TEMA 10. FÍSICA RELATIVISTA

1.- SISTEMA DE REFERENCIA

Sabemos que el concepto de movimiento es relativo: depende del sistema de referencia elegido.

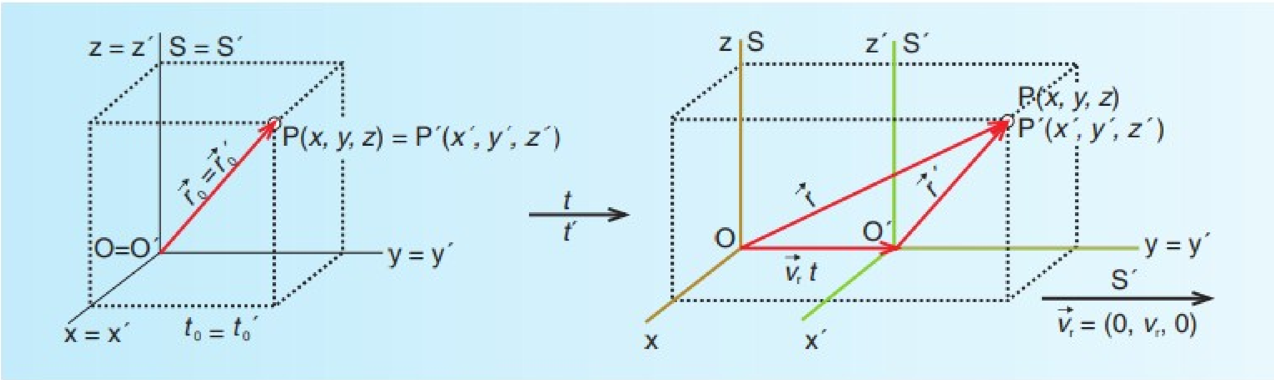
Un sistema de referencia se dice inercial cuando está en reposo o se mueve con velocidad, **v**, constante (movimiento rectilíneo uniforme) con respecto a otro sistema inercial. En ellos se cumplen las leyes de Newton. El observador ligado a un sistema de referencia inercial recibe el nombre de observador inercial.

Los sistemas de referencia ligados a la Tierra, en sentido estricto, no son inerciales debido a la aceleración que poseen: la Tierra está rotando sobre si misma y trasladándose al redor del Sol; pero muchas veces se toman como inerciales, por lo pequeño valor de la aceleración .

Si el sistema de referencia, con respecto a un sistema de referencia inercial, posee aceleración, se dice que es no inercial y en el no se cumplen las leyes de Newton: el observador no inercial tiene que introducir la fuerza de inercia para poder utilizarlas.

2. LA RELATIVIDAD EN LA MECÁNICA CLÁSICA

Vamos a encontrar las ecuaciones de transformación para la posición, la velocidad y la aceleración con que se mueve un cuerpo respecto a dos sistemas de referencia inerciales. Estas ecuaciones de transformación son las expresiones matemáticas que permiten relacionar las observaciones realizadas en sistemas de referencia distintos.
Supongamos un sistema de referencia S’ que se mueve, con respecto a otro sistema fijo S, con una velocidad $\mathbf{v_r}$ constante, en el sentido positivo del ***eje y*** y que los ejes de los dos sistemas de referencia son paralelos.

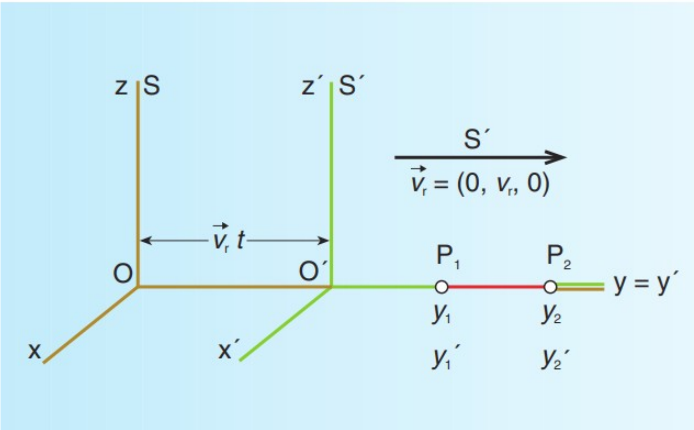


Consideramos que en el instante inicial $t_0 = t'_0 = 0$ (los dos observadores ponen a funcionar sus cronómetros) los orígenes de los dos sistemas de referencia ocupan la misma posición y, por lo tanto, el vector de posición de una partícula de masa m situada en el punto P será el mismo para los dos sistemas de referencia: $\mathbf{r_0 = r_0'}$. Transcurrido un tiempo t, la posición de S’ respecto de S viene dada por el producto de la velocidad con que se mueve S’ con respecto a S, $\mathbf{v_r}$, por el tiempo t: $\mathbf{v}_r \cdot t$.
La relación entre los dos vectores de posición para la partícula m en movimiento, observada desde los dos sistemas de referencia inerciales, , S y S´, es:

$$\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{v}_r \cdot t \rightarrow \vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{v}_r \cdot t \rightarrow x' = x$$
$$y' = y - v_r \cdot t$$
$$z' = z$$

