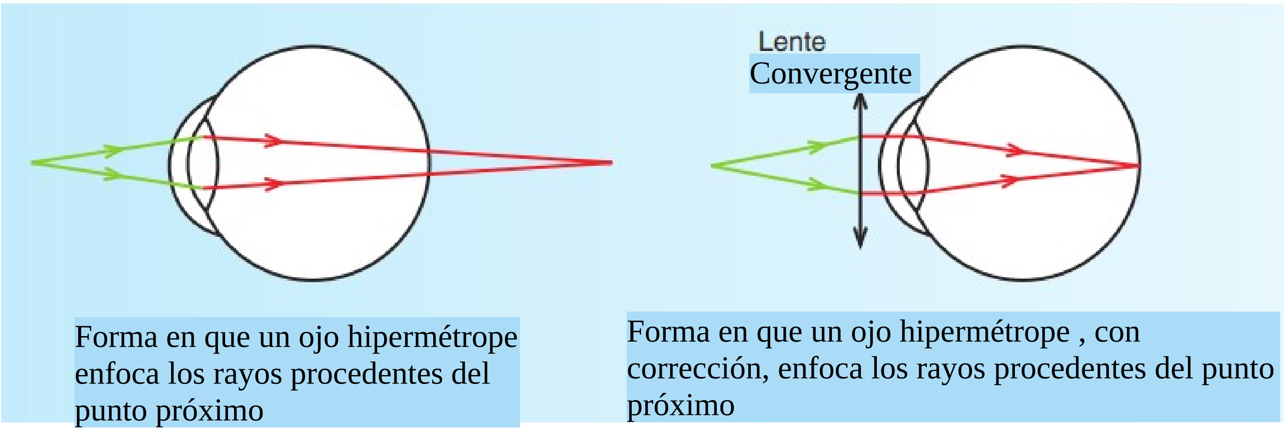
Forma en que un ojo normal enfoca los rayos procedentes de un punto próximo(el cristalino aumenta su grosor

Si e ojo no tiene este intervalo de acomodación no es normal en cuanto a su convergencia y se dice que es amétrope. Entre los defectos más comunes están:

Miopía. En un ojo miope, la imagen de un objeto distante se forma delante de la retina, no siendo nítida. Se debe a que la potencia del cristalino es excesiva para la profundidad del ojo. El punto remoto y próximo están más cerca de lo normal y para que la imagen a través del cristalino se sitúe en la retina del ojo hay que usar lentes esféricas divergentes



Hipermetropía. En un ojo hipermétrope, la imagen de un objeto próximo se forma detrás de la retina, no siendo nítida. Se debe a que la potencia del cristalino es pequeña para lo demasiado corto que es el globo ocular. El punto próximo está ms lejos de lo normal y para que la imagen a través del cristalino se sitúe en la retina del ojo hay que usar lentes esféricas convergentes.

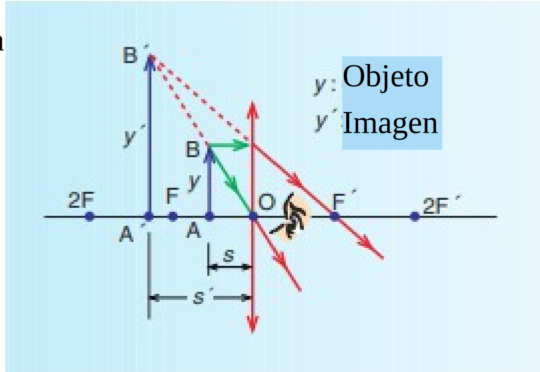


Presbicia o vista cansada. Por lo general, aparece a partir de los 45 años y consiste en la pérdida de capacidad de acomodación debido a la fatiga de los músculos ciliares o a la pérdida de flexibilidad del cristalino. Como consecuencia, el punto próximo se distancia y los objetos próximos se ven mal y para que la imagen a través del cristalino se sitúe en la retina del ojo hay que usar lentes esféricas convergentes.

Astigmatismo. Se produce cuando la córnea y/o el cristalino presenta más curvatura en una dirección que en otra. En consecuencia, la imagen de un punto es un trazo (una línea recta). Se corrige con lentes cilíndricas, que tengan mayor curvatura en una dirección que en otra.