Esta ecuación es la t**ransformada de Galileo** para la posición

¿La distancia medida entre dos puntos por un observador inercial ligado al sistema S coincide con la medida hecha por otro observador, también inercial, ligado al sistema S' que se mueve con una velocidad $\mathbf{v}_r$ con respecto al anterior? Consideremos que en el instante inicial, momento en el que los dos observadores ponen a funcionar simultáneamente sus cronómetros, los dos sistemas de referencia S y S' coinciden y que S' se mueve con una velocidad constante $\mathbf{v}_r$ a lo largo del eje y. Transcurrido un tempo t los dos observadores miden la distancia que separa a los dos puntos, P_1 y P_2, que están sobre el eje y. La distancia entre P_1 y P_2 es:



• Para o observador do sistema S: $\Delta y = y_2 - y_1$
• Para o observador do sistema S': $\Delta y' = y_2' - y_1'$

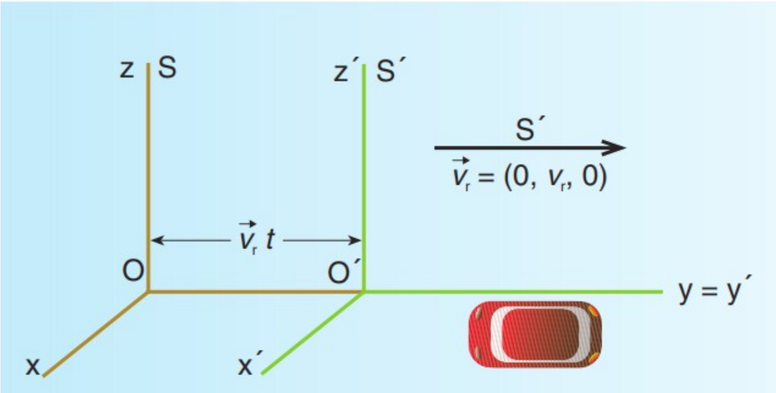
Ahora el observador del sistema S calcula la distancia medida por el observador del sistema S' empleando la transformación de Galileo:

$$\left.\begin{array}{l} y_1' = y_1 - v_r \cdot t \\ y_2' = y_2 - v_r \cdot t \end{array}\right\} \rightarrow \Delta y' = y_2' - y_1' = (y_2 - v_r \cdot t) - (y_1 - v_r \cdot t) = y_2 - y_1 = \Delta y$$

,Los dos observadores obtienen la misma distancia, no dependiendo del sistema inercial utilizado. Se dice que la distancia es una invariante para la mecánica clásica. Hacemos ahora la derivada del vector de posición respecto del tempo:

$$\frac{d\vec{r}'}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{d(\vec{v}_r \cdot t)}{dt} \rightarrow \frac{d\vec{r}'}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} - \vec{v}_r \cdot \frac{dt}{dt} \rightarrow \vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_r$$

Esta es la transformada de Galileo para la velocidad. Vemos que la velocidad medida por los dos observadores es distinta: difiere en la velocidad relativa que hay entre ellos; por lo tanto, no es una invariante: no obtenemos la misma velocidad para un cuerpo cuando lo observamos desde distintos sistemas de referencia inerciales. Así, la velocidad de un coche que se desplaza por una recta de carretera es distinta para un observador parado en la propia carretera (sistema S) que para otro observador que se mueve con una velocidad $\mathbf{v}_r$, en la dirección y sentido del coche (sistema S')



Derivando respecto al tempo la expresión de la velocidad calculamos la aceleración con que se mueve un punto P en ambos sistemas:

$$\frac{d\vec{v}'}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} - \frac{d\vec{v}_r}{dt} \rightarrow \vec{a}' = \vec{a} - \vec{0} \rightarrow \vec{a}' = \vec{a}$$

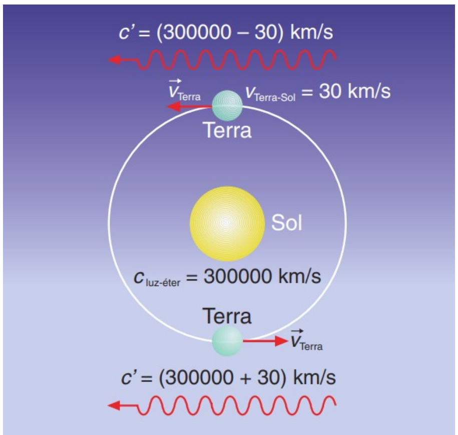
Esta es la transformada de Galileo para la aceleración. La aceleración es una invariante: tiene el mismo valor en todos los sistemas inerciales. Si además suponemos que la masa m de un cuerpo no varía; la segunda ley de Newton es válida para todos los sistemas de referencia inerciales: m · **a'** = m · **a** → **F'** = **F**

3. EXPERIENCIA DE MICHELSON-MORLEY

En el siglo XIX se comprobó la naturaleza ondulatoria de la luz. Como las ondas conocidas hasta entonces necesitaban de un medio material para propagarse, también se pensaba en la necesidad de un medio material para las ondas electromagnéticas. Se supuso la existencia de un medio hipotético, llamado éter, que además sería un sistema de referencia en reposo absoluto, siendo la velocidad de la luz con respecto a el de 300000 km/s.
Este éter estaría llenando todo el espacio y la Tierra se moveria respecto a el con una velocidad $\mathbf{v}_r$, y este movimiento influirá en la velocidad de la luz. Así, para un observador situado sobre la Tierra, suponiendo que esta se mueve en la misma dirección y sentido que la luz, con una velocidad $\mathbf{v}_r$ con respecto al éter; la velocidad de la luz con respecto a la Tierra, **c'**, según la adición clásica de velocidades, será: $\mathbf{c' = c - v_r}$
siendo c la velocidad de la luz con respecto al éter, que estaría en reposo absoluto.
Si la Tierra se moviera en la misma dirección y en sentido contrario al de la luz tendríamos:
$\mathbf{c' = c + v_r}$
Esto es lo que ocurre con las ondas mecánicas: si el observador se mueve con respecto al medio en que se propaga una onda mecánica, la velocidad medida es distinta de la que se obtiene cuando se encuentra en reposo.
Si se midiese la velocidad de la luz cuando esta tiene el sentido de movimiento de la Tierra, c', se conocería la velocidad de la Tierra con respecto al sistema de referencia éter, $\mathbf{v}_r$.

Por otra parte, si la velocidad de la luz fuese distinta para diferentes sistemas de referencia inerciales, las ecuaciones de Maxwell serían válidas para el sistema de referencia éter (que estaría en reposo absoluto) y para cualquier otro que estuviese en reposo con respecto a él, pero tendrían que modificarse para otros sistemas que se moviesen con respecto al éter. Resulta interesante medir la velocidad de la luz en distintos sistemas inerciales.

Con este fin, en 1887, Michelson y Morley construyen un interferómetro con dos brazos de igual longitud y dispuestos en direcciones perpendiculares. En el, un haz de luz al llegar al punto de intersección de los brazos es dividido en dos rayos, uno de ellos viaja en el brazo que tiene la dirección de movimiento de la Tierra y el otro lo hace en el brazo perpendicular al anterior. El resultado fue que el tiempo que tardaba la luz en recorrer ambos brazos era siempre el mismo, independientemente de la dirección. El resultado de esta experiencia demuestra que la **velocidad con que se propaga la luz en el vacío es constante** en todas las direcciones y es independiente del sistema inercial elegido: **es una invariante.**
https://www.youtube.com/watch?v=3fVKXhdzCBA



4. INTERPRETACIÓN DE EINSTEIN. TEORÍA DE LA RELATIVIDAD RESTRINGIDA O ESPECIAL

Las transformaciones de Galileo no pueden explicar la constancia de la velocidad de la luz. De forma independiente, los físicos Fitzgerald, en 1889, y Lorentz, en 1892, intentaron interpretar el resultado de la experiencia de Michelson-Morley, suponiendo que los cuerpos que se mueven a través del éter se contraen en la dirección del movimiento (sin que sufran modificaciones sus dimensiones transversales). De este modo, el brazo del interferómetro de Michelson-Morley, que se encuentra en la dirección de movimiento de la Tierra, contrae su longitud en una cantidad igual a la necesaria para compensar la reducción de la velocidad de la luz, de forma que el espacio recorrido por la luz es menor en el sentido del "viento del éter", llegando al mismo tiempo que la que se propaga en otra dirección. Lorentz estableció las ecuaciones que permiten pasar los datos de un sistema de referencia inercial a otro sistema también inercial (ecuaciones de transformación de Lorentz) y sigue admitiendo la existencia del éter y el movimiento absoluto de los cuerpos con respecto a este medio. Sin embargo, esta explicación y otras que se dieron en aquella época no eran consistentes con los hechos que se conocían. Einstein, antes de tener conocimiento de la experiencia de Michelson-Morley, ya abandona la idea del éter y, en consecuencia, no hay un sistema de referencia absoluto que permita definir el movimiento absoluto, apareciendo la teoría de la relatividad. Esta teoría, referida al movimiento en sistemas inerciales, fue enunciada por Einstein en el año 1905 y se conoce como **relatividad especial o restringida** *(Más tarde, el propio Einstein, amplía la teoría incluyendo sistemas no inerciales y la gravitación, apareciendo en el año 1916 el que se conoce como relatividad general).* Se basa en dos postulados:

• Las leyes de la física son las mismas en todos los sistemas de referencia inerciales y se expresan mediante ecuaciones análogas. Este postulado recaza la existencia del movimiento absoluto.