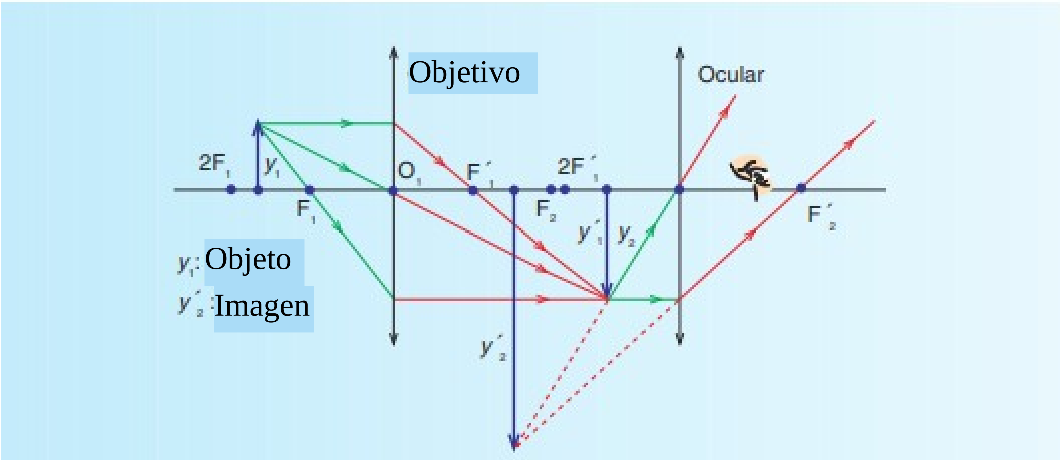
6.2. La lupa

La lupa, también llamada **microscopio simple**, se utiliza para observar objetos pequeños, de los que forma una imagen virtual, derecha y ampliada. Consiste en una lente convergente de pequeña distancia focal y se interpone entre el ojo y el objeto que se desea observar, acercándola a este hasta una distancia inferior a su distancia focal, para así formar una imagen derecha y de mayor tamaño que el objeto.



6.3. El microscopio

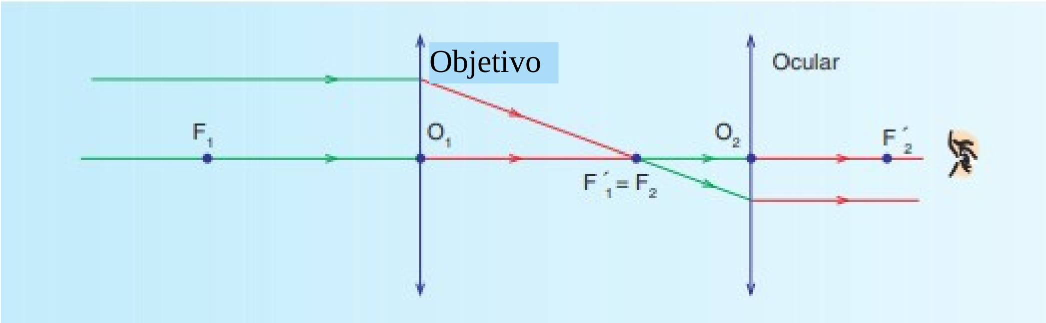
El microscopio, también llamado microscopio compuesto, permite una ampliación de la imagen de un objeto mayor que la que se consigue con la lupa. Consta de dos sistemas ópticos convergentes, llamados **objetivo** (es el más próximo al objeto y tiene una pequeña distancia focal) y **ocular** (es el más próximo al ojo y de mayor distancia focal que el objetivo). Estos sistemas ópticos pueden estar formados por una o varias lentes, según la calidad del microscopio.