• La velocidad de la luz en el vacío es la misma en todos los sistemas de referencia inerciales, calquiera que sea la velocidad de la fuente y la del observador. Esto indica que las transformaciones de Galileo no son válidas, teniendo que tomar nuevas transformaciones para pasar de un sistema inercial a otro. Partiendo de estos dos postulados Einstein dedujo en 1905 las ecuaciones que con anterioridad obtuviera Lorentz suponiendo la contracción de los cuerpos móviles en el éter, ecuaciones que son conocidas con el nombre de **transformación de Lorentz** (y no de Einstein, por ser obtenidas primero por Lorentz).

5. TRANSFORMACIÓN DE LORENTZ. CONSECUENCIAS

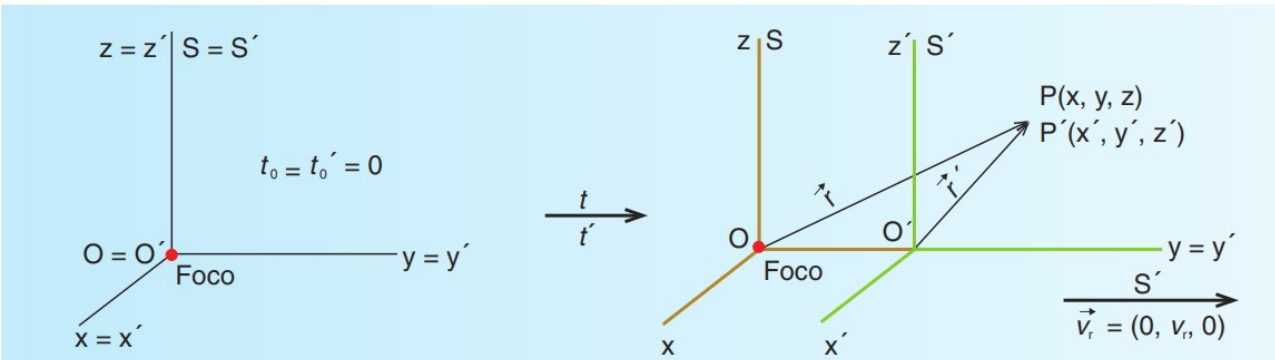
Supongamos un sistema de referencia, S’, que se mueve con respecto a otro fijo, S, con una velocidad $\mathbf{v_r}$ constante en el sentido positivo del *eje y*, y que los ejes de los dos sistemas de referencia son paralelos.

Consideramos que los observadores ligados a estos sistemas de referencia sincronizan a cero sus cronómetros en el momento en que coinciden los orígenes de los dos sistemas, que a su vez coinciden con un foco luminoso que emite en ese instante un brillo de luz. Pasado un tempo t, para el observador situado en S, la luz llega a un punto P, recorriendo el espacio r = c·t.

Para el observador situado en S’, el rayo de luz recorrerá el espacio r’ en un tiempo t’:

$$r' = c \cdot t'.$$

Como la velocidad de la luz es constante y r ≠ r’ resulta que t ≠ t’, hecho que no está de acuerdo con las transformaciones de Galileo.



Lorentz resolvió el problema con unas nuevas ecuaciones de transformación. Estas ecuaciones permiten a un observador inercial del sistema S’ interpretar la información procedente de otro observador inercial del sistema S, y viceversa.

Las ecuaciones de transformación de Lorentz para el sistema S’ son:

$$x' = x\ ;\ \ y' = \gamma(y - v_r \cdot t)\ ;\ \ z' = z\ ;\ \ t' = \gamma\left(t - \frac{v_r}{c^2}\cdot y\right)\ ;\ \ \text{sendo}\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}}}$$

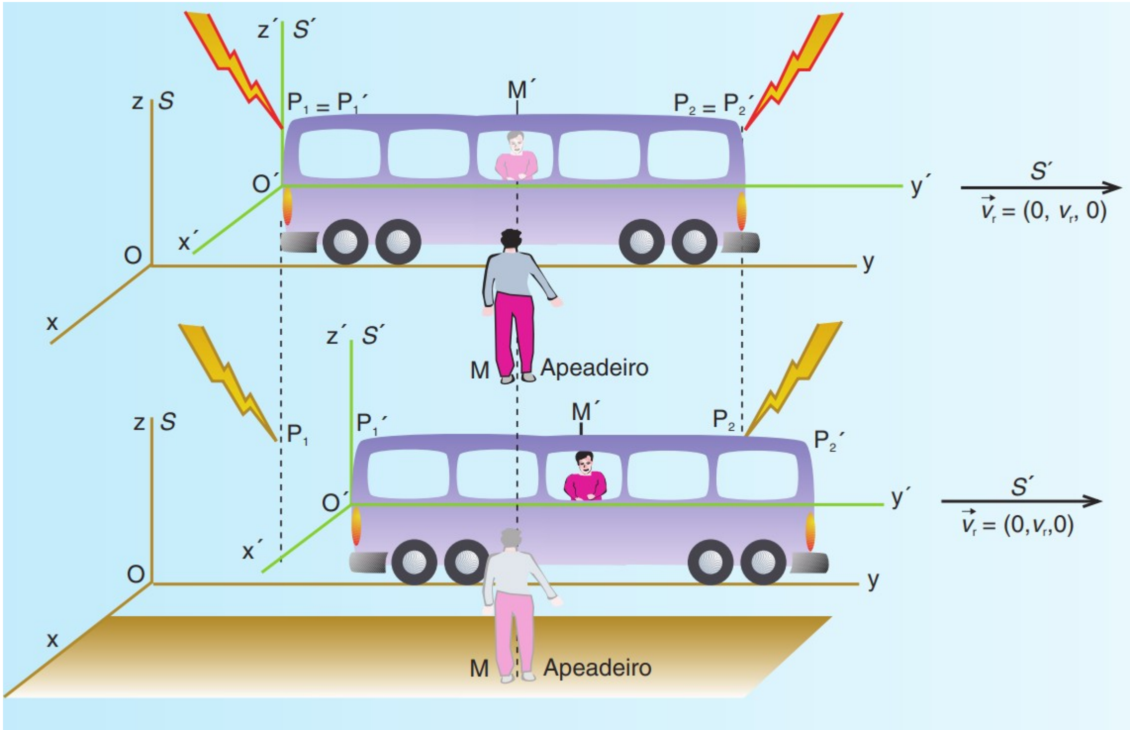
Estas son las expresiones que nos relacionan las medidas efectuadas de un suceso que tieen lugar en las coordenadas (x,y,z,t) de S con las (x’,y’,z’,t’) de S’.
Si se quiere hacer la transformación de las medidas hechas en el sistema S’ al sistema S hay que cambiar vr por –vr e intercambiar las coordenadas (primas y no primas).
De estas ecuaciones se deduce que:
• Si vr = 0 o vr << c las transformaciones de Lorentz se reducen a las de Galileo.
• No es posible igualar (y menos superar) la velocidad de la luz, c. De ser vr = c, la constante γ sería infinita y si vr > c sería imaginaria, con lo que las transformaciones de Lorentz no tendrían sentido físico.

Velocidad
Según la relatividad especial, la velocidad relativa entre dos objetos en movimiento no se puede calcular simplemente sumando o restando sus velocidades, como se haría en la mecánica clásica. En su lugar, se debe usar la fórmula de composición de velocidades de Einstein:

$$v = \frac{v_1 - v_2}{1 - \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2}}$$

En esta ecuación v es la velocidad relativa entre los dos objetos, v_1 y v_2 son sus velocidades medidas por un observador externo y c es la velocidad de la luz.

5.1. Simultaneidad
Vamos a empezar distinguiendo simultaneidad en el mismo punto y simultaneidad a distancia. Dos sucesos tienen lugar simultáneamente en el mismo punto P cuando son observados al mismo tiempo por cualquier observador. No ocurre el mismo con la simultaneidad a distancia. Esta puede definirse diciendo que un suceso que tiene lugar en un punto P_1 es simultáneo con otro suceso que ocurre en el punto P_2 si un observador fijo situado a la misma distancia de P_1 y P_2 los percibe al mismo tiempo. Para saber si dos sucesos simultáneos con respecto a un sistema S lo son con respecto a otro sistema S’ que se mueve, respecto a S, con velocidad constante, $\mathbf{v}_r$, en el sentido positivo del eje y’ vamos a recordar uno de los experimentos mentales del propio Einstein.



Imaginemos que caen dos rayos simultáneamente en los puntos P_1 y P_2 (extremos de un vagón de tren) del sistema S: es decir, son vistos a mismo tiempo por un observador situado en el apeadero, punto M, a igual distancia de P_1 y de P_2.