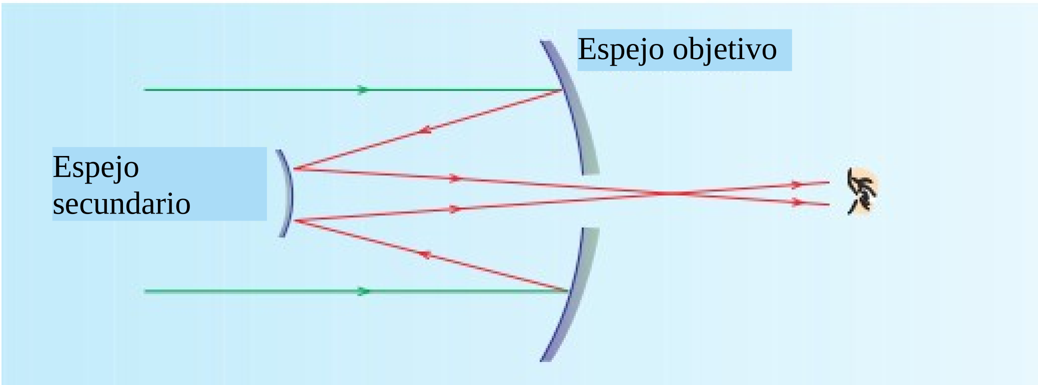
La misión del objetivo es producir una imagen real y de mayor tamaño que el objeto investigado, por lo que este estará situado entre el foco y dos veces la distancia focal del objetivo. La imagen así obtenida, situada dentro de la distancia focal ocular, hace el papel de objeto para el ocular, que actúa como lupa, resultando una imagen del objeto que es aumentada, virtual e invertida, que es la que capta el ojo.

6.4. El anteojoye el telescopio

Se utiliza para que los objetos muy alejados (situados en el infinito) parezcan más cercanos y así poder observarlos. Igual que el microscopio, consta de dos lentes convergentes: **El objetivo y el ocular**. Pero la diferencia de este, el objetivo es el que tiene mayor distancia focal (algunos metros frente a varios centímetros que corresponden e la distancia focal del ocular) y además, generalmente, el foco imagen del objetivo coincide con el foco objeto del ocular. El objetivo, que es el que está más cerca del objeto, tiene por misión formar, en su plano focal, una imagen real e invertida de un objeto situado en el infinito. Esta imagen hace el papel de objeto para el ocular y los rayos luminosos emergen paralelos al ej óptico, resultando en el infinito una imagen que es real e invertida.



Este anteojo, que da una imagen invertida del objeto, es útil en observaciones astronómicas y se conoce como **anteojo astronómico**. Pero para observaciones terrestres, en las que interesa obtener imágenes derechas, no resulta adecuado. Por esta razón, en los **anteojos terrestres** se incorpora una tercera lente y en el caso de los populares **prismáticos binoculares** la imagen se endereza mediante dos prismas colocados adecuadamente entre el objetivo y el ocular. Si, para formar la imagen real de un objeto alejado, la lente objetivo de un anteojo astronómico se substituye por un espejo cóncavo, esférico o parabólico, el instrumento óptico que resulta, que proporciona más aumento que el anteojo correspondiente, recibe el nombre de **telescopio** .

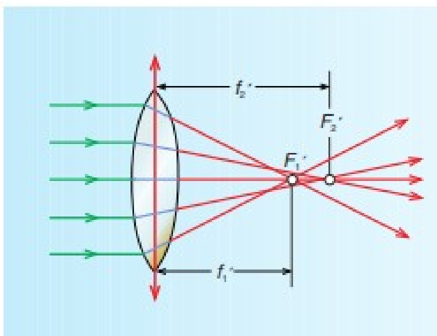


7. ABERRACIONES EN LOS SISTEMAS ÓPTICOS

De todos son conocidos los instrumentos ópticos tales como la cámara fotográfica, la lupa, el microscopio etc. En su construcción intervienen lentes y espejos.
La finalidad de los instrumentos ópticos es obtener sin deformación la imagen de algún objeto, ya sea sobre la retina del ojo o sobre una pantalla. Sin embargo, en la práctica, los instrumentos ópticos causan en las imágenes ciertos defectos o aberraciones. Estas aberraciones no se deben a defectos de construcción, sino que son consecuencia de las leyes de la refracción-reflexión.
En la óptica geométrica estudiada hasta ahora se introdujo la simplificación de considerar lentes delgadas, rayos paraxiales y luz monocromática; condiciones que en la práctica no se cumplen, por lo que la formación de imágenes no se ajusta a la teoría estudiada. Las aberraciones más comunes son:

7.1. Aberración esférica

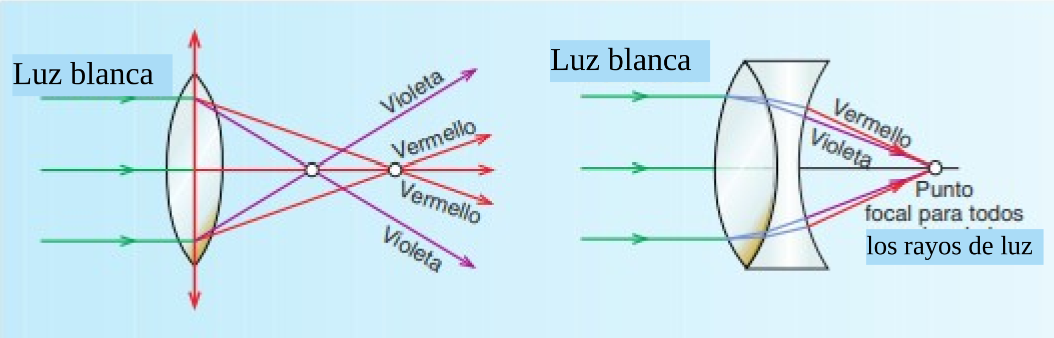
Tiene lugar en las lentes y en los espejos esféricos. Las partes exteriores de una superficie esférica tienen una distancia focal distinta a la de la zona central y esto hace que, al llegar un haz de rayos paralelos al eje óptico, los rayos reflejados (espejos) o refractados (lentes) no se corten en un único punto y no se



produzcan imágenes nítidas. Es debido a que no se cumple la aproximación paraxial. Puede evitarse esta aberración eliminando los rayos marginales con un diafragma (disco opaco con un orificio central que se coloca perpendicularmente y centrado al eje) de modo que solo deje pasar los rayos paraxiales. Debido a que los rayos marginales convergen a menor distancia de la lente si esta es convergente y a mayor distancia se es divergente, asociando adecuadamente una lente convergente con otra divergente también se elimina este tipo de aberración.

7.2. Aberración cromática

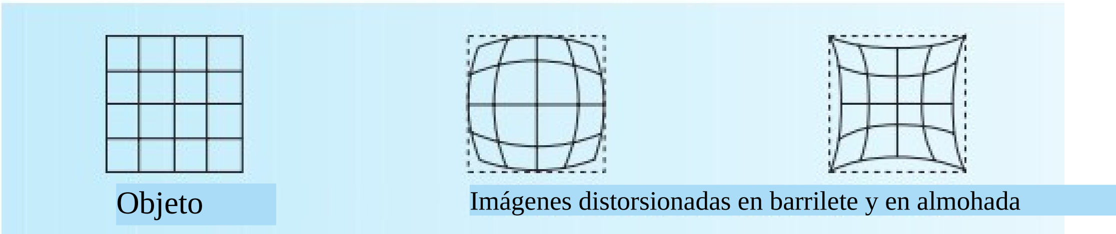
Se debe a que el índice de refracción de un medio es diferente para las distintas longitudes de onda de la luz y como la distancia focal de una lente depende del valor del índice de refracción, al iluminar con luz blanca un objeto y refractarse en una lente, cada color experimenta una desviación distinta. Esto hace que la imagen no se forme en un único punto, apareciendo una aberración cromática.



Este defecto se corrige combinando adecuadamente una lente convergente con otra divergente, de distinto índice de refracción.
Los espejos son acromáticos: no poseen aberración cromática

7.3. Distorsión

Esta aberración consiste en que se infringe la semejanza entre la imagen y el objeto. Se debe a que el aumento lateral del sistema óptico depende de la distancia del objeto al eje óptico, resultando que la imagen de un objeto extenso se ve deformada. Las rectas que no corten el eje óptico tienen una imagen curva.



Esta aberración se evita colocando adecuadamente un diafragma o eligiendo lentes con distorsiones de carácter diferente