Como las distancias P_1M y P_2M recorridas por los dos relámpagos son iguales y la velocidad de la luz es constante, el tiempo que tardan en llegar a observador del apeadero es el mismo. Sean P_1' y P_2' los dos puntos del sistema S' que coinciden con P_1 y P_2 en el momento en que ocurren los fenómenos considerados y sea M' el punto medio de P_1'P_2' (centro del vagón). Como el observador situado en M', que está en el vagón en movimiento, se desplaza hacia P_2 y se aleja de P_1 durante el tiempo en que se propagan las señales luminosos procedentes de P_1 y P2, el viajero percibirá el fenómeno producido en P2 antes que el que tuvo lugar en P1 ya que para llegar a M' la luz que viene de P1 tiene que recorrer un camino (contado en el sistema S) más largo que el procedente de P2, aún que los rayos cayeran a igual distancia de el. Por lo tanto, dos hechos simultáneos con respecto a un sistema no lo son para otro sistema que se mueve con respecto al primero; de aquí se deduce que el tiempo medido para un sistema es característico del mismo, esto es: cada sistema de referencia tiene su tiempo propio. El tiempo no es absoluto sinó relativo.

EJEMPLO: Un autobús viaja por una carretera recta a la velocidad de 108 km/h. Cuando pasa por delante de una marquesina, en la que hay un hombre, caen dos rayos en la carretera, uno a 600 m delante del autobús y otro a 600 m detrás del autobús. Calcula el tiempo que transcurre hasta que los dos rayos son observados por el hombre de la marquesina y por uno de los viajeros.
Solución: El hombre que está en la marquesina ve los dos relámpagos al mismo tiempo, ya que los dos rayos recorren la misma distancia (600 m) con la misma velocidad ($3 \cdot 10^8$ m s^{-1}).

$t = s/v \rightarrow t_{hombre} = 600/ 3 \cdot 10^8 = 2 \cdot 10^6$ s

El viajero pertenece a un sistema de referencia inercial, que se mueve con una velocidad relativa de 108 km/h con respecto al sistema de referencia del hombre, acercándose con esta velocidad hacia el rayo que cae delante del autobús y alejándose con el mismo valor de velocidad del rayo que cae en la parte posterior del autobús. Por lo tanto va a ver antes el rayo de delante del autobús que el de atrás.
La luz del rayo anterior es observada por el viajero en un tiempo t_1. En este tiempo el autobús recorre un espacio, que es: $30 \cdot t_1$ m. En consecuencia, el espacio recorrido por el relámpago es: $600 - 30 \cdot t_1$, espacio que recorre con la velocidad de $3 \cdot 10^8$ m/s, por lo que:

$$s= v.t = 600 - 30 \cdot t_1 = 3 \cdot 10^8\, t_1 \quad \rightarrow t_1 = 600/ 3 \cdot 10^8 + 30 \text{ s}$$

El relámpago posterior es visto por el viajero en un tiempo t_2, recorriendo el espacio $600+30 \cdot t_2$ con la velocidad de $3 \cdot 10^8$ms:

$$s= v.t = 600 + 30 \cdot t_2 = 3 \cdot 10^8\, t_2 \quad \rightarrow \quad t_2 = 600/ 3 \cdot 10^8 - 30 \text{ s}$$

El viajero observa los dos rayos en instantes distintos.

Los dos rayos del ejemplo sólo son simultáneos para el observador fijo. Para que los sucesos fuesen simultáneos para el observador móvil, además de tener lugar en el mismo instante, tendría que ocurrir en el mismo punto, por ejemplo, que los dos rayos cayeran en la carretera a 600 m delante del autobús.

5.2. Dilatación del tiempo

Consideremos un sistema de referencia móvil, S’, que se mueve con respecto a otro fijo, S, con una velocidad constante $\mathbf{v_r}$ en el sentido positivo del *eje y*, y que los ejes de los dos sistemas de referencia son paralelos.

Supongamos dos sucesos que tienen lugar en el mismo punto y’ con respecto a sistema S’ en los instantes t_1’ y t_2’. El intervalo entre los dos sucesos es: t’ = t_2’– t_1’. Este tiempo, medido por el observador del sistema S’, que viaja junto al reloj que se utiliza para hacer las medidas, es el llamado tiempo propio. Para el observador situado en el sistema S, los dos sucesos ocurren en lugares distintos, y_1 e y_2, ya que el sistema S’ se mueve una distancia v_r (t_2–t_1), siendo (t_2–t_1) el intervalo de tiempo transcurrido entre los dos sucesos, medido por el observador del sistema S. Estos tiempos lo obtenemos aplicando la transformación de Lorentz en la que y’ es constante:

$$t_1 = \gamma \cdot \left(t_1' + \frac{v_r}{c^2} \cdot y'\right) \text{ e } t_2 = \gamma \cdot \left(t_2' + \frac{v_r}{c^2} \cdot y'\right)$$

y el intervalo entre los dos sucesos es: $t = t_2 - t_1 = \gamma\ (t_2´ - t_1´)$

Comparando las expresiones de t y t´resulta que:

$$t = \gamma \cdot t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}}} \cdot t'$$

Como $\gamma > 1$, resulta que **t > t´: $t_{movimiento} > t_{propio}$.**

El tiempo de un suceso medido por el observador ligado al sistema S’(observador en reposo relativo con respecto al suceso) es menor que el que mediría el observador ligado a sistema S (observador en movimiento relativo con respecto al suceso). Es decir, un reloj en movimiento relativo con respecto al suceso mide un tempo mayor que otro reloj en situación estacionaria con respecto al suceso. Este aumento temporal es lo que se conoce como dilatación del tempo, y fue observado experimentalmente (*Un curioso experimento se hizo en el año 1971. Consistió en cuatro relojes atómicos de cesio que dieron la vuelta completa a la Tierra en aviones a reacción, una vez hacia el oeste y otra hacia el este. Aunque las velocidades son mucho menores que la de la luz, al comparar los tiempos medidos por los relojes que viajaran con los que se dejaran en la Tierra, se observaron diferencias de tiempo que coinciden con lo previsto por la teoría de la relatividad)*

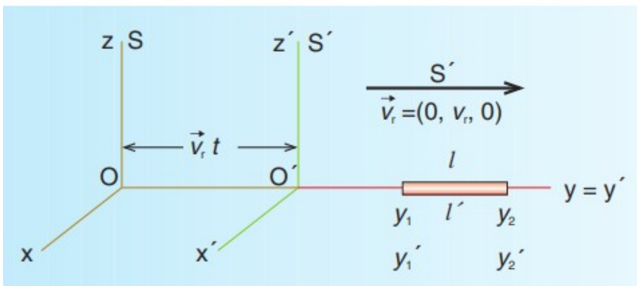
EJEMPLO: Supongamos que una nave espacial viaja a la velocidad de 200000 km/s y el tiempo que tarda (medido en la propia nave) en desayunar un astronauta es de 8,5 minutos. Calcula el tiempo que medirá un observador situado en la Tierra en reposo.

Solución: El tiempo que medirá el observador situado en la Tierra es:

$$t = \gamma \cdot t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}}} \cdot t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{200\,000^2}{300\,000^2}}} \cdot 8,5 = 11,4 \text{ minutos}$$

5.3. Contracción de la longitud

Consideremos un sistema de referencia, S’, que se mueve con respecto a otro fijo, S, con una velocidad constante $\mathbf{v_r}$ en el sentido positivo del *eje y*, y que los ejes de los dos sistemas de referencia son paralelos.



Supongamos una barra en reposo con respecto a sistema de referencia S' colocada en la dirección del eje O'y'. La longitud de la barra medida en este sistema de referencia S'(en el qu se encuentra en reposo) se llama longitud propia y vale: $\Delta y' = y_2' - y_1' = l'$.
Para el observador situado en el sistema S, la barra se mueve con la velocidad $\mathbf{v}_r$ y, para hacer la medida de su longitud, tiene que marcar simultáneamente sus extremos, porque sino el movimiento modificaría la observación, siendo: $\Delta y = y_2 - y_1 = l$
Recordando las transformaciones de Lorentz tenemos:

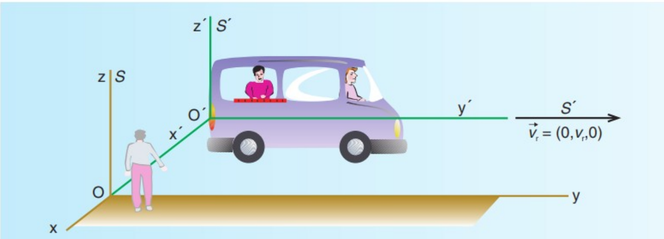
$$\left.\begin{array}{l} y_2' = \gamma \cdot (y_2 - v_r \cdot t) \\ y_1' = \gamma \cdot (y_1 - v_r \cdot t) \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} y_2' - y_1' = \gamma \cdot (y_2 - y_1) \\ y_2' - y_1' = \Delta y' = l' \\ y_2 - y_1 = \Delta y = l \end{array}\right\} \rightarrow l' = \gamma \cdot l$$

$$\text{Como } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}}} > 1 \text{ resulta que } l' > l\text{: } l_{\text{propia}} > l_{\text{movemento}}$$

La longitud de un objeto, l, medida por un observador inercial perteneciente a un sistema de referencia con respecto a que el objeto está en movimiento es menor que la longitud, l', medida por otro observador inercial perteneciente a un sistema de referencia en el que el objeto se encuentra en reposo. Este efecto es lo que se llama **contracción de la longitud**.

EJEMPLO: Una hipotética "furgoneta" se mueve por una carretera recta y horizontal, a la velocidad de 120000 km/s. Un viajero mide el largo y lo alto de una ventana obteniendo los valores de 160 cm y 90 cm, respectivamente. Calcula los valores de las medidas que hará una persona que está parada en la acera.

En la dirección vertical la ventana no se mueve y a medida que hacen los dos observadores es la misma. Sin embargo , la longitud paralela al desplazamiento se ve afectada por la velocidad, y la longitud medida por el observador que está parado en la acera es:



$$l_{\text{movemento}} = \sqrt{1 - \frac{120\,000^2}{300\,000^2}} \cdot 160 = 146,6 \text{ cm}$$

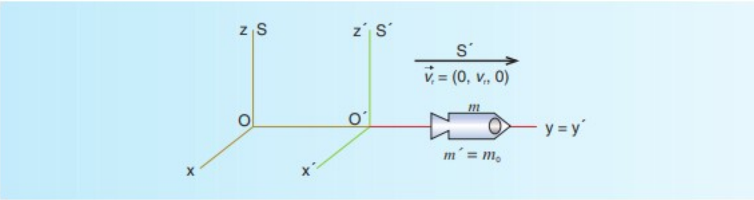
6. MASA Y ENERGÍA RELATIVISTAS. EQUIVALENCIA

Antes de la teoría de la relatividad de 1905, algunos resultados experimentas hacían pensar que la masa de una partícula aumentaba con la velocidad

Einstein llegó a la conclusión de que el valor de la masa de una partícula es distinta según sea medida por un observador en reposo o en movimiento, según la ecuación:

$$m = \gamma \cdot m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}}}$$

siendo m_0 la masa de la partícula en reposo relativo con respecto al observador, también llamada masa propia, (en la mecánica de Newton era la masa inercial) y m la masa cuando se mueve con la velocidad vr en relación al observador y se llama **masa relativista**



Como γ > 1 resulta que: $m_{relativista} > m_{propia}$: la masa de una partícula medida por un observador inercial en movimiento relativo con respecto a la partícula es mayor que la masa medida por otro observador en reposo relativo en relación a la partícula.
La masa no es una invariante, dependiendo de la velocidad. El incremento de masa con la velocidad no significa que la partícula aumente el número de átomos o de moléculas, sino que aumenta la medida de su inercia.
Si vr << c, la masa relativista coincide con la masa en reposo.
Se vr = c, la masa de la partícula se hace infinita y la fuerza necesaria para acelerarla es infinita. Por esto ninguna masa puede moverse a la velocidad de la luz.
El desarrollo en serie de la constante γ es:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 1 + \frac{1}{2}\frac{v_r^2}{c^2} + \frac{3}{8}\frac{v_r^4}{c^4} + \dots$$

Se vr << c (para velocidades del orden del 30% de la velocidad de la luz o inferiores) es suficiente quedarnos con los dos primeros sumandos de la expresión anterior, resultando:

$$m \approx \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v_r^2}{c^2}\right) m_0 = m_0 + \frac{1}{2}\frac{m_0 \cdot v_r^2}{c^2} \rightarrow (m - m_0)\, c^2 = \frac{1}{2} m_0 \cdot v_r^2$$

siendo $1/2 \cdot m_0 \cdot vr^2$ la expresión clásica de la energía cinética (Ec).

$$Ec = (m - m_0)\, c^2 = \Delta m \cdot c^2$$

Esta expresión, a pesar e l aproximaciones hechas, tiene validez general y constituye la expresión relativista de la energía cinética de un cuerpo de masa m0 en reposo. Consta de:
• El término $m_0 \cdot c^2$, que representa la energía relativista del cuerpo en reposo o energía propia. Su valor no depende de la velocidad de la partícula.
• El término $m \cdot c^2$, que representa la energía relativista total, E: $E = m \cdot c^2 = Ec + m_0 \cdot c^2$, y depende de la velocidad de la partícula. La expresión $E = m \cdot c^2$ es la ecuación de Einstein para la equivalencia masa-energía. Así, si un sistema intercambia con el entorno una energía ΔE, su masa debe cambiar en la cantidad equivalente $\Delta E/c^2$

EJEMPLO: Una partícula de 1 mg de masa, en reposo, posee una velocidad de $2 \cdot 10^8$ m/s. Calcula su energía relativista total
La expresión de la energía relativista es:

$$E = m \cdot c^2 = \gamma \cdot m_0 \cdot c^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}}} \cdot c$$

de la partícula en reposo, vr su velocidad y c la velocidad de la luz. Substituyendo se obtiene:

$$E = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{1-\frac{(2\cdot 10^8)^2}{(3\cdot 10^8)^2}}} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1{,}2 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

También se puede resolver el ejercicio recordando que: $E_{total} = E_0$ (propia) + Ec.

$$E_{total} = m_0 \cdot c^2 + \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot v_r^2 \rightarrow E_{total} = 1 \cdot 10^{-6} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot (2 \cdot 10^8)^2 \rightarrow$$
$$E_{total} = 1{,}1 \cdot 10^{11} \text{ J}$$